مجلة الرائد في الرياضيات

****

حلول تمارين الاحتمالات في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



www.facebook.com/elbacsaahel

BAC2020

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

مجلة الرائد في الرياضيات

حلول تمارين الاحتمالات
في البكالوريا

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

الجزء الخامس

تمارين مقترحـــــــــة (مختصرة)

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: التمارين التدريبية

1-التحليل التوفيقي

التمريـــــن01

تعيين عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام:1 ، 2 ، 3 ،4 ،5 ،6 في الحالات التالية:

مجموعة الامكانيات هي : $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$

أ) 3 أرقام : عدد القوائم ذات 3 عناصر من Ω هو $6^3=216$

ب) 3 أرقام مختلفة: عدد الترتيبات ذات 3 عناصر من Ω هو $A_6^3=6\times5\times4=120$

جـ) 6 أرقام مختلفة : عدد الترتيبات ذات 3 عناصر من Ω هو: $A_6^6=6!=720$

التمريـــــن02

تعيين عدد الطرق المختلفة للحصول على كلمة "البكالوريا".

لتشكيل كلمة "البكالوريا" نستعمل الحروف: ا ، ي ، ا ، ل ، و ، ر ، ك ، ا ، ل ، ب بحيث يتكرر فيها الحرف " ا" ثلاث مرات والحرف "ل" مرتين والحروف الأخرى مرة واحدة ولذافإن عدد الترتيبات المختلفة للحصول على كلمة "البكالوريا" هو : $3!.2!=12$

التمريـــــن03

تعيين عدد الطرق الممكنة لفتح القفل

عدد الطرق المختلفة لتشكيل الرقم السري والمشكل من اربع ارقام من بين الارقام:

1 ، 3 ، 5 ،7 ، 9 هو عدد الطرق المختلفة هو عدد الترتيبات التالي: $A_5^4=\dfrac{5!}{(5-4)!}=5!=120$.

التمريـــــن04

تعيين عدد الطرق التي يمكن لخمسة أشخاص أن يجلسوا:

أ)في صف فيه خمسة مقاعد.

عدد الطرق في هذه الحالة هو $5!=120$

ب)حوّل طاولة مستديرة حولها خمسة مقاعد

عدد الطرق في هذه الحالة هو $(5-1)!=4!=24$

التمريـــــن05

1) عدد اللجان الممكن تشكيلها

عدد اللجان الممكن تشكيلها هو : $C_{10}^4=210$.

2) عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف

أ)الأعضاء الأربعة المختارين باحثات : عدد الحالات هو : $C_4^4=1$

ب) اللجنة تضم باحثة واحدة فقط :

عدد الحالات هو : $C_4^1 \times C_6^3 = 80$.

ج) توجد باحثة واحدة على الأقل في اللجنة

، عدد الحالات هو : $C_4^1 \times C_6^3 + C_4^2 \times C_6^2 + C_4^3 \times C_6^1 + C_4^4 = 195$

طريقة أخرى : $C_{10}^4 - C_6^4 = 210 - 15 = 195$

د) يوجد في اللجنة على الأكثر باحثان

عدد الحالات هو : $C_6^2 \times C_4^2 + C_6^1 \times C_4^3 + C_4^4 = 115$.

التمريـــــن06

حساب عدد الحالات الممكنة لسحب 3كرات في الحالات التالية:

1) 3 كرات من نفس اللون: عدد الحالات هو: $C_6^3 + C_5^3 + C_4^3 = 20 + 10 + 4 = 34$

2) 3كرات تحمل نفس الرقم : عدد الحالات هو: $C_6^3 + C_5^3 + C_4^3 = 20 + 10 + 4 = 34$

3) كرات مجموع أرقامها 6: سحب 3كرات تحمل الرقم 2 ،أو عند سحب 3 كرات مختلفة الأرقام

و منه عدد الحالات هو : $C_4^3 + (C_5^1 \times C_4^1 \times C_6^1) = 4 + 120 = 124$.

4) 3كرات واحدة على الأقل منها تحمل رقما فرديا

عدد الحالات لسحب 3 كرات واحدة منها على الأقل تحمل رقما فرديا ، أي كرة تحمل رقما فرديا و الإثنان تحملان رقما زوجيا أو كرتان تحملان رقما فرديا و كرة تحمل رقما زوجيا أو 3 كرات تحمل كل منها رقما فرديا .

و منه عدد الحالات هو : $(C_{11}^1 \times C_4^2) + (C_{11}^2 \times C_4^1) + C_{11}^3 = 451$.

التمريـــــن07

1)ايجاد العدد الطبيعي n في كل حالة:

أ) $2(C_n^0 + C_n^2 + C_n^3) = 5n + 2$

لدينا: $2(C_n^0 + C_n^2 + C_n^3) = 5n + 2$ ،أي: $2\left[1 + \frac{n!}{(n-2)!\times 2!} + \frac{n!}{(n-3)!\times 3!}\right] = 5n + 2$

أي : $2\left[1 + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right] = 5n + 2$ بعد الحساب و التبسيط نجد :

$n^3 - 16n = 0$ ، أي : $n(n^2 - 16) = 0$ و منه : $n = 0$ ، أو $n = 4$.

ب) $C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n$

لدينا : $C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n$ ، أي : $\frac{n!}{(n-3)!\times 3!} + \frac{2n!}{(2n-2)!\times 2!} = 8n$

أي : $\frac{n(n-1)(n-2)}{2}+\frac{2n(2n-1)}{2}=8n$ ،بعد الحساب و التبسيط نجد : $n^3+9n^2-52n=0$

أي : $n(n^2+9n-52)=0$ و منه : $n=0$ أو $n=4$ أو $n=-13$ (مرفوض) .

2)حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1} \\ C_{x+y}^{2}=10 \end{cases}$

لدينا : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1}.....(1) \\ C_{x+y}^{2}=10.....(2) \end{cases}$ ،من (1) نجد : $\frac{(x+1)!}{(x+1-y)!\times y!}=\frac{x!}{(x-y+1)!\times(y-1)!}$ ،

أي : $\frac{(x+1)n!}{(x+1-y)!\times y(y-1)!}=\frac{x!}{(x-y+1)!\times(y-1)!}$ بعد الإختزال نجد :

$\frac{x+1}{y}=1$ ، و منه : $x+1=y.....(1)$.

من (2) نجد : $\frac{(x+y)!}{(x+y-2)!\times 2!}=10$ ، أي : $\frac{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)!}{(x+y-2)!\times 2}=10$.

أي : $(x+y)(x+y-1)=20.....(2)$

الآن نعوض (1) في (2) نجد : $(2x+1)(2x)=20$ ، أي : $2x^2+x-10=0$.

و منه : $x_1=2$ أو $x_1=\frac{-5}{2}$(مرفوض) إذن : $x=2$ وَ $y=3$.

التمريـــــن08

1)البرهان بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\times1!+2\times2!+.....+n\times n!=(n+1)!-1$

*)لنتحقق من أجل $n=0$ الطرف الأول $0\times0!=0$ والطرف الثاني : $(0+1)!-1=0$ ، (محققة) .

*) لنفرض صحة المساواة عند n ، أي : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$.

*) لنثبت صحة المساواة عند $n+1$ ، أي : $1\times1!+2\times2!+....+(n+1)\times(n+1)!=(n+2)!-1$

لدينا فرضا : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$ ، بإضافة $(n+1)(n+1)!$ نجد :

$1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!-1+(n+1)(n+1)!$.

أي : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!\times(n+1+1)-1$

أي:$1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!\times(n+2)-1$

و منه : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+2)!-1$ و هو المطلوب .

و أخيرا من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$.

2)البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$ يكون : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$

*) لنتحقق من أجل $n=1$ ، أي : $2^1\times\left[1\right]\times1!=(2\times1)!$ ، و منه : $2=2$ (محققة) .

*) لنفرض صحة المساواة عند n ، أي : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$.

*) لتثبت صحة المساواة عند $n+1$ ، أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n+2)!$.

نعلم أنّ : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\times(2n+1)\right](n+1)!=2^{n}\times2\left[1\times3\times5\times...\times(2n-1)\right](2n+1)(n+1)\times n!$

أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=2^{n}\left[1\times3\times5\times...\times(2n-1)\right]n!\times2(2n+1)(n+1)$

لدينا فرضا : $2^{n}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$.

و منه : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n)!\times(2n+1)\times2(n+1)$

أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n)!\times(2n+1)\times(2n+2)$

إذن : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n+2)!$ و هو المطلوب .

و أخيرا من أجل كل $n\in\mathbb{N}^{*}$ يكون : $2^{n}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$

التمريـــــن09

تعيين عدد الحالات الممكنة للحصول على:

أ) كرة بيضاء .

سحب كرة بيضاء وكرتين سوداويين أي عدد الحالات هو : $C_6^1\times C_4^2=36$.

ب) كرة بيضاء على الأقل :

الحادث العكسي لهذا الحادث هو عدم سحب أي كرة بيضاء

ومنه عدد الحالات هو : $C_{10}^3-C_4^3=120-4=116$

ج) 3 كرات ليست من نفس اللون:

سحب كرة بيضاء و كرتين سوداوين أو سحب كرتين بيضاوين وكرةسوداء

ومنه عدد الحالات هو : $C_6^1\times C_4^2+C_6^2\times C_4^1=36+60=96$

2- أ)أثبات أنه من أجل كل $X_n=n^2+9n+21:n\in\mathbb{N}^{*}$

X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون

سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق الذي يحوي $(n+6)$بيضاء و$(n+4)$سوداء

ومنه عدد الحالات هو: $X_n=C_{n+6}^2+C_{n+4}^2=\dfrac{(n+6)!}{2!(n+4)!}+\dfrac{(n+4)!}{2!(n+2)!}$

تبسيط العبارة $X_n=\dfrac{(n+6)(n+5)(n+4)!}{2!(n+4)!}+\dfrac{(n+4)(n+3)(n+2)!}{2!(n+2)!}=\dfrac{(n+6)(n+5)+(n+4)(n+3)}{2}$

ومنه: $X_n=\dfrac{(n+6)(n+5)+(n+4)(n+3)}{2}=\dfrac{2n^2+18n+42}{2}=n^2+9n+21$

ب)تعيين عدد الكرات التي نظيفها للصندوق حتى يكون $X_n=10713$

$X_n=10713$ تكافئ $n^2+9n+21=10713$ وتكافئ $n^2+9n-10692=0$

نستعمل المميز لحل هذه المعادلة: $\Delta=42849$

ومنه يوجد حلان هما: $n_1=-108\notin\mathbb{N}$ مرفوض و $n_1=99$مقبول

التمريـــــن10

1) عدد الحالات الممكنة لسحب 3كرات في آن واحد في كل حالة :

أ)الحصول على3 كرات ارقامها فردية:

لدينا: 4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 وعددها هو:2

و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 ،5وعددها هو:3

و 8 كرات خضراء مرقمة من1الى8 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 ،5 و 7وعددها هو:4

وعليه عدد الكرات التي تحمل أرقام فردية هو:9 .

ومنه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_9^3 = \frac{9!}{3!.6!} = 84$

ب)الحصول على كرة حمراء على الأقل

عدد الكرات الحمراء 4 والحادث العكسي لهذا الحادث هو عدم الحصول على اية كرة حمراء

ومنه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_{18}^3 - C_{14}^3 = \frac{18!}{3!.15!} - \frac{14!}{3!.11!} = 816 - 364 = 452$

ج) الحصول على كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

عدد الكرات التي تحمل الرقم 4 هو 3 ونأخذ واحدة فقط منها.

وعليه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_3^1 \times C_{15}^2 = \frac{3!}{1!.2!} \times \frac{15!}{2!.13!} = 3 \times 105 = 315$

2) عدد الحالات الممكنة لسحب 3مع اعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي في كل حالة :

ملاحظة: بنفس الطريقة في الجواب السابق لكن نستبدل التوفيقة بالقائمة فقط وعليه يكون:

أ)الحصول على3 كرات ارقامها فردية: $9^3 = 729$

ب)الحصول على كرة حمراء على الأقل: $18^3 - 14^3 = 5832 - 2744 = 3088$

ج) الحصول على كرة واحدة فقط تحمل الرقم4: $3^1 \times 15^2.3 = 2025$

التمريـــــن11

تعيين عدد الطرق الممكنة لوضع الكتب في الرف في كل حالة :

لدينا: 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي

أ) الكتب ذات نفس المادة متجاورة:

عدد الطرق هو: $3!(3! \times 2! \times 4!) = 1728$

ب) كتب الأدب العربي فقط متجاورة

عدد الطرق هو: $2!(4! \times 5!) = 5760$

ج) دون شرط .

عدد الطرق هو: $9! = 362880$

2-حساب الاحتمالات

أنواع السحب

التمريـــــن12

حساب احتمالات الحوادث A ، D ، E ، F و G في كل حالة من الحالا ت الأتية :

1) السحب في آن واحد .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $C_{12}^{3}=\frac{12!}{3!.9!}=220$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $C_{5}^{3}=10$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{10}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو : $C_{4}^{3}+C_{5}^{3}+C_{3}^{3}=15$ وعليه احتمال الحادث D هو : $P(D)=\frac{15}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو : $C_{4}^{1}\times C_{5}^{1}\times C_{3}^{1}=60$ وعليه احتمال الحادث E هو : $P(E)=\frac{60}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو : $C_{5}^{2}\times C_{7}^{1}=70$ وعليه احتمال الحادث F هو : $P(F)=\frac{70}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث G هو : $C_{12}^{3}-C_{7}^{3}=185$ وعليه احتمال الحادث G هو : $P(G)=\frac{185}{220}$

2)السحب على التوالي وبإ رجاع .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $12^{3}=1728$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $5^{3}=125$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{125}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو : $4^{3}+5^{3}+3^{3}=216$ وعليه احتمال الحادث D هو : $P(D)=\frac{216}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو : $4\times5\times3.6=360$ وعليه احتمال الحادث E هو : $P(E)=\frac{360}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو : $5^{2}\times7.3=525$ وعليه احتمال الحادث F هو : $P(F)=\frac{525}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث G هو : $12^{3}-7^{3}=1385$ وعليه احتمال الحادث G هو : $P(G)=\frac{1385}{1728}$

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $A_{12}^{3}=1320$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $A_{5}^{3}=60$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{60}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو : $A_{4}^{3}+A_{5}^{3}+A_{3}^{3}=90$ وعليه احتمال الحادث D هو : $P(D)=\frac{90}{1320}$

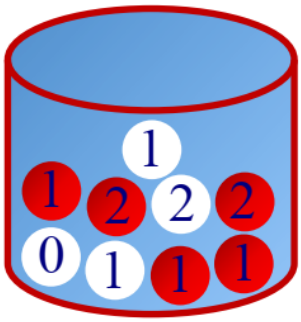
عدد الحالات الملائمة للحادث E هو: $A_4^1 \times A_5^1 \times A_3^1 .3! = 360$ وعليه احتمال الحادث E هو: $P(E) = \frac{360}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو: $A_5^2 \times A_7^1 .3 = 420$ وعليه احتمال الحادث F هو: $P(F) = \frac{420}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث G هو: $A_{12}^3 - A_7^3 = 1110$ وعليه احتمال الحادث G هو: $P(G) = \frac{1110}{1320}$

التمريـــــن13

حساب احتمالات A ، D ، E وF في كل حالة من الحالات الأتية :



1) السحب في آن واحد .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $C_9^3 = \frac{9!}{3!.6!} = 84$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $C_5^3 + C_4^3 = 14$

وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{14}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو: $C_9^3 - C_4^3 = 80$ وعليه احتمال الحادث D هو: $P(D) = \frac{80}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو: $C_1^3 + C_5^3 + C_3^3 = 11$ وعليه احتمال الحادث E هو: $P(E) = \frac{11}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو: $C_5^2 \times C_3^1 + C_1^1 \times C_3^2 = 33$ وعليه احتمال الحادث F هو: $P(F) = \frac{33}{84}$

2)السحب على التوالي وبا رجاع .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $9^3 = 729$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $5^3 + 4^3 = 189$ وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{189}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو: $9^3 - 4^3 = 665$ وعليه احتمال الحادث D هو: $P(D) = \frac{665}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو: $5^3 + 3^3 = 152$ وعليه احتمال الحادث E هو: $P(E) = \frac{152}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو: $5^2 \times 3^1 .3 + 1^1 \times 3^2 .3 = 252$ وعليه احتمال الحادث F هو: $P(F) = \frac{252}{729}$

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $A_9^3 = 504$

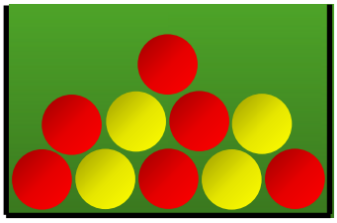
عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_5^3 + A_4^3 = 84$ وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{84}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث D هو: $A_9^3 - A_4^3 = 480$ وعليه احتمال الحادث D هو: $P(D) = \frac{480}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو: $A_5^3 + A_3^3 = 66$ وعليه احتمال الحادث E هو: $P(E) = \frac{66}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو: $A_5^2 \times A_3^1 .3 + A_1^1 \times A_3^2 .3 = 198$ وعليه احتمال الحادث F هو: $P(F) = \frac{198}{504}$

التمريـــــن14



حساب P(A) و P(B)

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$

P(A) هو احتمال الحادث A: "الحصول على اللونين معا"

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_6^2 \times A_4^1 .3 + A_6^1 \times A_4^2 .3 = 576$ (3 هو معامل الترتيب)

وعليه $P(A) = \frac{576}{720} = \frac{4}{5}$

P(B) هو احتمال الحادث B: "الحصول على لون واحد"

عدد الحالات الملائمة للحادث B هو: $A_6^3 + A_4^3 = 144$ وعليه $P(B) = \frac{144}{720} = \frac{1}{5}$

ملاحظات

1) يمكن الحصول على نفس النتائج السابقة باستعمال شجرة الاحتمالات.

2) الحادثة B: هي حادثة عكسية للحادثة A وعليه: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

التمريـــــن15

1) حساب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $8^2 = 64$

نسمي الحادث A: " الحصول على كرتين من نفس اللون. "

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{34}{64} = \frac{17}{32}$

نسمي الحادث **B**: " الحصول على كرتين من لونين مختلفين."

عدد الحالات الملائمة للحادث B هو: $(5^1.3^1)2 = 30$. حيث 2 هو معامل الترتيب

وعليه احتمال الحادث B هو: $P(B) = \frac{30}{64} = \frac{15}{32}$

ملاحظات

1) يمكن الحصول على نفس النتائج السابقة باستعمال شجرة الاحتمالات.

2) الحادثة B: " الحصول على كرتين من نفس اللون " هي حادثة عكسية للحادثة A وعليه يمكن حسابها بالطريقة التالية: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{17}{32} = \frac{15}{32}$

الاحتمالات الشرطية

التمريـــــن16

حساب الاحتمالات التالية:

عدد الحالات الممكنة هو:900 عدد تلاميذ ثانوية

1-احتمال ان يكون التلميذ خارجيا.

عدد الحالات الملائمة للحادث هو600 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(E)=\frac{600}{900}=\frac{2}{3}$

2-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى .

عدد الحالات الملائمة للحادث هو350 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(I)=\frac{350}{900}=\frac{7}{18}$

3-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.

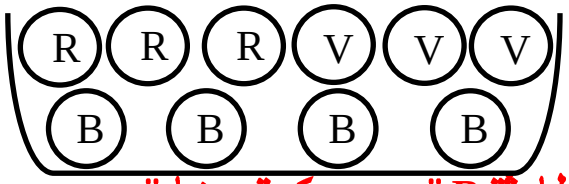
عدد الحالات الملائمة للحادث هو250 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(I\cap E)=\frac{250}{900}=\frac{5}{18}$

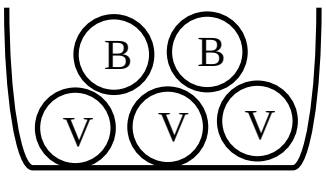
4-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى علما انه خارجي.

هذا الاحتمال هو احتمال شرطي والمعرف بالعلاقة $P(I/E)=P_E(I)=\frac{P(I\cap E)}{P(E)}=\frac{5}{12}$

التمريـــــن17

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و3 كرات خضراء ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات خضراء و كرتين بيضاوين.





1) حساب الحادثة B " سحب كرة بيضاء".

حادث سحب كرة بيضاء يمكن ان تكون من الكيس U_1 او من الكيس U_2

إذاكان الرقم المحصل عليه من مضاعف للعدد 3 ومنه احتمال هو $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ و غير ذلك هو $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

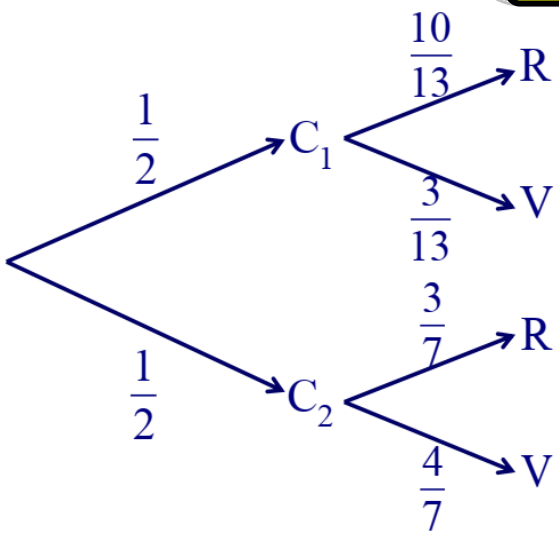
احتمال الحصول على كرة بيضاء من الكيس U_1 هو $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ ومن الكيس U_2 هو $\frac{2}{5}$

وعليه $P(B)=P(B\cap U_1)+P(B\cap U_2)=\frac{1}{3}.\frac{2}{5}+\frac{2}{3}.\frac{2}{5}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

2) حساب كرة من الصندوق U_1 علما انها بيضاء.

هذا الاحتمال هو احتمال شرطي والمعرف بالعلاقة $P_B(U_1)=\frac{P(B\cap U_1)}{P(B)}=\frac{2}{15}\times\frac{5}{2}=\frac{1}{3}$

التمريـــــن18



1)تمثيل بشجرة متوازنة الوضعية المرافقة لهذه اللعبة.

احتمال ان يختار الطفل العلبة C_1 هو $P(C_1)=\frac{1}{2}$

احتمال ان يختار الطفل العلبة C_2 هو $P(C_2)=\frac{1}{2}$

وعليه شجرة المتوازنة الوضعية المرفقة لهذه اللعبة تكون كما يلي

2) حساب احتمال الحادثة R.

الحادثة **R** " يختار الطفل كرة حمراء ". باستعمال شجرة الاحتمالات السابقة نجد:

$$P(R)=P(R\cap C_1)+P(R\cap C_2)=\frac{1}{2}.\frac{10}{13}+\frac{1}{2}.\frac{3}{7}=\frac{109}{182}$$

3)حساب الاحتمال $P_R(C_2)$

$P_R(C_1)$ هو احتمال أن يكون قد أخذها من العلبة المكعبة علما أنه أخذ كرة حمراء

لدينا: $P_R(C_1)=\frac{P(R\cap C_1)}{P(R)}=\frac{5}{13}.\frac{182}{109}=\frac{70}{109}$ حيث $P(R\cap C_1)=\frac{1}{2}.\frac{10}{13}=\frac{5}{13}$

التمريـــــن19

1) تكملة الجدول التالي

	عدد الشرائح المعيبة	عدد الشرائح غير المعيبة	المجموع
عدد الشرائح من إنتاج الورشة A	48	1152	1200
عدد الشرائح من إنتاج الورشة B	24	776	
المجموع	72	1928	2000

2) حساب الاحتمالات التالية:أ) $P(D)$ ، $P(A\cap D)$ و $P_D(A)$.

* $P(D)$هو احتمال الحادثةD : الشريحة بها عيوب من انتاج A الورشة أوالورشة B

وعليه: $P(D)=\frac{48+24}{2000}=\frac{72}{2000}=\frac{9}{250}$

* $P(A\cap D)$ هو احتمال الحادثة$A\cap D$:الشريحة بها عيوب و من انتاج الورشة A

و وعليه: $P(A\cap D)=\frac{48}{2000}=\frac{6}{250}$

* $P_D(A)$ هو احتمال الحادثةالشريحة من انتاج الورشة A علما انها بها عيوب

وعليه: $P_D(A)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{6}{250}.\frac{250}{9}=\frac{2}{3}$

ب) حساب $P(\overline{D})$ ، $P(\overline{D}\cap B)$ و $P_{\overline{D}}(B)$

* $P(\overline{D})$هو احتمال الحادث العكسية للحادث D وعليه: $P(\overline{D})=1-P(D)=1-\frac{9}{250}=\frac{241}{250}$

* $P(\overline{D}\cap B)$هو احتمال الحادث الشريحة ليس بها عيوب و من انتاج الورشة B

وعليه $P(\overline{D}\cap B)=\frac{776}{2000}=\frac{97}{250}$

* $P_{\overline{D}}(B)$ هو احتمال الحادث الشريحة من انتاج الورشة B علما انها غير معيبة

وعليه $P_{\overline{D}}(B)=\frac{P(\overline{D}\cap B)}{P(\overline{D})}=\frac{97}{250}.\frac{250}{241}=\frac{97}{241}$

التمريـــــن20

1.تكوين شجرة متوازنة تترجم الوضعية .

2. حساب احتمال الحادثة B التلميذ يعيد السنة .

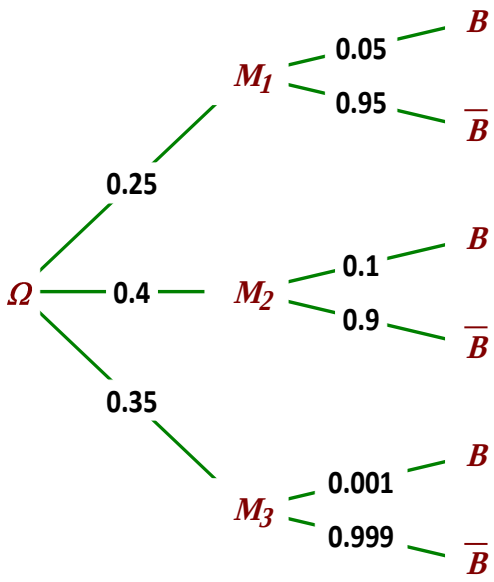
الحادثة B التلميذ يعيد السنة هو ان يكون التلميذ معيد من المتوسطة أو من المتوسطة M_1 أو من المتوسطة M_2 أو من المتوسطة M_3 وعليه:

$P(B)=P(M_1\cap B)+P(M_2\cap B)+P(M_3\cap B)$

باستعمال الشجرة نجد:

$P(B)=0,25\times0,05+0,40\times0,1+0,35\times0,001$

ومنه: $P(B)=0,05285$



التمريـــــن21

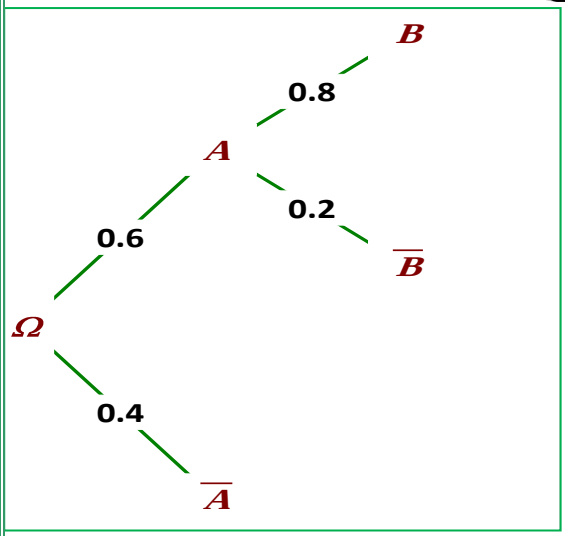
حساب احتمال الحدث B : " الشخص المختار لديه انخفاض معدل مستوى القلوكوز في الدم ".

ليكن A حادث هو الشخص تناول الدواء

و B حادث هو الشخص لدية انخفاض في مستوى القلوكوز في الدم .

لتعيين احتمال الحادث B نستعمل الشجرة المقابلة

باستعمال الشجرة نجد: $P(B)=0,6\times0,8=0,48$



التمريـــــن22

1)حساب احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا.

نسمي A حادث أن يصيب رستم الهدف و B حادث أن يصيب راضي الهدف

الحادثان A و B مستقلان معناه $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

ومنه احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا هو: $P(A\cap B)=0,7\times 0,5=0,35$

2)حساب احتمال ان يصاب الهدف.

احتمال ان يصاب الهدف (من طرف رستم او راضي) هو: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ومنه $P(A\cup B)=0,7+0,5-0,35=0,85$.

التمريـــــن23

1)حساب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A\cap B)$ هل الحادثان A وB مستقلتان ؟لماذا؟

لدينا: الحادث $A=\{1;2\}$ هو:"ظهور عدد اصغر من اويساوي2" ومنه: $P(A)=\frac{2}{6}$

الحادث $B=\{5;6\}$ هو:"ظهور عدد اكبر تماما من 4" ومنه : $P(B)=\frac{2}{6}$

ومنه الحادث $A\cap B=\phi$ وعليه $P(A\cap B)=0$ لان الحادثان A و B غير متلائمين

لحادثتان A وB غير مستقلتين لان $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

استنتاج الاحتمال $P(A\cup B)$.

نعلم: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ ومنه $P(A\cup B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2) هل الحادثتان D و C مستقلتان؟لماذا؟

لدينا: الحادث $D=\{2;4;6\}$ هو :"ظهور عدد زوجي" ومنه: $P(D)=\frac{3}{6}$

الحادث $C=\{1;3;5\}$ هو :"ظهور عدد فردي " ومنه: $P(C)=\frac{3}{6}$

ومنه الحادث $D\cap C=\phi$ وعليه $P(D\cap C)=0$ و لدينا: $P(D)\times P(C)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

وعليه الحادثتان D و C غير مستقلتان لان $P(D\cap C)\neq P(D)\times P(C)$

حساب $P(C)$ ثم حساب بطريقتين مختلفتين $P(D)$.

الجواب السابق $P(C)=\frac{3}{6}$ و $P(D)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

حساب $P(D)$ بطريقة ثانية: $P(D\cup C)=P(D)+P(C)$

نعلم: $(D\cup C)=\{1;2;3;4;5;6\}$ ومنه $P(D\cup C)=1$

وعليه: $P(D)=P(D\cup C)-P(C)=1-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

3) هل الحادثتان D وE مستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(D\cup E)$.

لدينا: الحادث $E=\{2;3;5\}$ هو : "ظهور عدد أولي " ومنه: $P(E)=\frac{3}{6}$

ومنه الحادث $D\cap E=\{2\}$ وعليه $P(D\cap C)=\frac{1}{6}$ و لدينا: $P(D)\times P(E)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

وعليه الحادثتان D وE غير مستقلتان لان $P(D\cap E)\neq P(D)\times P(E)$

حساب الاحتمال $P(D\cup E)$.

نعلم: $P(D\cup E)=P(D)+P(E)$ ومنه $P(D\cup E)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

دستور ثنائي الحدّ

التمريـــــن24

1)باستعمال دستور ثنائي الحد نشر العبارات التالية:

تذكير:دستور ثنائي الحد لنيوتن $(a+b)^n=\sum_{p=0}^{p=n}C_n^p a^{n-p}.b^p$

*ومنه: $(x+1)^3=\sum_{p=0}^{p=3}C_3^p(x)^{3-p}(1)^p=C_3^0(x)^3(1)^0+C_3^1(x)^2(1)^1+C_3^2(x)^1(1)^2+C_3^3(x)^0(1)^3$

ومنه: $(x+1)^3=(x)^3+3(x)^2+3(x)+1$

*$(x-2)^4=\sum_{p=0}^{p=4}C_4^p(x)^{4-p}(1)^p=C_4^0(x)^4(-2)^0+C_4^1(x)^3(-2)^1+C_4^2(x)^2(-2)^2+C_4^3(x)^1(-2)^3+C_4^4(x)^0(-2)^4$

ومنه: $(x-2)^4=x^4-12x^3+32x^2-12x+16$

$(2x-3y)^5=\sum_{p=0}^{p=5}C_5^p(2x)^{5-p}(-3y)^p=32x^5-30(x)^4(y)^1+720(x)^3(y)^2-1040(x)^2(y)^3+810(x)^1(y)^4-243(y)^5$

2- أ) كتابة الحد الذي درجته 10.

لدينا: $\left(x^3-\frac{2}{x^2}\right)^{15}=\sum_{p=0}^{p=15}C_{315}^p(x^3)^{15-p}(-\frac{2}{x^2})^p=\sum_{p=0}^{p=15}(-2)^pC_{315}^p x^{-5p+45}$

يكون الحد درجته إذا كان $-5p+15=10$ ومنه $p=1$

وعليه الحد درجته تساوي 10 هو : $(-2)^1C_{15}^1x^{40}=-30x^{40}$

ب) إيجاد معامل الحد التاسع. باعتبار الترتيب تنازلي من الأكبر درجة إلى الاقل درجة

معامل الحد التاسع نحصل عليه من أجل $p=8$ ومنه معامله هو $(-2)^8C_{15}^8=9884160$

ج) ايجاد الحد الثابت

الحد الثابت هو الذي درجته 0 وعليه يكون الحد ثابت إذا كان $-5p+15=0$ ومنه $p=3$

ومنه الحد الثابت هو $(-2)^3C_{15}^3x^0=-3640$

تمارين اخرى متنوعـة

التمريـــــن25

حساب احتمال كل حادثة :

طريقة السحب على التوالي مع إعادة البطاقة المسحوبة

عدد الحالات الكلية لسحب بطاقتين هو $7^2 = 49$

الحادث A هو:"سحب بطاقتين رقميهما فرديان"

يوجد 4 بطاقات تحمل رقما فرديا من بين 7 بطاقات ومنه عددالحالات الملائمة هي: $4^2 = 16$

ومنه احتمال الحادث **A** هو : $P(A) = \frac{16}{49}$

الحادث B هو" سحب بطاقة رقمها زوجي والأخرى رقمها مربع تام "

يوجد 3 بطاقات تحمل رقما زوجيا و توجد بطاقتان تحمل رقما مربع تام من بين 7 بطاقات

ومنه عددالحالات الملائمة هي: $3^1.2^1.2 = 12$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال B الحادث هو : $P(B) = \frac{12}{49}$

الحادث C هو " سحب بطاقة على الأقل رقمها اولي":

يوجد 4 بطاقات تحمل رقما أوليا من بين 7 بطاقات وهي:2، 3، 5 و7

ومنه عددالحالات الملائمة هي: $4^2 + 4^1.3^1.2 = 16 + 24 = 40$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال Cالحادث هو : $P(C) = \frac{40}{49}$

طريقة2: $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{3^2}{49} = \frac{40}{49}$ حيث $\overline{C}$ الحادث العكسي للحادث C

الحادث D هو " سحب بطاقتين مجموع رقميهما زوجي"

الحادث العكسي لهذا الحادث هو : سحب بطاقتان مجموع رقميهما فردي أي احدهما زوجي والأخرى فردي وعدد الحالات في هذه الحالة هو: $4^1.3^1.2 = 24$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال Dالحادث هو : $P(D) = 1 - \frac{24}{49} = \frac{25}{49}$

التمريـــــن26

1-حساب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

الحادث A هو: "سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما يساوي 6" .

لدينا :خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3

عدد الحالات الكلية لسحب ثلاث كريات في الآن الواحد هو : $C_{10}^3 = 120$

لدينا: جداء ارقام الكريات يساوي 6 معناه كرة رقمها 1 وكرة رقمها 2 وكرة رقمها 3:

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 30$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

الحادث B هو:"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام "

الأعداد مربعها تام هي :9 أو 4 أو1التي يكن تشكيلها عند سحب 3 كريات من الارقام 1 ، 2 ، 3

لدينا:ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام معناه ثلاث كرات تحمل الرقم 1 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 3 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 2 .

ومنه عدد الحالات للحادث B هو: $C_5^3 + C_5^1 \times C_3^2 + C_5^1 \times C_2^2 = 10 + 15 + 5 = 30$

ومنه احتمال الحادث B هو: $P(B) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

الحادث C هو :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "

الاعداد التي تكون اولية وهي جداء 3 أرقام من بين الارقام 1 ، 2 ، 3 هي: 1 ، 2

3كريات جداء ارقامها اولي معناه كرة رقمها 3 وكرتين رقماهما 1 أو كرة رقمها 2 وكرتين رقماهما

عدد الحالات للحادث Cهو: $C_5^2 \times C_3^1 + C_5^2 \times C_2^1 = 50$ ومنه احتمال الحادث Cهو: $P(C) = \frac{50}{120}$

2- أ-تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

X يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات المسحوبة معناه $X = \{1;2;3;4;6;8;9;12;18\}$

$P(X=1) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها يساوي 1

$P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها2

$P(X=3) = \frac{C_5^2 \times C_2^1}{120} = \frac{20}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها3

$P(X=4) = \frac{C_5^1 \times C_3^2}{120} = \frac{15}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 2 وكرة رقمها1

$P(X=6) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} = \frac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها2وكرة رقمها1 وكرة رقمها3

$P(X=8) = \frac{C_3^3}{120} = \frac{1}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 2

$P(X=9) = \frac{C_5^1 \times C_2^2}{120} = \frac{5}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 3 وكرة رقمها 1

$P(X=12)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{120}=\frac{6}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 2 وكرة رقمها 3

$P(X=18)=\frac{C_3^1\times C_2^2}{120}=\frac{3}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها 2 وكرتين رقمهما

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	6	8	9	12	18	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{5}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{3}{120}$	1

ب-حساب الامل الرياضياتي للمتغير X .

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=8} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=8} x_i.P_i=\frac{1\times10+2\times30+3\times20+4\times15+6\times30+8\times1+9\times5+12\times6+18\times3}{120}=\frac{193}{40}$$

التمريـــــن27

حساب احتمال كل حادثة :

عدد الحالات الكلية لسحب كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية هو: $A_5^2=5.4=20$

1)حساب احتمال الحادث A:"سحب كريتين من نفس اللون".

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_2^2+A_3^2=8$ ومنه احتمال A هو: $P(A)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

2) حساب احتمال الحادث B:" سحب كرية بيضاء ثم كرية سوداء"

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهو: $A_2^1.A_3^1=6$ ومنه احتمال الحادث Bهو: $P(B)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

3) حساب احتمال الحادث C:" سحب كريتين مختلفين في اللون" .

عدد الحالات الملائمة للحادث Cهو: $A_2^1.A_3^1+A_3^1.A_2^1=12$ ومنه احتمال Cهو: $P(C)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

التمريـــــن28

1-حساب عدد اللجان المكنة .

القسم مكون من 16 تلميذ بحيث 10 ذكور و 6 اناث واللجنة تتكون من 3 افراد

ومنه عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو: $C_{16}^3=\frac{16!}{3!.13!}=560$

2- أ-حساب احتمال الحادثة E .

الحادثة E هي :" أعضاء اللجنة من نفس الجنس" معناه اللجنة تشمل 3 ذكور أو 3 إناث
عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_{10}^3+C_6^3=120+20=140$

ومنه احتمال الحادث Eهو : $P(E)=\frac{140}{560}=\frac{1}{4}$

ب-استنتج احتمال الحادثة F

الحادثة F هي: أعضاء اللجنة من الجنسين معا." وهي الحادثة العكسية للحادثة E

وعليه احتمال الحادث Fهو : $P(F)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

3-حساب ماهو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا ، وان لا يتواجد بها التلميذ A والتلميذة B في ان واحد .

عدد الحالات هو اختيار التلميذ **A** و 2 من بقية التلاميذ أو اختيار التلميذة **B** و 2 من بقية التلاميذ ثم ننقص منها الحالات التي يكون فيها أعضاء اللجنة من نفس الجنس لان السؤال يشترط أن تتضمن اللجنة اعضاء من الجنسين ولا يكون فيها كل الاعضاء من نفس الجنس.

ومنه: $C_1^1\times C_{15}^2+C_1^1\times C_{15}^2-\left(C_{10}^3+C_6^3\right)=105+105-140=70$

ومنه احتمال هذه الحادثة هو $P(E)=\frac{70}{560}=\frac{1}{8}$

4- تحديد قانون احتمال X ثم حساب الامل الرياضياتي : $E(X)$.

المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الاناث المتواجدة باللجنة ومنه $X=\{0;1;2;3\}$

$P(X=0)=\frac{C_{10}^3}{560}=\frac{120}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة لا تشمل أنثى

$P(X=1)=\frac{C_6^1\times C_{10}^2}{560}=\frac{270}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل أنثى واحدة فقط

$P(X=2)=\frac{C_6^2\times C_{10}^1}{560}=\frac{150}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 2من الإناث

$P(X=3)=\frac{C_6^3}{560}=\frac{20}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 3أنثى من الإناث

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ملخصة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{120}{560}$	$\frac{270}{560}$	$\frac{150}{560}$	$\frac{20}{560}$	1

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times120+1\times270+2\times150+3\times20}{560}=\frac{63}{56}$$

التمريـــــن29

1.إيجاد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6

نعلم ان : $\sum_{i=1}^{i=6} P_i = 1$ مجموع الاحتمالات يساوي 1

ولدينا: P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 هذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

أي: $P_2 = \frac{1}{2}P_1$ ، $P_3 = \frac{1}{4}P_1$ ، $P_4 = \frac{1}{8}P_1$ و $P_5 = \frac{1}{16}P_1$ ، $P_6 = \frac{1}{32}P_1$ و $P_6 = \frac{1}{64}P_1$

وعليه $\sum_{i=1}^{i=6} P_i = 1$ تكافئ $P_1\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1-\frac{1}{2}}\right] = 1$ ومعناه $2P_1\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right) = 1$ أي $P_1 = \frac{32}{63}$

ومنه: $P_2 = \frac{16}{63}$ ، $P_3 = \frac{8}{63}$ ، $P_4 = \frac{4}{63}$ ، $P_5 = \frac{2}{63}$ و $P_6 = \frac{1}{63}$

3-أ) حساب احتمال ظهور رقم زوجي

احتمال ظهور رقم زوجي هو: $P_6 + P_4 + P_2 = \frac{16}{63} + \frac{4}{63} + \frac{1}{63} = \frac{25}{63}$

ب) حساب احتمال ظهور رقم مضاعف للعدد3

احتمال ظهور رقم زوجي هو: $P_6 + P_3 = \frac{16}{63} + \frac{8}{63} = \frac{24}{63} = \frac{8}{21}$

تعريف قانون الإحتمال و حساب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .ومنه: $X = \{1;2;3;4;5;6\}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجاميع
$P(x_i)$	$\frac{32}{63}$	$\frac{16}{63}$	$\frac{8}{63}$	$\frac{4}{63}$	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{63}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=6} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=6} x_i.P_i = \frac{1\times 32 + 2\times 16 + 3\times 8 + 4\times 4 + 5\times 2 + 6\times 1}{63} = \frac{40}{21}$$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $Var(X) = \sum_{i=0}^{i=6} (x_i - E(X))^2.P_i$

$$Var(X)=\frac{(1-\frac{40}{21})^2\times 32+(2-\frac{40}{21})^2\times 16+(3-\frac{40}{21})^2\times 8+(4-\frac{40}{21})^2\times 4+(5-\frac{40}{21})^2\times 2+(6-\frac{40}{21})^2\times 1}{63}=1.42$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{1,42}=1,2$

التمريـــــن30

الزهر1 / الزهر 2	1	2	2	3	4	4
1	2	3	3	4	5	5
2	3	4	4	5	6	6
2	3	4	4	5	6	6
5	6	7	7	8	9	9
5	6	7	7	8	9	9
6	7	8	8	9	10	10

1-ملأ الجدول

2-قيم المجموع هي مجموعة الإمكانيات

$\Omega=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

3-حساب احتمال كل مجموع (قانون الاحتمال)

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

4-احسب الاحتمالات التالية:

$P(A)$ احتمال الحصول على مجموع فردي هو : $P(A)=\frac{1}{36}+\frac{4}{36}=\frac{5}{36}$.

$P(B)$ احتمال الحصول على مجموع مضاعف للعدد 3هو: $P(B)=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

$P(C)$ احتمال الحصول مجموع فردي ومضاعف للعدد 3هو: $P(C)=\frac{5}{36}+\frac{2}{36}=\frac{7}{36}$

$P(D)$ احتمال الحصول مجموع فردي أو مضاعف لـ 3هو: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(C)=\frac{7}{36}$

5)1-أ) **تكملة الجدول:** يلعب شخص اللعبة التالية:

أ)إذا كان المجموع $\{2,3\}$ يربح 100 دج ، ب)إذا كان المجموع $\{4,5\}$ يربح 20 دج

ج)إذا كان المجموع $\{6,7,8\}$ يخسر 45- دج. ، د)إذا كان المجموع $\{9,10\}$ **لا يخسر ولا يربح**.

العلامة	100	20	-45	0
الاحتمال	$\frac{5}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{7}{36}$

ب) حساب الأمل الرياضي، هل هذه اللعبة عادلة؟

الأمل الرياضي: $E(X)=100\times\frac{5}{36}+20\times\frac{9}{36}+(-45)\times\frac{15}{36}+0\times\frac{7}{36}\simeq 0.14$ ومنه اللعبة مربحة

ج) حساب الانحراف المعياري، ماذا تستنتج؟

الانحراف المعياري: $\sigma(X)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2 p_i}$

$$\sigma(X)=\sqrt{\left(100-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{5}{36}+\left(20-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{9}{36}+\left(-45-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{15}{36}+\left(0-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{7}{36}}$$

$$=\sqrt{2332.62}=48.3$$

نستنتج : مع أن اللعبة مربحة إلا أن الربح ذو تشتت كبير وبالتالي لا ينصح بهذه اللعبة.

التمريـــــن31

1) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

تتكون مجموعة أشخاص من 8 رجال و 4أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

عدد الحالات الممكنة لتكوين لجنة هو: $C_{12}^3=\frac{12!}{3!.9!}=220$

حساب احتمال الحادث A "تكوين لجنة تضم 3 رجال ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_8^3=\frac{8!}{3!.5!}=56$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A)=\frac{56}{220}=\frac{14}{55}$

حساب احتمال الحادث " B "تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_8^1\times C_4^2=8.\frac{4!}{2!.2!}=48$

ومنه احتمال الحادث B هو: $P(B)=\frac{48}{220}=\frac{12}{55}$

حساب احتمال الحادث " C "تكوين لجنة تضم إبراهيم ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_1^1\times C_{10}^2=1.\frac{10!}{2!.8!}=45$

ومنه احتمال الحادث C هو: $P(C)=\frac{45}{220}=\frac{9}{44}$

حساب احتمال الحادث D "تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2 = 2.\frac{10!}{2!.8!} = 90$

ومنه احتمال الحادث D هو : $P(D) = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$

2- أ) تعيين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و تعريف قانون احتماله .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $X = \{0;1;2;3\}$

$P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{4}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة لا تشمل أي ذكر.

$P(X=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل رجل و 2 من الإناث

$P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \frac{112}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل رجلين وأنثى

$P(X=3) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 3رجال

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{4}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{56}{220}$	1

ب) حساب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0\times 4 + 1\times 48 + 2\times 112 + 3\times 56}{220} = \frac{440}{220} = 2$$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $Var(X) = \sum_{i=0}^{i=3} (x_i - E(X))^2.P_i$

$$Var(X) = \frac{(0-2)^2\times 4 + (1-2)^2\times 48 + (2-2)^2\times 112 + (3-2)^2\times 56}{220} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}.$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X) = \sqrt{Var(X)}$

ومنه: $\delta(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{6}{11}}$

التمريـــــن32

1) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

أ) حساب احتمال الحادث A "الحصول على كرتين بيضاوين ".

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين هو: $10^2 = 100$

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2 = 49$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(A) = \frac{49}{100}$

ب) حساب احتمال الحادث B "الحصول على كرتين من نفس اللون ".

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين من نفس اللون هو: $7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(B) = \frac{58}{100} = \frac{29}{50}$

2- أ) تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضياتي $E(X)$.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

بحيث تمنح لكل كرة بيضاء العلامة $(\alpha \in \mathbb{R})$ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $X = \{-2\alpha; 0; 2\alpha\}$

$P(X = -2\alpha) = \frac{3^2}{100} = \frac{9}{100}$ معناه احتمال سحب كرة سوداويين

$P(X = 0) = \frac{2 \times 3^1 \times 7^1}{100} = \frac{42}{100}$ معناه احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين

$P(X = 2\alpha) = \frac{7^2}{100} = \frac{49}{100}$ معناه احتمال سحب كرتين بيضاوين

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	-2α	0	2α	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=2} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i=\frac{-2\alpha\times 9+0\times 42+2\alpha\times 49}{100}=\frac{80\alpha}{100}=\frac{4\alpha}{5}$$

ب) تعيين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X)>0$ ومنه $\frac{4\alpha}{5}>0$ ومعناه $\alpha>0$

3)تعيين عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$

عند اضافة $(n-3)$كرة سوداء إلى الصندوق يصبح فيه $(n+7)$منها nكرة سوداء و 7 كرة بيضاء

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين هو: $(n+7)^2$

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2=49$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(A)=\frac{49}{(n+7)^2}$ ولدينا $P(A)=\frac{1}{4}$

ومنه $\frac{49}{(n+7)^2}=\frac{1}{4}$ ومنه $\frac{7}{(n+7)}=\frac{1}{2}$ وعليه $n+7=14$ أي $n=7$

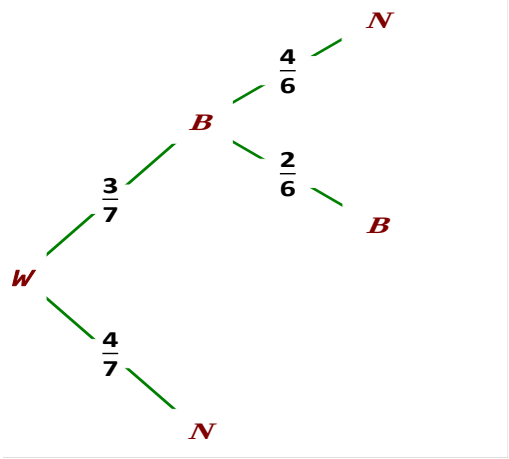
ومنه عدد الكرات السوداء التي نضيفها للصندوق هو: $n=7-3=4$

التمريـــــن33

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

لحساب احتمالات الحوادث المطلوبة

نشكل شجرة الاحتمالات التالية:



1) أ) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

"A الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

باستعمال الشجرة المقابلة نجد: $P(A)=\frac{4}{7}$

"B الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

باستعمال الشجرة المقابلة نجد: $P(B)=\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

ب) استنتاج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

نرمز لهذه الحادثة بالرمز C

الحادثة C هو لانجري السحبة الثالثة يجب ان نتوقف عند السحبة الأولى أو عند السحبة الثانية

أي "سحب كرة سوداء في المرة الأولى " أو "سحب كرة سوداء في المرة الثانية"

نستنتج أن: $P(C)=P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$

2- اعطاء قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضياتي

X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها ومنه $X=\{1;2;3;4\}$

$P(X=1)=P(A)=\frac{4}{7}=\frac{20}{35}$ معناه احتمال سحب كرة سوداء في المرة الاولى

$P(X=2)=P(B)=\frac{2}{7}=\frac{10}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء

$P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}=\frac{4}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الثالثة سوداء

$P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\frac{1}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الرابعة سوداء

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{20}{35}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i=\frac{1\times 20+2\times 10+3\times 4+4\times 1}{35}=\frac{56}{35}$$

التمريـــــن34

1-حساب احتمال ظهور وجه يحمل الرقم 6.

نعلم أن: $\sum_{i=1}^{i=6} P_i=1$ ومنه $P_6=1-\sum_{i=1}^{i=5} P_i=1-(0,1+0,2+0,3+0,1+0,15)=0,15$

2-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا.

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا هو:

$$P_1+P_3+P_5=0,1+0,3+0,15=0,55$$

3-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4.

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4 هو:

$$\sum_{i=5}^{i=6} P_i=P_5+P_6=0,15+0,15=0,30$$

4-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019

لدينا: $2019 = 3 \times 673$ ومنه قواسم العدد 2019 هي 1 ، 3 ، 673 و 2019

ومنه الأعداد التي تقسم 2019 الأصغر من أو تساوي 6 هي 1 و 3

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019 هو: $P_1 + P_3 = 0,1 + 0,3 = 0,40$

التمريـــــن35

حساب احتمال الحوادث التالية:

نعتبر C حادثة يلبس ربطة عنق و B حادثة يلبس قميص أبيض والجدول التالي يحدد عدد كل صنف من المجموعة

	C	$\overline{C}$	المجموع
B	50	35	85
$\overline{B}$	70	95	165
المجموع	120	130	250

1- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق.

باستعمال الجدول السابق نجد: $P(C) = \frac{120}{250} = \frac{12}{25}$

2- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق وقميص أبيض.

باستعمال الجدول السابق نجد: $P(B \cap C) = \frac{50}{250} = \frac{1}{5}$

3- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق أو قميص أبيض.

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{85}{250} + \frac{120}{250} - \frac{50}{250} = \frac{155}{250} = \frac{31}{50}$$

4-حساب احتمال ان يكون رجلا لا يلبس ربطة عنق ولا يلبس قميص أبيض.

$$P(\overline{B} \cap \overline{C}) = \frac{95}{250} = \frac{19}{50}$$

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

شعبة التسيير والاقتصاد

التمرين36: دورة 2019 م1

لحساب الاحتمالات المطلوبة نشكل الجول التالي

	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

1)حساب احتمال الحصول على رقمين زوجيين.

عدد الحالات الكلية هو 36 .نسمي A حادث الحصول على رقمين زوجيين.

لدينا: $A=\{(2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;6);(6;4);(6;6);(6;2);(4;4)\}$ وعددها 9 .

وعليه احتمال الحادث A هو $P(A)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

2)حساب احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6

نسمي Bحادث الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6

$B=\{(1;6);(2;3);(6;1);(3;2)\}$ وعددها 4 وعليه احتمال الحادثB هو $P(B)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

3)حساب احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر.

نسمي Cحادث الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر

لدينا: $C=\{(1;2);(2;4);(3;6);(2;1);(4;2);(6;3)\}$ وعددها 6 .

وعليه احتمال الحادثC هو $P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

4)حساب احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2

نسمي Dحادث الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2

لدينا: $D=\{(2;2);(2;4);(2;1);(4;2);(1;2)\}$ وعددها 5 .

وعليه احتمال الحادثC هو $P(D)=\frac{5}{36}$

التمرين37: دورة 2 م 2019

1)حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0.....(E)$

لدينا: (E) تكافئ $(x^2-5x+6)=0.....(1)$ أو $(4x^2+3x-1)=0....(2)$

$(x^2-5x+6)=0.....(1)$ المميز $\Delta=25$ ومنه $x_1=2$ أو $x_2=3$

$(4x^2+3x-1)=0....(2)$ المميز $\Delta=25$ ومنه $x_1=-1$ أو $x_2=\frac{1}{4}$

وعليه حلول المعادلة (E) هي $S=\left\{2;3;-1;\frac{1}{4}\right\}$

2) تحديد قيمة العدد الحقيقي α.

لدينا: $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$

نعلم أن: $\sum_{i=1}^{i=6}P_i=1$ ومنه $3\alpha^2+\alpha^2+\alpha+2\alpha=1$ وتكافئ $4\alpha^2+3\alpha-1=0$

ومنه $\alpha=-1$ (مرفوض لأن الإحتمال موجب) أو $\alpha=\frac{1}{4}$ وهو المطلوب

3) حساب احتمال الأحداث التالية :

حساب احتمال الحادث A: " سحب كرية تحمل رقما فرديا "

احتمال A: " سحب كرية تحمل رقما فرديا " هو:

$P(A)=3\alpha^2+\alpha=3\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{7}{16}$:

حساب احتمال الحادث B: " سحب كرية تحمل الرقم 4 "

احتمال B: " سحب كرية تحمل الرقم 4 " هو :

$P(B)=2\alpha=\frac{1}{2}$:

حساب احتمال الحادث C: " سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3"

احتمال C: " سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3" هو :

$P(C)=p_1+p_2+p_3=4\alpha^2+\alpha=\frac{1}{2}$

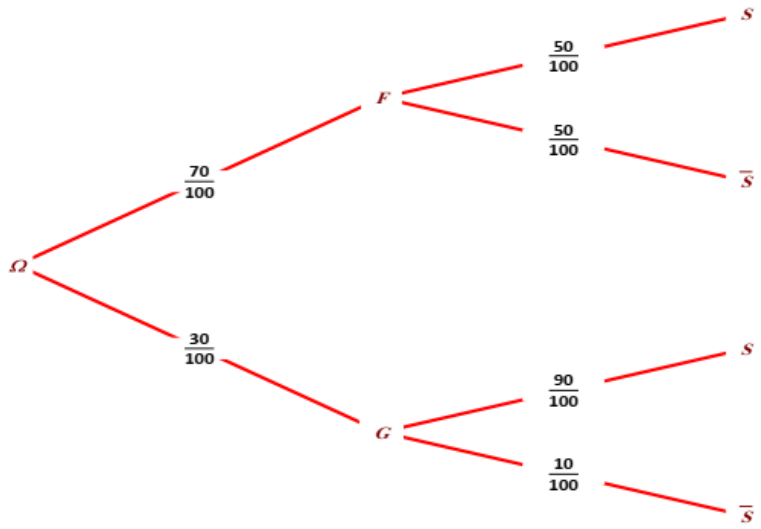
حساب احتمال الحادث D: " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) "

احتمال D: " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) " هو:

$P(D)=p_2+p_3=\alpha^2+\alpha=\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$

التمرين38: دورة 2018 م1 بتصرف

1- انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .



2-حساب الاحتمالات التالية: $P(S)$ ، $P(G\cap\bar{S})$ ، $P_{\bar{S}}(F)$ و $P_S(G)$

*$P(S)$هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم يمارس هذه الرياضة

أي التلميذ المختار انثى تمارس هذه الرياضة أو ذكر يمارس هذه الرياضة وعليه:

$$p(S)=p(F\cap S)+p(G\cap S)=\frac{70}{100}\times\frac{50}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{100(35+27)}{10^4}=\frac{62}{10^2}=0,62$$

*$P(G\cap\bar{S})$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم ذكر ويمارس هذه الرياضة

وعليه $P(G\cap\bar{S})=P(G)\times P_G(\bar{S})=\frac{30}{100}\times\frac{10}{100}=\frac{3}{100}=0,03$

*$P_{\bar{S}}(F)$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم انثى علما انها **لا تمارس** هذه الرياضة

وعليه $P_{\bar{S}}(F)=\frac{P(F\cap\bar{S})}{P(\bar{S})}=\frac{P(F\cap\bar{S})}{1-P(S)}=\frac{\frac{70}{100}\times\frac{50}{100}}{1-\frac{6200}{10^4}}=\frac{3500}{3800}=0,92$

*$P_S(G)$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم ذكرا علما انه تمارس هذه الرياضة

وعليه $P_S(G)=\frac{P(G\cap S)}{P(S)}=\frac{30\times90}{6200}=\frac{27}{62}=0,44$

3-استقلالية الحدثين G و $\bar{S}$

الحادثتان G و $\bar{S}$ غير مستقلتين لأن: $P(G\cap\bar{S})\neq P(G)\times P(\bar{S})$

لأن: $P(G\cap\bar{S})=0,03$ و $P(G)\times P(\bar{S})=0,3\times0,01=0.003$

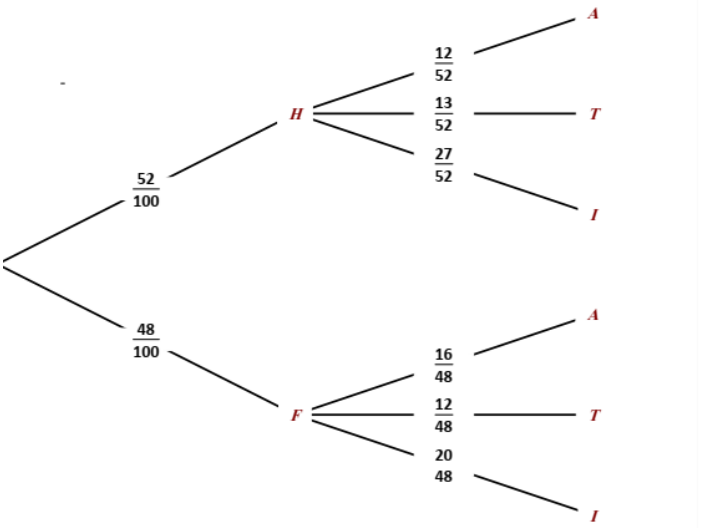
التمرين39: دورة 2018 م2 بتصرف

1-أ) تبيّان أن احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=0,52$

	الاداريون A	المهندسون I	العمال T	المجموع
رجال	12 %	13 %	27 %	52 %
نساء	16 %	12 %	20 %	48 %
المجموع	28 %	25 %	47 %	100 %

احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=\frac{12+13+27}{100}=\frac{52}{100}=0,52$

انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .



حساب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$.

$P(H\cap T)$ هو احتمال ان يكون الموظف المختار رجلا وعاملا أي:

$$P(H\cap T)=P(H)\times P_H(T)=\frac{52}{100}\times\frac{27}{52}=\frac{27}{100}$$

$P(F\cap I)$ هو احتمال ان يكون الموظف المختار امرأة و مهندسة أي:

$$P(F\cap I)=P(F)\times P_F(I)=\frac{48}{100}\times\frac{12}{48}=\frac{12}{100}$$

3- حساب حتمال ان يكون الموظف مهندسا.

احتمال ان يكون الموظف مهندسا هو ان يكون رجلا مهندسا أو إمراة مهندسة

$$P(I)=P(H\cap I)+P(F\cap I)=P(H)\times P_H(I)+P(F)\times P_F(I)=\frac{13}{100}+\frac{12}{100}=\frac{25}{100}=0,25$$

4-حساب احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري.

احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري هو الإحتمال الشرطي $P_H(A)=\frac{P(H\cap A)}{P(A)}$

حيث: $P(H\cap A)=P(H)\times P_H(A)=\frac{52}{100}\times\frac{3}{13}=0;12$

$$P(A)=P(H\cap A)+P(F\cap A)=P(H)\times P_H(A)+P(F)\times P_F(A)=\frac{12}{100}+\frac{16}{100}=\frac{28}{100}=0,28$$

ومنه: $P_H(A)=\frac{P(H\cap A)}{P(A)}=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$

التمرين40: دورة 2017 م2

تعيين الإقتراح الصحيح مع التبرير :

1) A و B حادثتان مستقلتان ، معناه : $p(A\cap B)=p(A)\times p(B)$.

أي : $p(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}=\dfrac{0,03}{0,4}=0,075$ ، إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

2) A و B حادثتان ، $p(A\cap B)=\dfrac{3}{100}$ و $p_A(B)=\dfrac{1}{4}$. لدينا : $p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$.

ومنه : $p(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p_A(B)}=\dfrac{\frac{3}{100}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{3\times 4}{100}=\dfrac{3}{25}$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (أ)** .

3) A و B حادثتان : $p(A)=0,4$ و $p(B)=0,5$ ، $p(\overline{A\cup B})=0,55$.

لدينا: $p(A\cup B)=1-p(\overline{A\cup B})=1-0,55=0,45$ ، نعلم أنّ: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

أي: $p(A\cap B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)$. ومنه : $p(A\cap B)=0,4+0,5-0,45=0,45$.

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

4) لدينا من الجدول : $0,12+0,50+\beta+0,30=1$ أي : $\beta=1-0,12-0,50-0,30=0,08$.

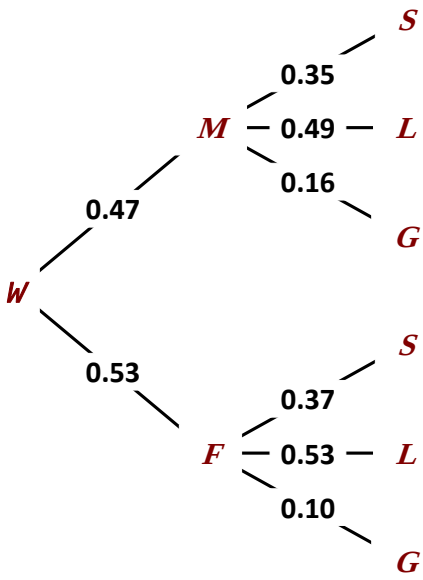
لدينا أيضا : $(-2)0,12+(-1)0,50+(\alpha)0,08+(3)0,3=0,32$ ، ومنه : $\alpha=\dfrac{0,32+0,74-0,9}{0,08}=2$

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ج)** .

التمرين41: دورة 2017 م1

1) شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية :

أنظر الشكل الشجرة أدناه



2) حساب إحتمال الحوادث :

أ)حادثة المترشح أنثى و من شعبة التسيير و الإقتصاد

$p(A)=p(F\cap G)=0,53\times 0,10=0,053$.

ب) حادثة المترشح من شعبة التسيير و الإقتصاد :

$p(B)=p(M\cap G)+p(F\cap G)$ أي :

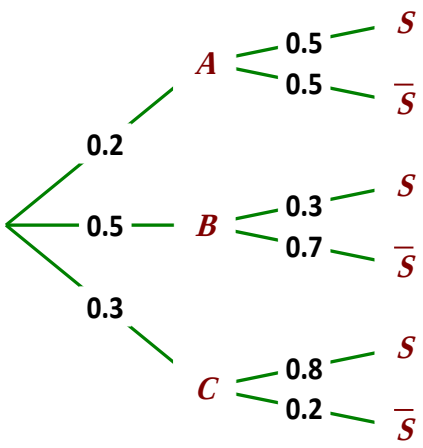
$p(B)=p(G)=0,0752+0,053=0,1282$

لأن : $p(M\cap G)=0,47\times 0,16=0,0752$.

ج) حادثة المترشح أنثى علما أنه من شعبة التسيير :

$p(C)=p_G(F)=\dfrac{p(F\cap G)}{p(G)}$ ، أي : $p(C)=\dfrac{0,053}{0,1282}=0,4134$.

التمرين42: دورة 2016 م2



1) إكمال شجرة الإحتمالات : أنظر الشكل المقابل .

2) أ) حساب إحتمال الحوادث التالية :

$$p(A\cap S)=p(A)\times p_A(S)=0,2\times 0,5=0,10$$

$$p(B\cap S)=p(B)\times p_B(S)=0,5\times 0,3=0,15$$

$$p(C\cap S)=p(C)\times p_C(S)=0,3\times 0,8=0,24$$

ب) إستنتاج أن يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة

أي: $p(S)=p(A\cap S)+p(A\cap S)+p(C\cap S)$.

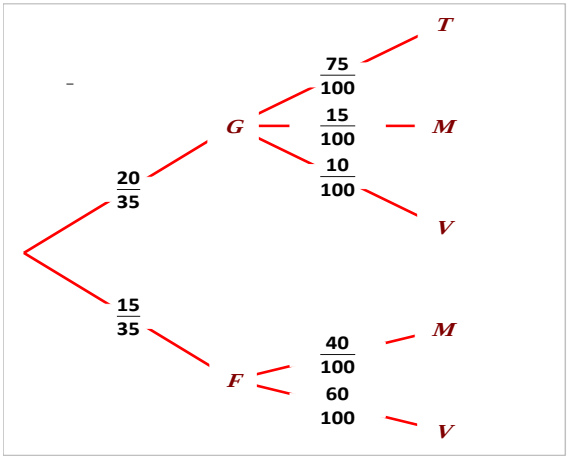
ومنه : $p(S)=0,10+0,15+0,24=0,49$.

3) حساب الإحتمال الشرطي : $p_{\overline{S}}(B)$:

$$P_{\overline{S}}(B)=\frac{P(B\cap\overline{S})}{P(\overline{S})}=\frac{P(B\cap\overline{S})}{1-P(S)}=\frac{0.5\times 0.7}{1-0.49}=0.686$$

لأن : $p(\overline{S})=1-p(S)=1-0,49=0,51$ و $p(B\cap\overline{S})=p(B)\times p_B(\overline{S})=0,5\times 0,49=0,245$

التمرين43: دورة 2012 م1 بتصرف



1) إنجاز شجرة الإحتمالات :

أنظر الشكل الموالي :

2) حساب $p(V)$ إحتمال أن تتحقق الحادثة V :

$p(V)=p(G\cap V)+p(F\cap V)$ ، أي :

$p(V)=\frac{2}{35}+\frac{9}{35}=\frac{11}{35}$ ، ومنه : $p(V)=\frac{11}{35}$.

3) حساب الإحتمال الشرطي $p_V(G)$:

$p_V(G)=\frac{p(G\cap V)}{p(V)}$ ، أي : $p_V(G)=\frac{\frac{2}{35}}{\frac{11}{35}}=\frac{2}{11}$ ومنه : $p_V(G)=\frac{2}{11}$.

4) حساب إحتمال أن يكون التلميذ لا يمارس كرة القدم :

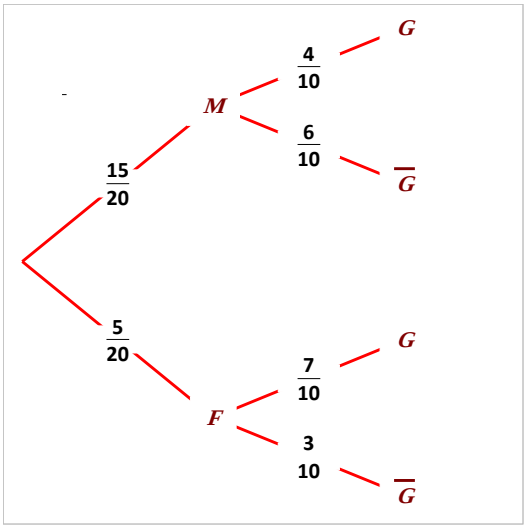
أي نحسب إحتمال الحادثة العكسية لحادثة التلميذ يمارس كرة القدم ، و ذلك بحساب $p(\overline{T})$:

$p(\overline{T})=1-p(T)$ ، أي : $p(\overline{T})=1-\frac{3}{7}=\frac{7-3}{7}=\frac{4}{7}$.

ومنه إحتمال حادثة التلميذ لا يمارس كرة القدم هو : $\frac{4}{7}$.

(ننوّه أنه لا يوجد من البنات من تمارس كرة القدم) .

التمرين44: دورة 2013 م1



تعيين الجواب الصحيح مع التبرير :

(نقوم بنمذجة الوضعية بشجرة الإحتمالات لتسهيل الحل)

1)إحتمال أن يكون الكتاب المختار خاص بالرياضيات :

من شجرة الإحتمالات : $p(M)=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (أ)** .

2)إحتمال أن يكون الكتاب المختار خاص بشعبة التسيير:

$$p(G)=p(M\cap G)+p(M\cap G)=(\frac{3}{4}\times\frac{4}{10})+(\frac{1}{4}\times\frac{7}{10})$$

أي : $p(G)=\frac{12}{40}+\frac{7}{40}=\frac{19}{40}=0,475$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

3) إحتمال أن يكون الكتاب رياضيات خاص بشعبة التسيير:

$p(M\cap G)=p(M)\times p(G)=\frac{3}{4}\times\frac{4}{10}$ ، أي : $p(M\cap G)=\frac{3}{10}=0,3$

. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ج)** .

4) الإحتمال الشرطي $p_G(M)$.

$p_G(M)=\frac{p(M\cap G)}{p(G)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{19}{40}}=\frac{12}{19}$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

التمرين45: دورة 2008

1-أ)حساب إحتمال الحصول على كرة واحدة تحمل الرقم 1

نسمي A الحادثة: "الحصول على كرة تحمل الرقم 1 " ومنه: $P(A)=\frac{C_3^1}{C_7^1}=\frac{3}{7}$

ب) حساب إحتمال الحصول على كرة لونها أحمر وتحمل تحمل الرقم 1

نسمي B الحادثة: "الحصول على كرة لونها أحمر "

ونسمي $A\cap B$ الحادثة : "الحصول على كرة حمراء تحمل الرقم 1 "

عدد الكرات الحمراء التي تحمل الرقم 1 هو 2 ومنه $P(A\cap B)=\frac{C_2^1}{C_7^1}=\frac{2}{7}$

ومنه الإحتمال المطلوب هو : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{2}{7}\times\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$

2-أ) حساب إحتمال الحصول كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا

نسمي Cالحادثة: "الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا "

عدد الكرات الفردية هو 3 و عدد الكرات الإجمالي هو 7

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا هو $A_3^2 = 6$

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين هو $A_7^2 = 42$

وعليه الاحتمال المطلوب هو: $P(C) = \frac{A_3^2}{A_7^2} = \frac{1}{7}$

ب) حساب إحتمال الحصول كرتين من نفس اللون.

نسمي D الحادثة: "الحصول على كرتين نفس اللون"

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين من نفس اللون هو $A_3^2 + A_4^2 = 6 + 12 = 18$

وعليه الإحتمال المطلوب هو: $P(D) = \frac{A_3^2 + A_4^2}{A_7^2} = \frac{3}{7}$.

ج) حساب إحتمال الحصول كرتين مجموع رقميهما الظاهرين3

نسمي E الحادثة: "الحصول على كرتين مجموع رقميها الظاهرين 3"

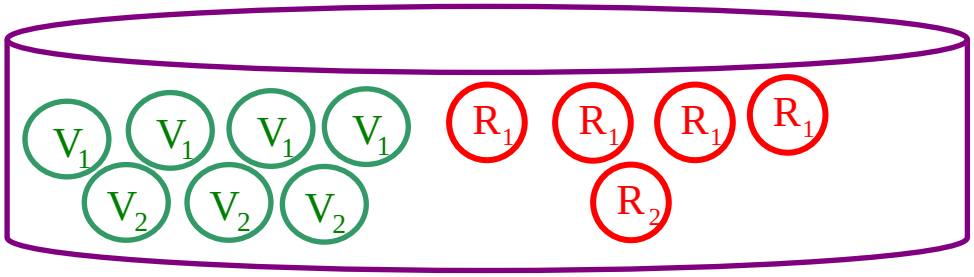
ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين مجموع الرقمين الظاهرين 3 هو $A_3^1 \times A_3^1 = 9$

وعليه الإحتمال المطلوب هو: $P(E) = \frac{A_3^1 \times A_3^1}{A_7^2} = \frac{3}{14}$.

شعبة: علوم تجريبية

التمرين46: دورة 2019 م1

محتوى الكيس



1) إثبات أن احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{31}{66}$ وحساب الحادث B

الحادث A هو سحب كرتين من نفس اللون من بين 12 كرة في أن واحد

عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من بين 12 كرة هو: $C_{12}^2=\frac{12!}{2!(10)!}=66$

عدد الحالات الملائمة لسحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين حمروين أو سحب كرتين خضروين هو: $C_5^2+C_7^2=\frac{5!}{2!(3)!}+\frac{7!}{2!(5)!}=10+21=31$

وعليه احتمال الحادث A هو : $\boxed{P(A)=\frac{31}{66}}$

الحادث Bهو سحب كرتين تحملان نفس الرقم من بين 12 كرة في أن واحد

عدد الحالات الملائمة لسحب كرتين من نفس الرقم أي سحب كرتين من بين 8 كرات تحمل الرقم 1 أو سحب كرتين من بين 4 كرات تحمل الرقم 2 هو:

$C_8^2+C_4^2=\frac{8!}{2!(6)!}+\frac{4!}{2!(2)!}=28+6=34$ وعليه احتمال الحادث A هو : $\boxed{P(B)=\frac{34}{66}}$

2) حساب احتمال الحادث سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما انهما من نفس اللون

احتمال حادث سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما انهما من نفس اللون هو الاحتمال الشرطي التالي : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

الحادث $A\cap B$ هو سحب كرتين من نفس اللون ومن نفس الرقم أي سحب كرتين حمراوين وتحملان الرقم 1 أو كرتين خضراوين تحملان الرقم 1 أو كرتين خضراوين تحملان الرقم 2

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^2+C_4^2+C_3^2=\frac{4!}{2!(2)!}+\frac{4!}{2!(2)!}+\frac{3!}{2!(1)!}=15$ وعليه $\boxed{P_A(B)=\frac{15}{66}}$

3)تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X حساب أمله الرياضياتي E(X)

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس بعد سحب كرتين من الكيس في أن واحد.

عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق هو: 3 عند سحب كرتين حمراوين أو 4 عند سحب كرة حمراء واحدة فقط أو 5 عند عدم سحب كرة حمراء

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X=\{3;4;5\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	3	4	5	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$	1

حيث: إحتمال سحب كرتين حمراوين هو: $P(X=3)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}$

إحتمال سحب كرة حمراء واحدة فقط هو: $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{35}{66}$

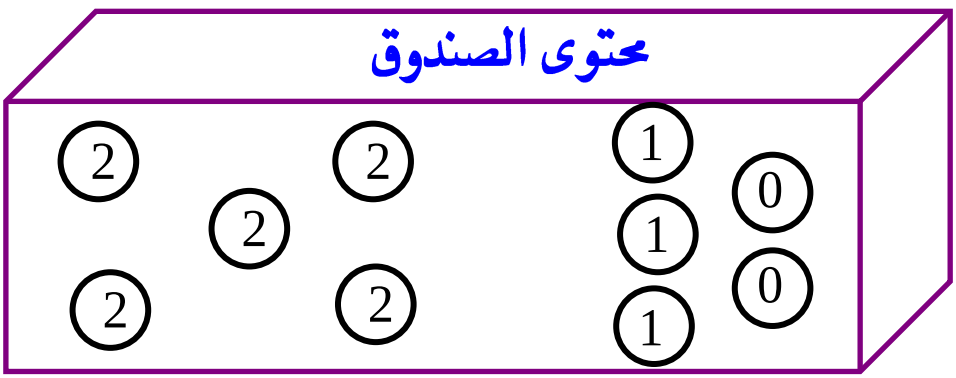
إحتمال عند عدم سحب كرة حمراء هو: $P(X=5)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2} x_i.P_i=\frac{3\times 10+4\times 35+5\times 21}{66}=\frac{275}{66}$$

التمرين47: دورة 2019 م2



1) تعريّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

المتغير العشوائي X يرفق بكل سحب: جداء الأرقام المسجلة على الكرات المسحوبة

جداء الأرقام المسجلة على الكرات هو: 0 ،1 ،2 ،4 و8

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X=\{0;1;2;4;8\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ الموضح كما يلي:

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 0 .

أي :سحب كرتين رقميهما 0 واخرى لا يساوي 0 أوكرة تحمل الرقم 0 وكرتين لا تحملان الرقم 0 هو: $P(X=0)=\dfrac{C_2^2\times C_8^1+C_2^1\times C_8^2}{C_{10}^3}=\dfrac{8+56}{120}=\dfrac{64}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 1 .

أي :سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 1 هو: $P(X=1)=\dfrac{C_3^3}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 2 .

أي :سحب كرتين تحملان الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 2 هو: $P(X=2)=\dfrac{C_3^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\dfrac{15}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 4 .

أي :سحب كرتين تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 1 هو: $P(X=4)=\dfrac{C_3^1\times C_5^2}{C_{10}^3}=\dfrac{30}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 8 .

أي :سحب ثلاث تحمل الرقم 2 هو: $P(X=8)=\dfrac{C_5^3}{C_{10}^3}=\dfrac{10}{120}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	4	8	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$	1

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=4}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=4}x_i.P_i=\frac{0\times 64+1\times 1+2\times 15+4\times 30+8\times 10}{120}=\frac{231}{120}=\frac{77}{40}$$

2) تبيان ان احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$

عدد الكريات التي تحمل رقما زوجيا هو: 7 كريتين تحملان الرقم 0 و5 كريات تحمل الرقم2 وعدد الحالات الملائمة هو: $C_7^3 = \frac{7!}{3!\ 4\ !} = 35$

وعليه احتمال هذا الحادث هو: $\frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$

3) حساب احتمال سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداءهما زوجي

السحب في هذه الحالة : على التوالي ودون ارجاع

عدد الحالات الكلية لسحب كرتين على التوالي ودون ارجاع هو: $A_{10}^2 = \frac{10!}{10-2\ !} = 90$

نسمي B حادث سحب كرتين تحملان رقميين مجموعهما فردي

ونسمي C حادث سحب كرتين تحملان رقميين جداءهما زوجي

احتمال سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداءهما زوجي هو $P_C(B)$

نعلم أن الاحتمال الشرطي $P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)}$

حيث: $P(B \cap C)$ احتمال حادث سحب كريتين مجموع رقميهما فردي وجداءاهما زوجي

الحادث $B \cap C$ معناه سحب كرية رقمها 0 والاخرى رقمها1 أو رقمها 2 والاخرى رقمها1

أي: $P(B \cap C) = \frac{(A_2^1 \times A_3^1 + A_3^1 \times A_5^1)2}{A_{10}^2} = \frac{(2\times 3+3\times 5)2}{90} = \frac{42}{90}$

الحادث C معناه سحب كريتين رقمهما زوجيين أو احدهما رقمها زوجي والاخرى فردي

أي $P(C) = \frac{A_7^2 + A_3^1 \times A_7^1 \times 2}{A_{10}^2} = \frac{42+42}{90} = \frac{84}{90}$ وعليه $P_C(B) = \frac{42}{90}.\frac{90}{84} = \frac{1}{2}$.

التمرين48: دورة 2018

1-أ) حساب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

يحتوي صندوق 10كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس،منها اربع كريات بيضاء مرقمة بـ:1،2،2،3 ثلاث كريات مرقمة حمراء مرقمة بـ:2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:2 ، 3 ، 3

عدد الحالات الكلية لسحب ثلاث كرات في آن واحد هو: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!.7!} = 120$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1 = 4\times 3\times 3 = 36$

ومنه احتمال الحادث A هو: $\boxed{P(A) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}}$

عدد الحالات الملائمة للحادث B هو : $C_4^3 + C_5^3 = 4 + 10 = 14$

ومنه احتمال الحادث B هو: $\boxed{P(B) = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}}$

ب) بيّن أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

الحادث $A \cap B$ هو الحصول ثلاث كرات تحمل الوان العلم الوطني وتحمل نفس الرقم
سحب كرة بيضاء تحمل الرقم3 وكرة حمراءتحمل الرقم3 وكرة خضراء تحمل الرقم3 أو كرة بيضاء تحمل الرقم2 وكرة حمراءتحمل الرقم2 وكرة خضراء تحمل الرقم2

ومنه عدد الحالات الملائمة لهذا الحادث هو: $C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 = 2 + 4 = 6$

ومنه احتمال الحادث B هو: $\boxed{P(A \cap B) = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}}$

نعلم أن : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ومنه $P_A(B) = \frac{6}{120} \times \frac{120}{36} = \frac{1}{6}$

نعلم أن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ومنه: $P(A \cup B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{36+14-6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$

2)تعرّيف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

ملاحظة: توجد 5 كرات تحمل رقما فرديا و 5 كرات تحمل رقما زوجيا

المتغير العشوائي X يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X = \{0;1;2;3\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ الموضح كما يلي:

*إحتمال سحب ثلاث كرات كلها زوجية لا توجد أية كرة تحمل رقما فرديا

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 0) = \frac{C_5^0 \times C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{10}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات واحدة تحمل رقم فردي وكرتان تحمل رقم زوجي .

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{50}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات واحدة تحمل رقمزوجي وكرتان تحمل رقم فردي

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{50}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل رقما فرديا

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X=3)=\frac{C_5^0\times C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{10}{120}$	1

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i$

ومنه: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times10+1\times50+2\times50+3\times10}{120}=\frac{180}{120}=\frac{3}{2}$

التمرين49: دورة 2008 ع تجريبية نموذج وزاري

1-أ) حساب احتمالات الحوادث التالية:A ، B و C

*الحادثة A هي: " يسحب اللاّعب كرية بيضاء واحدة فقط " أي سحب كرية واحدة بيضاء من بين 5 كريات بيضاء و كريتين سوداويين من بين 7 كريات خضراء

ومنه عدد الحالات الملائمة هو: $C_5^1\times C_7^2=5\times21=105$

وعدد الحالات الكلية هو: $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(A)=\frac{105}{220}=\frac{21}{44}$

*الحادثة B هي: " يسحب اللاّعب كريتيْن بيضاويْن فقط " أي سحب كريتين بيضاوين من بين 5 كريات بيضاء و كرية واحدة سوداء من بين 7 كريات خضراء

ومنه عدد الحالات الملائمة هو $C_5^2\times C_7^1=10\times7=70$

وعدد الحالات الكلية هو $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(B)=\frac{70}{220}=\frac{7}{22}$

*الحادثة C هي: " يسحب اللاّعب 3 كريات بيضاء " أي سحب ثلاث كريات بيضاء من بين 5 كريات بيضاء . ومنه عدد الحالات الملائمة هو $C_5^3=10$

وعدد الحالات الكلية هو $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(C)=\frac{10}{220}=\frac{1}{22}$

ب) تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

و ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرق بكلّ سحب، مجموع الرّبح المحصّل .

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X = 0;10;20;30$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي ملخص في الجدول التالي:

x_i	0	10	20	30
$P(X = x_i)$	$\frac{35}{220}$	$\frac{105}{220}$	$\frac{70}{220}$	$\frac{10}{220}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{12}^3}=\frac{35}{220}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو: $P(X=10)=\frac{C_5^1\times C_7^2}{C_{12}^3}=\frac{105}{220}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X=20)=\frac{C_5^2\times C_7^1}{C_{12}^3}=\frac{70}{220}$

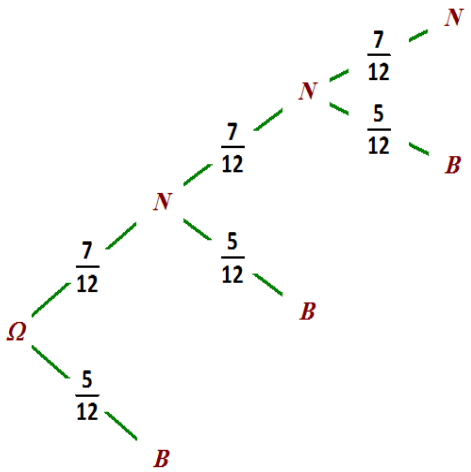
* إحتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو: $P(X=30)=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{10}{220}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i=\frac{0\times 35+10\times 105+20\times 70+30\times 10}{220}=\frac{2750}{220}=\frac{275}{22}=12,5$$

2)حساب إحتمالات الحوادث التالية:



لحساب إحتمالات الحوادث D ، E ، F و G

نشكل شجرة الإحتمالات التالية.

D : " يربح اللاّعب في السّحب الأوّل ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد $P(D)=\frac{5}{12}$

E : " يربح اللاّعب في السّحب الثاني ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد $P(E)=\frac{7}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{35}{144}$

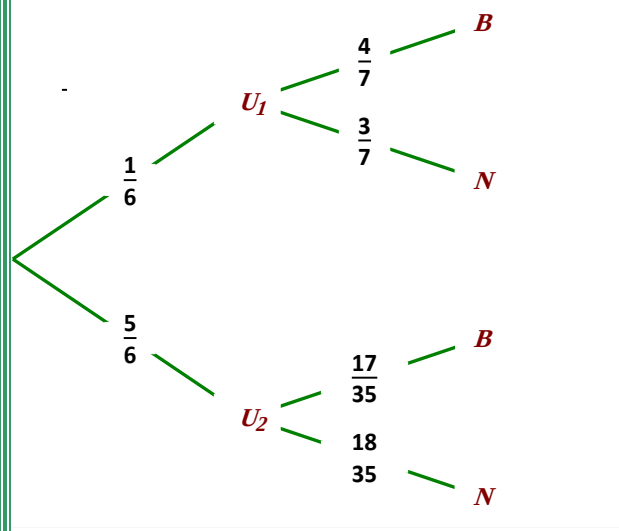
F : " يربح اللاّعب في السّحب الثالث ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد: $P(F)=\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{245}{1728}$

G : " لا يربح اللاّعب أي شئ ". $P(G)=\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}$

التمرين50 دورة 2008 نموذج وزاري

للإجابة على الأسئلة يمكن تشكيل الشجرة التالية



1. البرهان أنّ إحتمال سحب قريصة بيضاء هو 0,5.

إحتمال سحب كرة بيضاء:

$$P(\mathrm{B})=\frac{1}{6}\times\frac{4}{7}+\frac{5}{6}\times\frac{17}{35}=\frac{4}{42}+\frac{17}{42}=0.5$$

2. إحتمال سحب كرة من الكيس U_1 علما أنها بيضاء:

$$P_{\mathrm{B}}(U_1)=\frac{P(\mathrm{B}\cap U_1)}{P(\mathrm{B})}=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{21}\times\frac{2}{1}=\frac{4}{21}$$

شعبة: تقني رياضي

التمرين51: دورة 2019 ت ر م1

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء تحمل الارقام 1 ،2 و3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 و 2 . نسحب من الكيس ثلاث كرات في أن واحد.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

تعيين الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير

1)تعيين قيم المتغير العشوائي

الإجابة جـ صحيحة: التبرير

عدد الكرات السوداء هو 2وعليه قيم المتغير العشوائي هي:0 أو 1 أو 2 أي $X=\{0;1;2\}$

الإجابة جـ صحيحة

2)تعيين قيمة الامل الرياضي

الإجابة ب صحيحة :التبرير

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

حيث: إحتمال عدم سحب اية كرة سوداء هو: $P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$

إحتمال سحب كرة سوداء واحدة فقط هو: $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}$

إحتمال سحب كرتين سوداوين هو: $P(X=2)=\frac{C_2^2.C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i=\frac{0\times1+1\times6+2\times3}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

3)حساب احتمال سحب كرة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة

الإجابة جـ صحيحة :التبرير

نسمي A حادث سحب سوداء ونسمي B حادث سحب تحمل الرقم 1

احتمال حادث سحب سوداء و تحمل الرقم 1 هو $P(A\cap B)$

توجد كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 وعليه: $P(A\cap B)=\frac{C_1^1.C_4^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

4)حساب احتمال سحب كرة تحمل باقي قسمة مجموع مربعات الارقام التي تحملها الارقام المسحوبة على 13 هو 1 .

الإجابة أ صحيحة:التبرير

نسمي C حادث سحب كرة تحمل باقي قسمة مجموع مربعات الارقام التي تحملها الارقام المسحوبة على 13 هو 1 .

لدينا مجموع مربعات الارقام المسحوبة هو: $1^2+2^2+3^2=14$ وباقي قسمة 14 على 13 هو 1

وعليه عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1\times C_2^1\times C_1^1=4$

ومنه الإحتمال المطلوب هو $P(C)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1}{C_5^3}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

التمرين52: دورة 2019 ت ر م2

1) حساب احتمال الحوادث التالية :

عدد الحالات الممكنة هي: $C_9^3=\frac{9!}{3!.6!}=84$

أ)حساب احتمال الحادثة A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

عدد الحالات الملائمة للحادث A هي: $C_4^1\times C_5^2=4\times 10=40$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A)=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}$

ب) حساب احتمال الحادثة B: "الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر".

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهي: $C_4^2\times C_5^1+C_4^1\times C_5^2+C_5^3=30+40+10=80$

ومنه احتمال الحادث Bهو: $P(B)=\frac{80}{84}=\frac{20}{21}$

ج) حساب احتمال الحادثة C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية".

الاعداد غير الأولية هي:

1 و 4 وعددها 4 أرقام و بالتالي : عدد الحالات الملائمة للحادث Cهي: $C_4^3=4$

ومنه احتمال الحادث C هو: $P(C)=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$

2- أ) تعيين قيم المتغير العشوائي X ، ثم تعريف قانون احتماله.

المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

ومنه قيم المتغير العشوائي هو: $X=\{0;1;2;3\}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ الموضح كما يلي:

احتمال سحب ثلاث كرات لا تحمل رقما أوليا هو: $P(X=0)=\dfrac{C_5^0\times C_4^3}{84}=\dfrac{4}{84}$

احتمال سحب واحدة فقط تحمل رقما أوليا هو: $P(X=1)=\dfrac{C_5^1\times C_4^2}{84}=\dfrac{30}{84}$

احتمال سحب كرتين تحملان رقمين أوليين ورقم غير أولي هو: $P(X=2)=\dfrac{C_5^2\times C_4^1}{84}=\dfrac{40}{84}$

إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل رقما أوليا هو: $P(X=3)=\dfrac{C_4^0\times C_5^3}{84}=\dfrac{10}{84}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$	1

ب) حساب $P(X^2-X\le 0)$.

$P(X^2-X)\le 0$ معناه $P(0\le X\le 1)$. أي $P(X=0)+P(X=1)$

ومنه: $P(X^2-X)\le 0=P(X=0)+P(X=1)=\dfrac{10+30}{84}=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$

التمرين53: دورة 2018 ت ر

I) أ) احسب احتمال الحادثة A: " سحب كرتين مختلفتين في اللون ".

عدد الحالات الكلية لسحب كرتين في آن واحد من بين 7 كرات هو: $C_7^2=21$

عدد الحالات الملائمة: " سحب كرتين مختلفتين في اللون "هو $C_4^1\times C_3^1=12$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A)=\dfrac{12}{21}=\dfrac{4}{7}$

أ) احسب احتمال الحادثةB: " سحب كرتين من نفس اللون ".

عدد الحالات الملائمة: " سحب كرتين مختلفتين في اللون "هو $C_4^2+C_3^2=6+3=9$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(B)=\dfrac{9}{21}=\dfrac{3}{7}$

III-1)تبرّير أن قيم المتغير العشوائي هي: $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$ ثم تعريّف قانون احتماله

دفع اللاعبα(DA)وسحب كرتين بيضاوين وتحصل على 100DA ومعناه $X=100-\alpha$

دفع اللاعبα(DA)وسحب كرتين خضراوين و يخسرما دفعه ومعناه $X=-\alpha$

دفع اللاعبα(DA)وسحب كرتين مختلفتين في اللون وتحصل على 50DA ومعناه $X=50-\alpha$

2)تبيّان أن لأمل ألرياضياتي للمتغير العشوائي بدلالة هو: $E(x)=-\alpha+\frac{300}{7}$

لحساب الامل الرياضياتي نحسب احتمال حوادث قيم المتغير العشوائي X

احتمال سحب كرتين بيضاوين هو: $P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

احتمال سحب كرتين خضراوين هو: $P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون هو: $P(X=50-\alpha)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	$100-\alpha$	$-\alpha$	$50-\alpha$	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i$

ومنه: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{(100-\alpha)\times 1+(-\alpha)\times 2+(50-\alpha)\times 4}{7}=\frac{300}{7}-\alpha$

إيجاد أكبر قيمة ممكنة لـ : α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

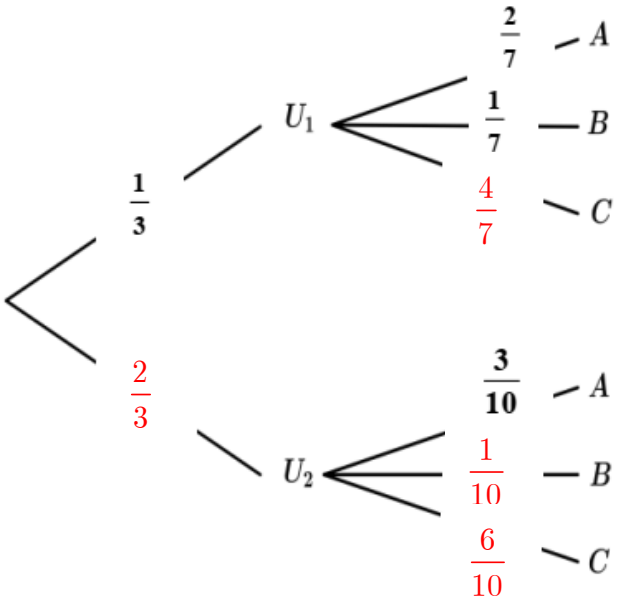
اللعبة في صالح اللاعب معناه $E(X)>0$ ومعناه $\frac{300}{7}-\alpha>0$ ومعناه $\alpha<\frac{300}{7}$ أي $\alpha<42,85$

ومنه أكبر قيمة للعدد α هي 42

شعبة: رياضيات

التمرين55: دورة 2019 ر

1) نقل وتكملة شجرة الاحتمالات.



لتكملة الشجرة ينبغي علينا حساب كلا من:

$P(U_2)$ ، $P_{U_1}(C)$ ، $P_{U_2}(C)$ و $P_{U_2}(B)$

$$P_{U_1}(C) = 1 - \left[P_{U_1}(A) + P_{U_1}(B)\right] = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

$$P(U_2) = 1 - P(U_1) = \frac{2}{3}$$

$$P_{U_2}(B) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10} \text{ ، } P_{U_2}(C) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{6}{10}$$

2) حساب احتمالات الاحداث A ، B و C.

باستعمال الشجرة السابقة نجد:

$$P(A) = P(U_1 \cap A) + P(U_2 \cap A) = P(U_1).P_{U_1}(A) + P(U_2).P_{U_2}(A)$$

ومنه: $$P(A) = \frac{1}{3}.\frac{2}{7} + \frac{2}{3}.\frac{3}{10} = \frac{2}{21} + \frac{1}{5} = \frac{31}{105}$$

$$P(B) = P(U_1 \cap B) + P(U_2 \cap B) = P(U_1).P_{U_1}(B) + P(U_2).P_{U_2}(B)$$

ومنه: $$P(B) = \frac{1}{3}.\frac{1}{7} + \frac{2}{3}.\frac{1}{10} = \frac{1}{21} + \frac{1}{15} = \frac{12}{105}$$

$$P(C) = P(U_1 \cap C) + P(U_2 \cap C) = P(U_1).P_{U_1}(C) + P(U_2).P_{U_2}(C)$$

$$P(C) = \frac{1}{3}.\frac{4}{7} + \frac{2}{3}.\frac{6}{10} = \frac{4}{21} + \frac{2}{5} = \frac{62}{105}$$

3- أ)تعيين قيم المتغير العشوائي X.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X = \{0;1;2\}$

ب)تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

عدد الكرات الحمراء الاجمالي هو:7 وعدد الكرات غير الحمراء الاجمالي هو 5

ولدينا الصندوق $U_1 = \{4R + 3N\}$ و الصندوق $U_2 = \{3R + 2N\}$

$P(X = 0) = P(B) = \frac{12}{105}$ عدم سحب أية كرة حمراء من الصندوقين

$P(X=2)=P(A)=\frac{31}{105}$ سحب كرتين حمراوين

$P(X=1)=P(C)=\frac{62}{105}$ سحب كرة حمراء واحدة فقط من الصندوقين حمراء واحدة فقط

نلخص النتائج السابقة في الجول التالي

x_i	0	1	2	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$	1

4) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2} x_i.P_i=\frac{0\times 12+1\times 62+2\times 31}{105}=\frac{124}{105}$$

التمرين56: دورة 2018 ر

1) حساب احتمال الحوادث التالية:

حساب احتمال الحادثة A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون ".

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي $U=\{5R+3V+1B\}$

عدد الحالات الكلية لسحب 4 كريات في آن واحد من بين 9 كريات هو: $C_9^4=126$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $C_5^4=5$ ومن احتمال الحادث هو: $P(A)=\frac{5}{126}$

حساب احتمال الحادثة B " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر ".

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهو: $C_1^1\times C_8^3+C_1^0\times C_8^4=C_9^4=126$

ومن احتمال الحادث هو:$1=\frac{126}{126}$ $P(B)=$ حادث اكيد

حساب احتمال الحادثة C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

لدينا: كرتين تحملان الرقم 1 ، 4 كرات تحمل الرقم 2 ، كرة واحدة تحمل الرقم 3

كرة واحدة تحمل الرقم 3- و كرة واحدة تحمل الرقم 1-

ولدينا: $1+1-3+3=0$ أو $2+2+3-1-3=0$

ومنه عدد الحالات الملائمة للحادث Cهو: $C_1^1\times C_1^1\times C_4^2+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1\times C_2^1=8$

ومن احتمال الحادث هو: $P(C)=\frac{8}{126}=\frac{4}{63}$

2-أ)تعيين قيم المتغير العشوائي X ،ثم تعريّف قانون احتماله.

Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X = \{0;1;2;3\}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

$P(X=0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$ احتمال سحب 3كرات خضراء

$P(X=1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126}$ احتمال سحب كرتين خضراوين.

$P(X=2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}$ احتمال سحب كرة واحدة خضراء

$P(X=3) = \frac{C_3^0 \times C_6^4}{126} = \frac{15}{126}$ احتمال عدم سحب أية كرة خضراء

ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0\times 6 + 1\times 45 + 2\times 60 + 3\times 15}{126} = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$$

ج) حساب احتمال الحادثة "$X^2 - X > 0$"

$X^2 - X > 0$ تكافئ $X(X-1) > 0$ وتكافئ $X < 0$ أو $X > 1$ ومعناه $X \in \{2;3\}$

ومنه احتمال الحادثة $X^2 - X > 0$ هي $P(X=2) + P(X=3) = \frac{60+15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$

التمرين57: دورة 2009 ر

1)أ- حساب احتمال الحصول على 3كريات بيضاء.

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6حمراء $U = \{6R + 4B\}$

عدد الحالات الكلية لسحب 3 كريات في آن واحد من بين 10 كريات هو: $C_{10}^3 = 120$

عدد الحالات للحادث A للحصول على 3كريات بيضاء.هو: $C_4^3 = 4$

ومن احتمال الحادث هو: $P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

ب- حساب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.

الحادث Bللحصول على الأقل على كرية حمراء هو الحادث العكسي للحادث A

ومنه احتمال الحادث B هو: $P(B)=1-P(A)=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$

2-تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضي E(X).

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

عند القيام بالسحب ، إما أن نحصل على 3 كرات بيضاء ، أو كرتين بيضاوين ، أو كرة بيضاء ، أو لا نحصل على أية كرة بيضاء . ومنه قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(x_i)$ والملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{30}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{30}{120}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو: $P(X=1)=\frac{C_4^1\times C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{60}{120}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X=2)=\frac{C_4^2\times C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}$

* احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو: $P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}$

ب – حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة:

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times 30+1\times 60+2\times 36+3\times 4}{120}=\frac{144}{120}=1,2$$

التمرين58: دورة 2008 رياضيات نموذج وزاري

1- أ) حساب إحتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B و $A\cap B$.

الحادثةA:"سحب كرتين من نفس اللون"معناه:كرتان بيضاوان أوكرتان حمراوان أو كرتان خضراوان ومنه: $P(A)=\frac{C_3^2+C_4^2+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{3+6+10}{66}=\frac{19}{66}$

الحادثةB: "سحب كرة خضراء على الأقل " ومعناه:كرة خضراء وكرة غير خضراء أو كرتان خضراوين ومنه: $P(B)=\frac{C_5^1\times C_7^1+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{35+10}{66}=\frac{45}{66}$

الحادثة $A\cap B$: "سحب كرتين من نفس اللون و سحب كرة خضراء على الأقل".

ومعناه:سحب كرتين خضراوين. ومنه: $P(A\cap B)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}$.

ب)دراسة استقلالية الحادثين A و B

الحادثتان A ، B مستقلتان معناه $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

من الجواب السابق لدينا: $P(A\cap B)=\frac{10}{66}$.....(1)

ومن جهة أخرى $P(A)\times P(B)=\frac{19}{66}\times\frac{15}{66}=\frac{19.5}{66.22}=\frac{95}{1452}$...(2)

من (1) و (2) نستنتج ان الحادثتين A ، B غير مستقلتين

2-أ) إعطاء قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X

المتغيّر العشوائي X يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجَّلين على الكرتين المسحوبتين

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X=\ 2;3;4;5$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i\in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{30}{66}$	$\frac{20}{66}$	$\frac{6}{66}$

حيث:* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 2 أي كرتين تحملان الرقم 1 من بين 5 كرات تحمل الرقم 1 هو: $P(X=2)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 3 أي كرة تحمل الرقم 1 من بين 5 و كرة تحمل الرقم 2 من بين 6 كرات هو: $P(X=3)=\frac{C_5^1\times C_6^1}{C_{12}^2}=\frac{30}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 4 أي كرة تحمل الرقم 1 من بين 5 و كرة تحمل الرقم 3 أو كرتين تحملان الرقم 2 من بين 6 كرات تحمل الرقم 2

هو: $P(X=4)=\frac{C_1^1\times C_5^1+C_6^2}{C_{12}^2}=\frac{5+15}{66}=\frac{20}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 5 أي كرة تحمل الرقم 2 من بين 6 و كرة تحمل الرقم 3 هو: $P(X=5)=\frac{C_1^1\times C_6^1}{C_{12}^2}=\frac{6}{66}$

ب-حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i=\frac{2\times10+3\times30+4\times20+5\times6}{66}=\frac{220}{66}=\frac{10}{3}$$

جـ-حساب التّباين $Var(X)$ واستنتاج الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $Var(X)=\sum_{i=0}^{i=n}(x_i-E(X))^2.P_i$

$$Var(X)=\frac{(2-\frac{10}{3})^2\times10+(3-\frac{10}{3})^2\times30+(4-\frac{10}{3})^2\times20+(5-\frac{10}{3})^2\times6}{66}=\frac{420}{66.9}=\frac{70}{99}=0,70$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X)=\sqrt{Var(X)}$

ومنه: $\delta(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\frac{70}{99}}=\sqrt{0.70}=0.83$

الجزء الثالث: بكالوريات النظام القديم

التمرين59: دورة 2002 ع ط

1- أ) إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{10}^{3}=120$

نسمي A حادثة :" الحصول على كرتين من نفس اللّون"

عدد الحالات الملائمة هو: $C_{3}^{3}+C_{3}^{3}+C_{4}^{3}=1+1+4=6$ وعليه $P(A)=\frac{6}{120}=\frac{1}{12}$

ب- إحتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل الألوان الثلاثة

نسمي B حادثة :" الحصول ثلاث كرات تحمل الألوان الثلاثة"

عدد الحالات الملائمة هو $C_{3}^{1}\times C_{3}^{1}\times C_{4}^{1}=3\times 3\times 4=36$ وعليه $P(B)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$

ج- إحتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل

نسمي C حادثة :" الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_{4}^{1}\times C_{6}^{2}+C_{4}^{2}\times C_{6}^{1}+C_{4}^{3}=100$ ومنه $P(C)=\frac{100}{120}=\frac{5}{6}$

2-أ) قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

وقانون الاحتمال ملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	1	2	3
P_i	$\frac{30}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X=0)=\frac{C_{6}^{3}}{C_{10}^{3}}=\frac{30}{120}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو : $P(X=1)=\frac{C_{4}^{1}\times C_{6}^{2}}{C_{10}^{3}}=\frac{60}{120}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X=2)=\frac{C_{4}^{2}\times C_{6}^{1}}{C_{10}^{3}}=\frac{36}{120}$

* احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو : $P(X=3)=\frac{C_{4}^{3}}{C_{10}^{3}}=\frac{4}{120}$

ب- حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times 30+1\times 60+2\times 36+3\times 4}{120}=\frac{144}{120}=1,2$$

التمرين60: دورة 2003 ع ط

1) إحتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 .

نسمي A الحادثة:سحب قريصتين مجموع رقميهما أكبرتماما من 6

عدد السحبات الممكنة هو : $C_7^2 = 21$

الاعداد المسجلة على الكرات هي : $1,5,5,2,2,3,3$ ومنه الحالات التي يكون فيها المجموع أكبر تماما من 6 هي: $5+2=7$ و $5+3=8$ و $5+5=10$

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^2 + C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^1 = 9$

ومنه إحتمال A الحادثة هو: $P(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

2) إحتمال أنّ المجموع أكبر تماما من 6 علما أنهما بيضاوان:

نسمي B حادثة: "سحب قريصتين بيضاوان"

الإحتمال المطلوب هو: $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{C_2^2}{C_3^2} = \frac{1}{3}$ لأن $P(A \cap B) = \frac{C_2^2}{21}$ و $P(B) = \frac{C_3^2}{21}$

3) قيم المتغير العشوائي X:

قيم المتغير العشوائي X هي : 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 10 .

قانون الإحتمال للمتغير العشوائيX:

حيث:* إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما3 هو: $P(X=3) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{C_7^2} = \frac{2}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما4 هو: $P(X=4) = \frac{C_2^1 \times C_1^1 + C_2^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما5 هو: $P(X=5) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \frac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما6 هو: $P(X=6) = \frac{C_2^1 \times C_1^1 + C_2^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما7 هو: $P(X=7) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \frac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما8 هو: $P(X=8) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \frac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما10 هو: $P(X=10) = \frac{C_2^2}{C_7^2} = \frac{1}{21}$

x_i	3	4	5	6	7	8	10
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i=\frac{3\times2+4\times3+5\times4+6\times3+7\times4+8\times4+10\times1}{21}=6$$

التمرين61: دورة 1996 ع ط

أ) إحتمال أن يكون الرقمان زوجيين

عدد الحالات الممكنة هو : $C_6^1\times C_6^1=36$

نسمي A الحادثة:" الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين عدد زوجين"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_2^1\times C_4^1=8$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

ب) إحتمال أن يكون الرقمان فردين

نسمي B الحادثة:" الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين عدد فرديين"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_2^1\times C_4^1=8$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

طريقة أخرى: للإجابة على السؤالين أ) و ب) نشكل الجدول التالي :

	1	2	2	3	3	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;2)	(1;3)	(1;3)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;2)	(2;3)	(2;3)	(2;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;2)	(2;3)	(2;3)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;2)	(3;3)	(3;3)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;2)	(4;3)	(4;3)	(4;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;2)	(4;3)	(4;3)	(4;3)

إحتمال الحادثة A هو :

$$P(A)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

إحتمال الحادثة B هو :

$$P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

التمرين62: دورة 1997 ع ط

1) حساب عدد السحبات الممكنة

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{10}^3=120$

2) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية

نسمي A الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامها زوجية ".أي $A=\{2;4;6;8;10\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_5^3=10$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$

3) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها أولية :

نسمي B الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامهاأولية ".أي $B=\{2;3;5;7\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_4^3=4$ ومنه احتمال B الحادثة هو $P(B)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$

4) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها غير أولية :

نسمي C الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامها غيرأولية ".أي $C=\{1;4;6;8;9;10\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_6^3=20$ ومنه احتمال C الحادثة هو $P(C)=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$

5) إحتمال أن يكون رقمٌ واحدٌ على الأقل أولياً :

إحتمال أن يكون رقمٌ واحدٌ على الأقل أولياً هو $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

التمرين63: دورة 1996 ع ط

1)حساب احتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{14}^5=2002$

نسمي A حادثة :" الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"

عدد الحالات الملائمة للحادثة A هي : $C_4^1\times C_3^1\times C_3^1\times C_2^1\times C_2^1=144$ ومنه $P(A)=\frac{144}{2002}$

2) حساب احتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م).

نسمي Bحادثة :" لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م)"

عدد الحالات الملائمة للحادثة Bهي : $C_{10}^5=252$ ومنه $P(B)=\frac{252}{2002}$

3)حساب احتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف (م)

هذا الحادث هو الحادث العكسي للحادث B ومنه: $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{252}{2002}=\frac{1750}{2002}$

4) حساب احتمال لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م)

نسمي Cحادثة :" لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م) "

عدد الحالات الملائمة للحادثة Cهي

$C_4^2\times C_{10}^3+C_4^3\times C_{10}^2+C_4^4\times C_{10}^1=910$: ومنه $P(B)=\frac{910}{2002}$

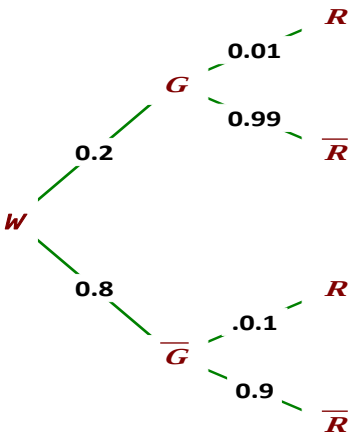
الجزء الرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين64: (فرنسا 2019/ش.علوم/N-Calédonie

1)نمذجة الوضعيّة، بشجرة احتمالات.

2-أ)حساب احتمال أن تكون السيّارة تحت الضّمان و تحتاج إلى الصّيانة.

$$P(R \cap G) = 0.2 \times 0.01 = 0.002$$



ب) التحقق أنّ $p(R) = 0,082$.

$$P(R) = P(R \cap G) + P(R \cap \overline{G}) = 0.002 + 0.8 \times 0.1 = 0.082$$

جـ- حساب احتمال أن تكون تحت الضّمان.

حساب احتمال ان تكون تحت الضمان علما انها تحتاج الى صيانة

أي: $P_R(G) = \dfrac{P(R \cap G)}{P(R)} = \dfrac{0.002}{0.82} = 0.024$

3-أ) تعيين قانون احتمال X، و حساب أمله الرّياضيّاتي .

X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثَمَنَ الفحص ومنه $X = \ 0;100;500$

حساب احتمال الحوادث التالية $P(X=0)$ ، $P(X=100)$ و $P(X=500)$

السيارة تحت الضمان: $P(X=0) = P(G) = 0.2$

السيارة ليست تحت الضمان ولا تحتاج إلى صيانة: $P(X=100) = P(\overline{R} \cap \overline{G}) = 0.8 \times 0.9 = 0.72$

السيارة ليست تحت الضمان وتحتاج إلى صيانة: $P(X=500) = P(R \cap \overline{G}) = 0.8 \times 0.1 = 0.08$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي والملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	100	500	المجموع
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{100}$	$\frac{72}{100}$	$\frac{8}{100}$	1

$$E(X) = 0 \times 0.2 + 100 \times 0.72 + 500 \times 0.08 = 112$$

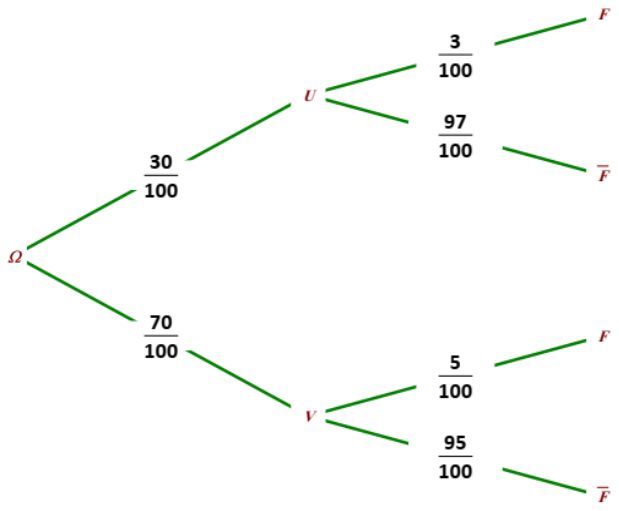
ب) هل المبلغ يكفي لتُبرم العقد مع صاحب المرأب مع التعليل.

ثمن الصيانة يساوي متوسط ثمن صيانة السيارة الواحدة في عدد السيارات $Pr = 112 \times 250 = 28000$

المبلغ لا يكفي لأن الشركة خصصت مبلغا 25000 وهو أقل من الثمن المطلوب28000

التمرين65: (فرنسا 2018/ش.علوم/Pondichéry/)

للإجابة على الأسئلة يمكن تشكيل الشجرة التالية



1) حساب احتمال أن تكون العُلبة تحتوي على سكّر رقيق.

احتمال أن تكون العُلبة تحتوي على سكّر رقيق هو $P(F)$ حيث:

$$P(F)=P(F\cap U)+P(F\cap V)=P(U)\times P_U(F)+P(V)\times P_V(F)$$

بالإعتماد على الشجرة السابقة نجد: $P(F)=0,009+0,035=0,044$

2)حساب احتمال أن يكون السكّر آتياً من المصنع U علما انه رقيق

احتمال أن يكون سكّرآتياً من المصنع U علما انه رقيق احتمال شرطي $P_U(F)$

نعلم أن $P_F(U)=\dfrac{P(F\cap U)}{P(F)}=\dfrac{0,009}{0,044}=0,205$

3) حساب النسبة المئويّة من السّكّر الآتي من كلٍّ من المصنعيْن U و V

ترغب المؤسّسة أن يكون 30% من السّكّر الرّقيق، آتياً من المصنع U (أي $P_F(U)=0,3$)

نعلم أن $P_F(U)=\dfrac{P(F\cap U)}{P(F)}=\dfrac{P(U)\times P_U(F)}{P(U)\times P_U(F)+P(V)\times P_V(F)}=0,3$

ومنه: $\dfrac{P(U)\times 0,03}{P(U)\times 0,03+P(V)\times 0,05}=0,3$ أي $P(U)\times 0,03=P(U)\times 0,009+P(V)\times 0,015$

بعد التبسيط نجد: $7P(U)=5P(V)$ ونعلم أن $P(U)+P(V)=1$ أي $P(V)=1-P(U)$

ومنه: $7P(U)=5P(V)=5-5P(U)$ وعليه: $P(U)=\dfrac{5}{12}=0,42$ و $P(V)=\dfrac{7}{12}=0,58$

التمرين66: المغرب 2015 ع ت

I) تبيّان أن $P(A)=\frac{12}{35}$ ، **و أن** $P(B)=\frac{1}{7}$.

عدد الحالات الممكنة هو : $C_7^3=35$

*لدينا A الحادثة " الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين"

عدد الكرات الحمراء هو 4 وعدد الكرات الخضراء هو 3

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^1\times C_3^2=12$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{12}{35}$

* ولدينا B الحادثة " الحصول على3 كرات من نفس اللون".

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^3+C_3^3=5$ ومنه إحتمال الحادثة B هو $P(B)=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$.

II) تبيّان أن : $P(C)=\frac{6}{35}$

التجربة هي نسحب وعشوائيا كرتين من U_1 ثم نسحب كرة واحدة من U_2.

ومنه عدد الحالات الممكنة هو : $C_7^2\times C_5^1=21\times 5=105$

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^2\times C_3^1=6\times 3=18$ ومنه احتمال C هو: $P(C)=\frac{18}{105}=\frac{6}{35}$

التمرين67: المغرب 2003 ع ت

1) حساب إحتمال كل من الحدثين A و B التاليين:

التجربة هي سحب كرتين من الصندوق الذي يشمل 8 كرات في آن واحد

ومنه عدد الحالات الممكنة هي $C_8^2=28$

الحادثة A هي " سحب كرتين من نفس اللون" ومعناه كرتين بيضاوين أو كرتين سوداوين

ومنه عدد الحالات الملائمة هي : $C_6^2+C_2^2=15+1=16$

ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$

الحادثة B هي " سحب كرتين جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم"

يكون جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم معناه احدى الكرتين تحمل الرقم 0 والأخرى تحمل 1 أو2 أو الكرتين تحملان الرقم 0

ولدينا عدد الكرات التي تحمل الرقم 0 هو 4 والتي تحمل رقم يختلف عن 0 هو 4 أيضا

عدد الحالات الملائمة هو $C_4^1\times C_4^1+C_4^2=4\times 4+6=22$ ومنه إحتمال Bهو $P(B)=\frac{22}{28}=\frac{11}{14}$

2)تحديد قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين

قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجاميع الممكنة وهي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي P_i والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{3}{28}$

*إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما0 (قريصيتان من بين أربع قريصات تحمل الرقم 0)

هو: $P(X=0)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{6}{28}$

* إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما1 (قريصية من بين أربع قريصات تحمل الرقم 0

وقريصة تحمل الرقم 1من بين 3قريصات تحمل الرقم 1)هو: $P(X=1)=\frac{C_4^1\times C_3^1}{C_8^2}=\frac{12}{28}$

*إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما2 (سحب قريصتين من بين 3 قريصات تحمل الرقم2)

أو (قريصة واحدة رقمها 2 وقريصة رقمها 0 من بين 4 قرصات تحمل الرقم 0)

هو: $P(X=2)=\frac{C_3^2+C_4^1\times C_1^1}{C_8^2}=\frac{7}{28}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما5 هو: $P(X=3)=\frac{C_3^1\times C_1^1}{C_8^2}=\frac{3}{28}$.

التمرين68: المغرب 2003 ع ت الاستدراكية

يحتوي كيس على 6كرات وتحمل الأعداد 2- و1- و 0و 1 و 1و2

أ) حساب إحتمال الحادث A.

عدد الحالات الكلية هو $C_6^3=20$ سحب ثلاث كرات من بين ستة كرات

A: الحادثة " من بين الكرات المسحوبة ، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".

سحب كرة على الأقل تحمل العدد 1 "معناه سحب كرة واحدة من بين كرتين تحملان الرقم 1 مع كرتين لا تحملان الرقم 1 أو سحب كرتين تحملان الرقم 1 مع كرة لا تحمل الرقم 1

وعليه عدد الحالات الملائمة هو $C_2^1\times C_4^2+C_2^2\times C_4^1=2.6+1.4=16$

ومنه إحتمال الحادثة A هو: $P(A)=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$.

طريقة2: $P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{4}{5}$ حيث $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادث A

أي $\overline{A}$: الحادثة " لا توجد من بين الكرات المسحوبة تحمل العدد 1 ".

لدينا:عدد الحالات الملائمة هو $C_4^3 = 4$ أي $P(\overline{A}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

ب) تبيّان أن إحتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$

الحادثة Sهي "مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".

مجموع الكرات المسحوبة منعدم معناه توجد ثلاث حالات هي:

الحالة الأولى: $(-1)+(0)+(1)$ أو الحالة الثانية : $(-2)+(0)+(2)$ أو الحالة الثالثة: $(-2)+(1)+(1)$

ومنه عدد الحالات الملائمة هو : $C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^2 = 4$

ومنه إحتمال الحادثة S هو : $P(S) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

التمرين69: المغرب 2004 ع ت

1) حساب إحتمال الأحداث التالية:

يحتوي كيس على 9 بيادق (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

بيدقان بيضاوين يحملان الرقم 1 وثلاثة بيادق حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و أربع بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و 2.

عدد الحالات الكلية هو $C_9^3 = 84$ سحب ثلاث بيادق من بين 9 بيادق.

أ)لدينا: A:الحادثة " البيادق الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدق من كل لون)"

أي: بيدقة حمراء وبيدقة بيضاء وبيدقة سوداء

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 2 \times 3 \times 4 = 24$ وعليه إحتمال Aهو: $P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$

ب) لدينا:الحادثة B:" البيادق الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".

ثلاثة تحمل الرقم1 والتي عدد 5 أو ثلاثة بيادق تحمل الرقم 2 والتي عدد 3

ومنه: عدد الحالات الملائمة هو: $C_6^3 + C_3^3 = 20 + 1 = 21$ ومنه احتمال B هو $P(B) = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$.

ج) لدينا الحادثة:C: " من بين البيادق المسحوبة يوجد على الأقل بيدق واحد أحمر "

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = \frac{16}{21}$ حيث $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادث C

أي $\overline{C}$: الحادثة " لا توجد من بين الكرات المسحوبة بيدق واحد أحمر ".

لدينا:عدد الحالات الملائمة هو $C_6^3 = 20$ أي $P(\overline{C}) = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$

2) حساب إحتمال الحادث: $A \cap B$.

الحادث : $A\cap B$ تعني سحب ثلاث بيادق مختلفة الألوان و كلها تحمل نفس الرقم.
أي سحب ثلاث بيادق مختلفة الألوان وتحمل الرقم 1

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=2\times2\times2=8$ وعليه احتمال $A\cap B$ هو: $P(A\cap B)=\frac{8}{84}=\frac{2}{21}$

التمرين70: المغرب 2006 ع ت

1) تحديد قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

$P2$ الحادثة " السحب من الكيس U_1 بيدق يحمل الرقم 2 " و منه : $P(P2)=\frac{3}{5}$

$P3$ الحادثة " السحب من الكيس U_1 بيدق يحمل الرقم 3 " و منه: $P(P3)=\frac{2}{5}$

$0R$ هي الحادثة " سحب 0 بيدق أحمر " و إحتمالها : $P(0R)=\frac{C_2^0\times C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$

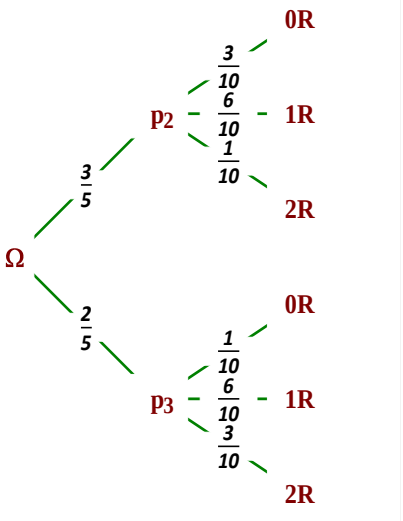
و تعني سحب 3 بيادق بيضاء عندما $n=3$ و إحتمالها : $P(0R)=\frac{C_2^0\times C_3^3}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

$1R$ هي الحادثة " سحب 1 بيدق أحمر و البقية بيضاء" و هي تعني سحب بيدق أبيض و بيدق أحمر عندما $n=2$ و احتمالها : $P(1R)=\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{2\times3}{10}=\frac{6}{10}$

و تعني سحب بيدقين أبيضين وواحد أحمر عندما $n=3$ و احتمالها : $P(1R)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^2}=\frac{2\times3}{10}=\frac{6}{10}$

$2R$ هي الحادثة " سحب 2 بيدق أحمر و البقية بيضاء إن وجدت" و هي تعني سحب بيدقين أحمرين عندما $n=2$ و إحتمالها : $P(2R)=\frac{C_2^2\times C_3^0}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

و تعني سحب بيدقين احمرين وواحد ابيض عندما $n=3$ وإحتمالها: $P(2R)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{1\times3}{10}=\frac{3}{10}$



و منه: حسب شجرة الإحتمالات نجد :

إحتمال سحب 0 بيدق أحمر: $P(0R)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{50}$

إحتمال سحب 1 بيدق أحمر: $P(1R)=\frac{3}{5}\times\frac{6}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{6}{10}=\frac{30}{50}$

إحتمال سحب 2 بيدق أحمر: $P(1R)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{50}$

x_i	0	1	2
P_i	$\frac{11}{50}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{9}{50}$

2) حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X)=0\times\frac{11}{50}+1\times\frac{30}{50}+2\times\frac{9}{50}=\frac{48}{50}$$

التمرين71: المغرب 2007 ع ت

1) حساب P(A) و P(B).

*الحادثة A: عدم وجود كرة تحمل الرقم 0 إذن الحادثة $\overline{A}$ " كل الكرات المسحوبة تحمل الرقم 0

الإحتمال P(A) هو: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_3^3}{C_7^3}=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$

*الحادثة B: "سحب 3 بيادق تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى".

الإحتمال P(B) هو: $P(B)=\frac{C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_7^3}=\frac{3\times 3}{35}=\frac{9}{35}$

2) تبيّان أن $P(C)=\frac{2}{7}$.

*الحادثة C: "مجموع الأرقام المسجلة على البيادق المسحوبة معدوم.

أي: سحب (3 كرات تحمل الرقم 0) أو (كرة تحمل الرقم 0 وكرة تمل الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 1-)

ومنه عدد الحالات الملائمة للحادث C هو: $C_3^3+C_1^1\times C_3^1\times C_3^1=1+1\times 3\times 3=10$

وعليه الإحتمال P(C) هو: $P(C)=\frac{C_3^3+C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_7^3}=\frac{10}{35}=\frac{2}{7}$

التمرين72: تونس 2007 ش ر

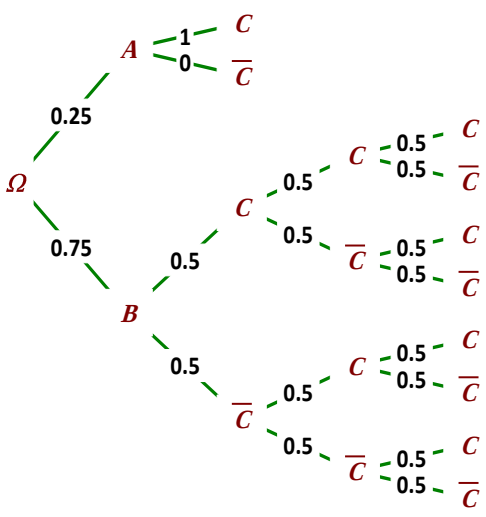
1) حساب إحتمال الحادثتين A و B:

$P(A)=\frac{1}{4}$ ، $P(B)=\frac{3}{4}$

2) تبيان أن: أ- $P(C/A)=1$ و $P(C/B)=\frac{1}{8}$.

C أرقام زوجية و $\overline{C}$ أرقام فردية

إستنتاج P(C).



$P(C)=P(C\cap A)+P(C\cap B)=P(C/A)\times P(A)+P(C/B)\times P(B)=1\times 0.25+0.125\times 0.75=0.34375$

3) أ- تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

x_i	0	1	2	3
P_i	0.125	3×0.125	3×0.125	0.125

ب- حساب الأمل الرياضي المغير العشوائي X.

$E(x)=0\times 0.125+1\times 3\times 0.125+2\times 3\times 0.125+3\times 0.125=1.5$

www.facebook.com/elbacsaahel