موقع الباك ساهل
@elbacsaahel

الأعداد المركبة

مجموعة تعريف الأعداد المركبة هي $\mathbb{C}$ حيث $i^2 = -1$

الشكل الجبري لعدد مركب: $z = x + iy$ ($x = Re(z)$ الجزء الحقيقي و $y = Im(z)$ الجزء التخيلي)

لما $x = 0$ ← $z = iy$ ← z مركب تخيلي	لما $y = 0$ ← $z = x$ ← z مركب حقيقي

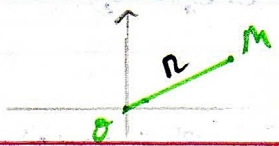
تسمية: نقول z_A لحقة النقطة A ونقول النقطة A لصورة z_A

مرافق عدد مركب: $\overline{z}$ مرافق z معناه: $z = x + iy \Leftrightarrow \overline{z} = x - iy$

خواص المرافق:

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$	$\overline{z-z'} = \overline{z} - \overline{z'}$	$\overline{z^n} = \overline{z}^n$	$z\overline{z} = \lvert z\rvert^2$
$\overline{z \cdot z'} = \overline{z} \cdot \overline{z'}$	$\left(\overline{\frac{z}{z'}}\right) = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$	$z + \overline{z} = 2Re(z)$	$z - \overline{z} = 2 \cdot i \cdot Im(z)$

طويلة عدد مركب: $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$



طويلة z هي الطول OM حيث M صورة z و O مبدأ المعلم.

خواص الطويلة:

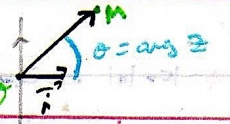
$\lvert z \cdot z'\rvert = \lvert z\rvert \lvert z'\rvert$	$\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert = \frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\lvert z^n\rvert = \lvert z\rvert^n$	$\lvert z\rvert = \lvert -z\rvert = \lvert\overline{z}\rvert = \lvert -\overline{z}\rvert$

$|z_A - z_B| = |z_B - z_A| = AB$ $\quad \left|\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right| = \frac{|z_A - z_B|}{|z_C - z_D|} = \frac{AB}{CD}$

facebook.com/elbacsaahel

عمدة عدد مركب: $\arg(z) = \theta$ هي قيس بالراديان للزاوية المحصورة بين شعاع الوحدة $\vec{i}$ والشعاع $\overrightarrow{OM}$

$\arg z = (\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = \theta$



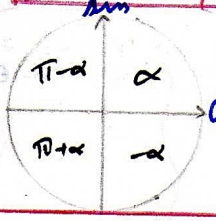
$z = x + iy$, $|z| = r$ $\quad \arg(z) = \theta$ ← $\cos\theta = \frac{x}{r} = \dots$, $\sin\theta = \frac{y}{r} = \dots$ → $\theta = \dots$

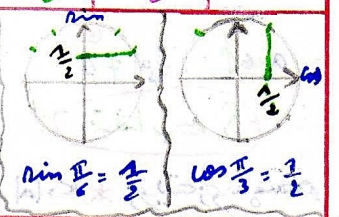
	0	$\frac{\pi}{6} = 30°$	$\frac{\pi}{4} = 45°$	$\frac{\pi}{3} = 60°$	$\frac{\pi}{2} = 90°$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$-\alpha$: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ $\quad \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\pi - \alpha$: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ $\quad \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$

$\pi + \alpha$: $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$ $\quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$





خواص العمدة: لكل عدد مركب z غاية من $\mathbb{C}^*$

$\arg\overline{z} = -\arg z$	$\arg(-z) = \arg z + \pi$	$\arg z^n = n \arg z$	$\arg(z \cdot z') = \arg z + \arg z'$
			$\arg\frac{z}{z'} = \arg z - \arg z'$
			$\arg(z_A - z_B) = (\vec{i}, \overrightarrow{AB})$
			$\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA})$

z حقيقي $z = x$: $\arg z = 2k\pi$ ← $x > 0$ حقيقي موجب؛ $\arg z = \pi + 2k\pi$ ← $x < 0$ حقيقي سالب

z تخيلي $z = iy$: $\arg z = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ← $y > 0$ تخيلي موجب؛ $\arg z = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ← $y < 0$ تخيلي سالب

(k ثابتة) $\arg z = \theta + 2k\pi$

خواص الشكل الأسي:

$(re^{i\theta})^n = r^n \cdot e^{in\theta}$

$z = re^{i\theta} \rightarrow \overline{z} = re^{i(-\theta)}$

$\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta - \theta')}$ $\quad e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'} = e^{i(\theta + \theta')}$

$\arg z = \theta$ $\quad |z| = r$

- الشكل الجبري: $z = x + iy$
- الشكل المثلثي: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$
- الشكل الأسي: $z = re^{i\theta}$

لاحقة شعاع: $\overrightarrow{AB} = z_B - z_A$

لاحقة المنتصف: $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$ حيث I منتصف [AB]

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

لاحقة المرجح: G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ مع $(\alpha+\beta+\gamma \neq 0)$

$z_G = \frac{\alpha z_A + \beta z_B + \gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$

$\|\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}\| = \|(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}\|$

← إذا كانت E مثلا مركز ثقل المثلث ABC (نقطة تلاقي المتوسطات) فإن E مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(C,1)\}$ ومنه: $z_E = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$ + $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{ME}\|$

المعادلات من الدرجة الثانية:

$az^2 + bz + c = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 0$: $z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$

$\Delta \neq 0$ $(\Delta > 0 \; ; \; \Delta < 0)$: $z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ + $z_2 = \overline{z_1} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta < 0$ نطبق الخاصية $i^2 = -1$

التحليل: $az^2 + bz + c = a(z - z_1)^2$

التحليل: $a(z - z_1)(z - z_2)$

التحويلات النقطية:



موقع الباك ساهل
@elbacsaahel

M' لاحقة z' و M لاحقة z

نقول M' صورة M بالتحويل T

" M " " M'

$T : z \rightarrow z'$

k: النسبة

θ: الزاوية

$z' = az + b$

$a = 1$	$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$	$a \in \mathbb{C}$, $\lvert a\rvert = 1$	$a \in \mathbb{C}$, $\lvert a\rvert = 1$
إنسحاب	تعاكي h	دوران R	تشابه S
شعاعه $\vec{v}(b)$	نسبته $k = \lvert a\rvert$	زاويته $\theta = \arg a$	زاويته $\theta = \arg a$ ونسبته $k = \lvert a\rvert$
	مركزه $z_w = \frac{b}{1-a}$	مركزه $z_w = \frac{b}{1-a}$	مركزه $z_w = \frac{b}{1-a}$

$z' - z_w = a(z - z_w)$ مركز هو z_w

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$	$a \in \mathbb{C}$ $\lvert a\rvert = 1$	$a \in \mathbb{C}$ $\lvert a\rvert \neq 1$
تعاكي h	دوران R	تشابه S
نسبته $k = \lvert a\rvert$	زاويته $\theta = \arg a$	زاويته $\theta = \arg a$ ونسبته $k = \lvert a\rvert$
مركزه z_w	مركزه z_w	مركزه z_w

$z' - z_w = a(z - z_w) \rightarrow \frac{z' - z_w}{z - z_w} = a$

$\left|\frac{z' - z_w}{z - z_w}\right| = \frac{|z' - z_w|}{|z - z_w|} = \frac{w'M'}{wM} = |a|$

$\arg\frac{z' - z_w}{z - z_w} = (\overrightarrow{wM}, \overrightarrow{wM'})$

facebook.com/elbacsaahel

النقطة الصامدة: هي صورة نفسها بأي تحويل كان.

← صورة أي شكل هندسي هو شكل هندسي نفسه (صورة مربع هو مربع، صورة دائرة هي دائرة ...)

* إذا كان التحويل هو انسحاب أو دوران فإن الشكل الهندسي الناتج له نفس خصائص الشكل الهندسي الأول من حيث المساحة - المحيط - طول الأضلاع - القطر إذا كان دائرة ...

+ إذا كان التحويل هو تعاكي أو تشابه فإن الشكل الهندسي الناتج مختلف في أبعاده عن الشكل الأول حيث:

أطوال الأضلاع: $(ab)' = k.(ab)$ حيث k النسبة و $(ab)'$ طول أحد أضلاع الشكل الهندسي الناتج

المساحات: $S' = k^2.S$ " " " و S' مساحة الشكل الهندسي الناتج

محيط الدائرة: إذا كان دائرة: $r' = k.r$ حيث r' نصف قطر الدائرة الناتجة عن التحويل.

h تحاكي R دوران
S تشابه

تركيب تحويلين $T_1 \circ T_2 = T_3$

k النسبة θ الزاوية

$h_1 \circ h_2 = h_3$ k_1 k_2 $k_3 = k_1 \cdot k_2$	$R_1 \circ R_2 = R_3$ θ_1 θ_2 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$	$S_1 \circ S_2 = S_3$ θ_1, k_1 ; θ_2, k_2 ; $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$, $k_3 = k_1 \cdot k_2$	$S \circ R = S'$ k θ_2 ; $k' = k$, $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$	$S \circ h = S'$ k_1 k_2 ; $k_3 = k_1 \cdot k_2$, $\theta' = \theta$

$h \circ R = S$: k θ ; k θ

قواعد تركيب ⟸
- الزوايا تجمع والنسب تضرب
- إذا ركبنا تحويلين مختلفين فالناتج تحويل تشابه.

المعلم هو $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و $(k \in \mathbb{Z})$

مجموعة النقط :

$AM = BM \longrightarrow$ محور القطعة $[AB]$	$AM =$ عدد $\longrightarrow$ دائرة مركزها A ونصف قطرها ذاك العدد.

$\arg z =$ عدد $\longrightarrow (\vec{i}, \vec{OM}) =$ عدد $\longrightarrow$ نصف المستقيم الذي يشمل O ويصنع زاوية مع محور الفواصل قيسها ذاك العدد

$\arg z = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \longrightarrow$ الجزء الموجب من محور التراتيب ماعدا O	$\arg z = 2k\pi \longrightarrow$ الجزء الموجب من محور الفواصل ماعدا المبدأ O
$\arg z = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \longrightarrow$ " " السالب " "	$\arg z = \pi + 2k\pi \longrightarrow$ " " السالب " "
$\arg z = \frac{\pi}{2} + k\pi \longrightarrow$ " " بأكمله	$\arg z = k\pi \longrightarrow$ " " بأكمله

$\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right) = 2k\pi \longrightarrow \arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right) = \arg z - \arg \overline{z} = \arg z + \arg z = 2\arg z = 2k\pi \longrightarrow \arg z = k\pi \longrightarrow$ محور الفواصل ماعدا O


موقع الباك ساهل
@elbacsaahel

facebook.com/elbacsaahel