مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الاحتـــمالات
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



www.facebook.com/elbacsaahel/

BAC2020

إعداد الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الاحتمالات في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

الجزء الخامس

تمارين مقترحـــــــــــة

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: تدريبات متنوعة

1-التحليل التوفيقي

التمريـــــن01

ماهو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام:1 ، 2 ، 3 ،4 ،5 ،6 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من :أ) 3 أرقام ؟ ، ب) 3 أرقام مختلفة ؟ ، جـ) 6 أرقام مختلفة ؟ .

التمريـــــن02

ماهو عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها ترتيب الحروف: ا ، ي ، ا ، ل ، و ، ر ، ك ، ا ، ل ، ب للحصول على كلمة "البكالوريا"؟

التمريـــــن03

يفتح قفل برقم سري بتشكيل أربعة ارقام مختلفة من بين الارقام التالية: 1 ، 3 ، 5 ،7 ، 9
ماهو عدد الطرق الممكنة لفتح هذا القفل ؟.

التمريـــــن04

بكم طريقة يمكن لخمسة أشخاص أن يجلسوا:
أ)في صف فيه خمسة مقاعد؟ ب)حوّل طاولة مستديرة حولها خمسة مقاعد؟

التمريـــــن05

في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات.
1) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها؟
2) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية:
أ)الأعضاء الأربعة المختارين باحثات؟ ، ب)من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط؟
جـ) من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة.
د) من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان

التمريـــــن06

يضم صندوق 15 كرة منها 6 بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3) و 5 خضراء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2) و 4 حمراء تحمل الأرقام (1 ،3، 3 ، 3) .

نسحب 3 كرا ت في آن واحد . ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب :

1) 3 كرات من نفس اللون؟ 2) 3 كرات تحمل نفس الرقم؟ ، 3) 3 كرات مجموع أرقامها 6 ؟
4) 3 كرات واحدة على الأقل منها تحمل رقما فرديا ؟.

التمريـــــن07

1-جد العدد الطبيعي n في كل حالة: أ) $2(C_n^0+C_n^2+C_n^3)=5n+2$ ، ب) $C_n^3+C_{2n}^2=8n$

2-حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_x^{y-1} \\ C_{x+y}^{2}=10 \end{cases}$

التمريـــــن08

1) برهن بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\times1!+2\times2!+.....+n\times n!=(n+1)!-1$

2)برهن بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $2^n[1\times3\times5\times7\times.....\times(2n-1)]n!=(2n)!$

التمريـــــن09

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء . نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات ممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ جـ) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء و نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ)أثبت أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $X_n=n^2+9n+21$ ، ب)كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n=10713$

التمريـــــن10

يحتوي كيس على 18كرة منها4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4 و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 و8 كرات خضراء مرقمة من1الى8

1. نسحب من هذا الكيس 3كرات في آن واحد.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:
   أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4
2. نسحب من هذا الكيس 3كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:
   أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل .
   جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

التمريـــــن11

اشترى احد التلاميذ المجتهدين 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي ثم أراد أن يضعهم على رف مكتبته فما هو عدد الطرق الممكنة لتحقيق ذلك إذا :

أ) أراد وضع الكتب ذات نفس المادة متجاورة

ب)كتب الأدب العربي فقط متجاورة .

جـ) دون شرط .

2-حساب الاحتمالات

أنواع السحب

التمريـــــن12

تحتوي علبة على 12 كرية منها:5 بيضاء ، 4 حمراء و 3 خضراء (لا نميز بينها عند اللمس)
نسحب ، عشوائيا ، 3 كريات من هذه العلبة. نعتبر الاحداث التالية :
A :"الكريات المسحوبة بيضاء"
D :"الكريات المسحوبة من نفس اللون "
E:"ألوان الكريات المسحوبة مختلفة مثنى مثنى"
F:"من بين الكريات المسحوبة توجد كريتان بيضاون بالضبط "
G:"من بين الكريات المسحوبة توجد كرية بيضاء على الأقل "
احسب احتمالات **A** ، **D** ، **E**، **F** و **G** في كل حالة من الحالا ت الأتية :
1) السحب في آن واحد .
2)السحب على التوالي وبا رجاع .
3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

التمريـــــن13

تحتوي علبة على 9 كريات منها:5 حمراء تحمل الارقام 1 ، 1 ، 1 ،2 و 2
4 بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 و 2
نسحب ، عشوائيا ، 3 كريات من هذه العلبة. نعتبر الاحداث التالية :
A :"الكريات المسحوبة من نفس اللون "
D :" الحصول على كرية حمراء على الأقل "
E:" الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم "
F:"مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 4 "
احسب احتمالات **A** ، **D** ، **E** و**F** في كل حالة من الحالا ت الأتية :
1)السحب في آن واحد .
2)السحب على التوالي وبا رجاع .
3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

التمريـــــن14

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء و 4 كرات صفراء .
نسحب ، عشوائيا ، 3 كرات من هذا الكيس على التوالي وبدون ارجاع .
نعتبر الحادثين **A** و**B** حيث :
A :"الحصول على اللونين معا " ، **B** : "الحصول على لون واحد "
احسب P(A) و P(B)

التمريـــــن15

يحتوي صندوق على 8 كرات منها:5 برتقالية و 3 خضراء.
نسحب ، عشوائيا ، على التوالي وبإرجاع كرتين من هذا الصندوق.
(نسحب كرة أولى ونسجل لونها و نعيدها إلى الصندوق ، ثم نسحب كرة ثانية ونسجل لونها)
1)احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.
2) احسب احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

الاحتمالات الشرطية

التمريـــــن16

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

المستوى / الصنف	السنة الاولى P	السنة الثانية S	السنة الثالثة T	المجموع
خارجيونE	250	200	150	600
داخليونI	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية ، احسب الاحتمالات التالية:
1-احتمال ان يكون التلميذ خارجيا.
2-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى .
3-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
4-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى علما انه خارجي.

التمريـــــن17

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و3 كرات خضراء ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات خضراء و كرتين بيضاوين.
التجربة (E):نرمي نردا له 6أوجه مرقمة من 1 إلى 6(كل الأوجه لها نفس الإحتمال في الظهور)
إذاكان الرقم المحصل عليه من مضاعف للعدد 3، نسحب كرة من الصندوق U_1 و إذا ظهر وجه آخر غير مضاعف للعدد 3 ، نسحب نسحب كرة من الصندوق U_2 .
1)احسب احتمال الحادثة B " سحب كرة بيضاء".
2)احسب احتمال سحب كرة من الصندوق U_1 علما انها بيضاء.

التمريـــــن18

يلعب طفل لعبة مكونة من 20 كرة : 13 حمراء و7 خضراء ، وضع 10 حمراء و 3 خضراء في علبة مكعبة C_1 و وضع 3 حمراء و 4 خضراء في علبة اسطوانية C_2 .
يتم تنظيم اللعبة بحيث يختار الطفل أولا أحدى العلبتين عشوائيا ثم يأخذكرة واحدة منهما.
نعتبر الحوادث التالية:
C_1 " يختار الطفل العلبة المكعبة ". C_2 " يختار الطفل العلبة الأسطوانية ".

R " يختار الطفل كرة حمراء ". V " يختار الطفل كرة خضراء".
1)مثل بشجرة متوازنة الوضعية المرافقة لهذه اللعبة.
2)احسب احتمال الحادثة R.
3)علما ان الطفل أخذ كرة حمراء ، ما احتمال ان يكون قد أخذها من العلبة المكعبة.؟

التمريـــــن19

ورشتان A و B تصنعان الشرائح الالكترونية .للحصول على 2000 قطعة .
انتجت الورشة A :1200قطعة وانتجت الورشة B 800 قطعة .
انتجت الورشة A : 4 % من القطع المعيبة (بها عيوب)وانتجت الورشة B:% 3من القطع المعيبة
نأخذ عشوائيا شريحة من الطلبية.
نسمي A الحادثة : الشريحة آتية من الورشة A.
Bالحادثة : الشريحة آتية من الورشة B.
Dالحادثة : الشريحة بها عيوب .
1) أكمل الجدول التالي

	عدد الشرائح المعيبة	عدد الشرائح غيرالمعيبة	المجموع
عدد الشرائح من إنتاج الورشة A			
عدد الشرائح من إنتاج الورشة B			
المجموع			

2) احسب الاحتمالات التالية:أ) $P(D)$ ، $P(A\cap D)$ و $P_D(A)$.
ب) $P(\overline{D})$ ، $P(\overline{D}\cap B)$ و $P_{\overline{D}}(B)$

الاحتمالات الكلية

التمريـــــن20

تستقبل ثانوية L ، تلاميذ السنة الأولى من ثلاث مؤسطات : M_1 ، M_2 ، M_3 .
25% من التلاميذ يأتون من المتوسطة M_1 ، 40% من المتوسطة M_2 والباقي من المتوسطة M_3 5% من تلاميذ من المتوسطة M_1، 10%من تلاميذ M_2 و0.1% من تلاميذ M_3 يعيدون السنة نختار تلميذا عشوائيا..
1.كون شجرة متوازنة تترجم الوضعية .
2.احسب احتمال الحادثة B التلميذ يعيد السنة .

التمريـــــن21

نختبرفعالية دواء على عيّنة من الأشخاص ذوي معدل مستويات القلوكوز في الدم مرتفعة بشكل غير طبيعي . في هذه التجربة ، يتناول 60% من الاشخاص الدواء ، بينما يحصل الأخرون على دواء وهمي .

ندرس انخفاض معدل القلوكوز في الدم بعد تناول الدواء.

80% من الأفراد الذين تناولوا الدواء كان لديهم انخفاض في هذا المعدل ، ولا يوجد انخفاض بالنسبة للأفراد الذين تناولوا الدواء الوهمي.

نختار ، عشوائيا شخصا من العيّنة الذين خضعوا للتجربة .

احسب احتمال الحدث B : " الشخص المختار لديه انخفاض معدل مستوى القلوكوز في الدم ".

الحوادث المستقلة

التمريـــــن22

صوب كل من الطفلين رستم وراضي مرة واحدة نحو هدف .إذا كان احتمال أن يصيب رستم الهدف هو 0,7 واحتمال ان يصيب راضي الهدف هو 0,5 احسب :

1)احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا.

2)احتمال ان يصاب الهدف.

التمريـــــن23

نرمي حجر نرد متجانس أوجهه تحمل الارقام :1 ، 2 ، 3 ،4 ، 5 و 6 و نعرّف الحوادث التالية:

A :"ظهور عدد اصغر من اويساوي 2" ، **B** :"ظهور عدد اكبر تماما من 4"

C :"ظهور عدد فردي 2" ، **D** :"ظهور عدد زوجي" ، **E** :"ظهور عدد أولي "

1)احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A\cap B)$ هل الحادثتان A وB مستقلتان ؟لماذا؟

استنتج الاحتمال $P(A\cup B)$.

2) هل الحادثتان D وC مستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(C)$ ثم بطريقتين مختلفتين $P(D)$.

3) هل الحادثتان D وE مستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(D\cup E)$.

دستور ثنائي الحدّ

التمريـــــن24

1)باستعمال دستور ثنائي الحد أنشر العبارات التالية:

$(x+1)^3$ ، $(x-2)^4$ ، $(2x-3y)^5$

2) ليكن المنشور التالي $\left(x^3-\frac{2}{x^2}\right)^{15}$

أ)أكتب الحد الذي درجته 10.

ب) أوجد معامل الحد التاسع.

جـ) أوجد الحد الثابت

التمريـــــن25

تحتوي علبة على سبع بطاقات مرقمة من 1 الى 7 لا نميز بينها باللمس .
نسحب من هذه العلبة بطاقتين على التوالي مع إعادة البطاقة المسحوبة .
احسب احتمال كل حادثة :
A: "سحب بطاقتين رقميهما فرديان "B:" سحب بطاقة رقمها زوجي والأخرى رقمها مربع تام "
C " سحب بطاقة على الأقل رقمها اولي": D " سحب بطاقتين مجموع رقميهما زوجي"

التمريـــــن26

نضع بصندوق عشر كريات متماثلة ، منها خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3 .نسحب عشوائيا من هذا الصندوق ثلاث كريات في الآن الواحد .
1-احسب احتمال كل حادثة :
A :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما يساوي 6" ،
B :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام " ، C: " سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "
2-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات .

أ-عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
ب-احسب الامل الرياضياتي للمتغير X .

التمريـــــن27

يحتوي صندوق على كريتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء . نسحب عشوائيا من هذا الصندوق كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الصندوق .**احسب احتمال كل حادثة :**
A:"كريتين من نفس اللون"،
B :"سحب كرية بيضاء ثم كرية سوداء"
C:"سحب كريتين مختلفين في اللون" .

التمريـــــن28

يريد تلاميذ قسم مكون من 10 ذكور و 6 اناث أن يكونوا لجنة من3 افراد لتمثيلهم في مسابقة دراسية(نفترض أن كل التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار) .
1-ماهو عدد اللجان الممكنة ؟
2-لتكن الحادثة E :" أعضاء اللجنة من نفس الجنس" .
أ-احسب احتمال الحادثة E .
ب-استنتج احتمال الحادثة F : أعضاء اللجنة من الجنسين معا.
3-نفترض انه من بين تلاميذ القسم يوجد التلميذ A واخته التلميذة B .
ماهو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا ، وان لا يتواجد بها التلميذ A والتلميذة B في ان واحد ؟

4-ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الاناث المتواجدة باللجنة .

حدد قانون احتمال X ثم احسب الامل الرياضياتي : $E(X)$.

التمريـــــن29

زهرة نرد غير متوازنة أوجهها تحمل الأرقام 1،2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 إحتمالات ظهورها في رمية واحدة هي P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 على الترتيب.

1. جد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 علما أنها بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

2. نرمي زهرة النرد هذه مرة واحدة . ما احتمال ظهور أ-رقم زوجي ؟ ، ب- رقم مضاعف لـ 3 ؟

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .

عرف قانون الإحتمال و احسب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري .

التمريـــــن30

نعتبر زهري نرد، زهر النرد الأول مرقم بالأرقام $\{4,4,3,2,2,1\}$ وزهر النرد الثاني مرقم بـ $\{6,5,5,2,2,1\}$

نرمي زهري النرد و نسجل مجموع الرقمين x المحصل عليه.

نفرض أن كل الأوجه لها نفس احتمال الظهور.

1-اتمم الجدول التالي بتدوين قيمة x في كل خانة.

الزهر1 / الزهر 2	1	2	2	3	4	4
1						
2						
2						
5						
5						
6						

2-أعط كل قيم المجموع x، ثم احسب احتمال كل منها.

3-عين قانون احتمال التجربة العشوائية

4-احسب الاحتمالات التالية:

- $P(A)$ احتمال الحصول على مجموع فردي
- $P(B)$ احتمال الحصول على مجموع مضاعف للعدد 3.
- $P(C)$ احتمال الحصول مجموع فردي ومضاعف للعدد 3.
- $P(D)$ احتمال الحصول مجموع فردي أو مضاعف لـ 3.

1-يلعب شخص اللعبة التالية:

أ)إذا كان المجموع $\{2,3\}$ يربح 100 دج ، ب)إذا كان المجموع $\{4,5\}$ يربح 20 دج

جـ)إذا كان المجموع $\{6,7,8\}$ يخسر 45- دج. ، د)إذا كان المجموع $\{9,10\}$ لا يخسر ولا يربح.

العلامة	100	20	-45	0
الاحتمال				

أ) أكمل الجدول:

ب)احسب الأمل الرياضي، هل هذه اللعبة عادلة؟

جـ) احسب الانحراف المعياري، ماذا تستنتج؟

التمريـــــن31

تتكون مجموعة أشخاص من 8 رجال و 4اربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمهما فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

"A تكوين لجنة تضم 3 رجال ". "B تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

"C تكوين لجنة تضم إبراهيم ". "D تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمريـــــن32

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) "A الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) "B الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2)نعرف لعبة حظ كما يلي:تمنح لكل كرة بيضاء العلامة $(\alpha \in \mathbb{R})$ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

التمريـــــن33

صندوق يحتوي على3كرات بيضاء و4كرات سوداء (الكرات متماثلة وغير متمايزة عند اللمس) نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

"A الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

"B الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

التمريـــــن34

نرمي زهر نرد مزيف يحوي 6 أوجه، p_i احتمال ظهور الوجه رقم i حيث:

$p_1 = 0,1$ ، $p_2 = 0,2$ ، $p_3 = 0,3$ ، $p_4 = 0,1$ ، $p_5 = 0,15$.

1-ما هو احتمال ظهور وجه يحمل الرقم 6.

2-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا.

3-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4.

4-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019

التمريـــــن35

في مجموعة متكونة من 250 رجل، لاحظنا فقط وجود 120 رجل يلبسون ربطة عنق، و85 رجل يلبسون قميص أبيض من بينهم 50 يلبسون ربطة عنق.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المجموعة، ما احتمال الحوادث التالية:

1-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق.

2-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق وقميص أبيض.

3-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق أو قميص أبيض.

4- أن يكون رجلا لا يلبس ربطة عنق ولا يلبس قميص أبيض.

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

شعبة التسيير والإقتصاد

التمرين36: دورة 2019 م1

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتتين متتاليتن ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1)ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين؟

2)ما احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6؟

3)ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر؟

4)ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2؟

التمرين37: دورة 2019 م2

1)حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0$.....(E)

2)كيس به أربع كريات تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3 و 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ: p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع : $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$

- حدد قيمة العدد الحقيقي α.

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A : " سحب كرية تحمل رقما فرديا "

B : " سحب كرية تحمل الرقم 4 "

C : " سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3"

D : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) "

التمرين38: دورة 2018 م1 بتصرف

اجريت دراسة احصائية حول قسم نهائي تسيير واقتصاد حول مماسة التلاميذ لرياضة ما.

فكانت النتائج كما يلي: 70% من التلاميذ إناث منهن 50 % لا يمارسون هذه الرياضة.

90 % من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذ من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G التلميذ المختار ذكر . F التلميذ المختار أنثى . S التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.

1- انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2-احسب الاحتمالات التالية: $P(S)$ ، $P(G\cap\bar{S})$ ، $P_{\bar{S}}(F)$ و $P_S(G)$

3-هل الحادثتان G و $\bar{S}$ مستقلان ؟ برر جوابك.

التمرين39: دورة 2018 م2 بتصرف

تضم مؤسسة انتاجية موظفين من الجنسين رجالا نرمز لهم بـ:H ونساء نرمز لهن بـ:F.
منهم الإداريون " A " والمهندسون "I " و العمال " T".موزعون حسب الجدول التالي:

	الاداريون A	المهندسونI	العمالT
رجال	12 %	13 %	27 %
نساء	16 %	12 %	20 %

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري ، نختار عشوائيا موظفا.

1-أ) بيّن أن احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=0,52$

انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2-احسب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$.

3-ما احتمال ان يكون الموظف مهندسا؟

4-ما احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري؟

التمرين40: دورة 2017 م2

في كل حالة من الحالات الأتية ، اقترحت ثلاث اجابات صحيحة واحدة فقط صحيحة عيّن الاقتراح الصحيح مع التبرير.

1) A و B حادثتان مستقلتان. إذا كان $P(A\cap B)=0,03$ و $P(A)=0,4$ فإن:

أ) $P(B)=0,43$ ، ب) $P(B)=0,075$ ، جـ) $P(B)=0,37$

2) A و B حادثتان. إذا كان $P(A\cap B)=\frac{3}{100}$ $P_A(B)=\frac{1}{4}$ فإن:

أ) $P(A)=\frac{3}{25}$ ، ب) $P(A)=\frac{4}{25}$ ، جـ) $P(A)=\frac{3}{400}$

3) A و B حادثتان . إذا كان $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,55$ فإن:

أ) $P(A\cap B)=0,2$ ، ب) $P(A\cap B)=0,45$ ، جـ) $P(A\cap B)=0,9$

4)الجدول التالي يعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية .

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرّياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0,32 هما:

أ) $\alpha=1$ و $\beta=0,08$ ، ب) $\alpha=2$ و $\beta=0,03$ ، جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0,08$

التمرين41: دورة 2017 م1

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي: شعبة الآداب والفلسفة (L)،شعبة العلوم التجريبية (S) و شعبة التسيير والاقتصاد (G)

% 47 من المترشحين ذكور(M) والباقي اناث (F).من بين الذكور % 35 في شعبة العلوم التجريبية و% 49 في الآداب والفلسفة ومن بين الإناث يوجد % 10 في شعبة التسيير والاقتصاد و% 37 في شعبة العلوم التجريبية . نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز .

1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:**A** "المترشح المختار أنثى و من شعبة التسيير والاقتصاد"

B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد"

C " المترشح المختار أنثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد"

التمرين42: دورة 2016 م2

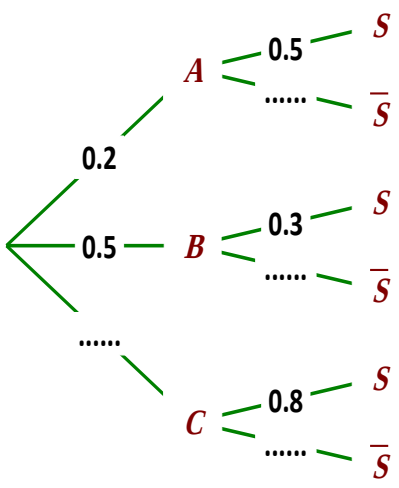
وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث وجهات A ، B وC % 20 من الزبائن اختاروا الوجهة A و % 50 اختاروا الوجهة B والباقي اختاروا الوجهة C

عند العودة من السفر اجرت الوكالة استجوابا حول مدى اعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:

% 50 من اصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.

% 30 من اصحاب الوجهة B كانوا معجبين بها.

% 80 من اصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.



نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:

S : الزبون معجب بالوجهة المختارة .

$\overline{S}$:الزبون غير معجب بالوجهة المختارة .

1)انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة

2) –أ) احسب احتمال الحوادث التالية: $A\cap S$ ، $B\cap S$ و $C\cap S$

ب)استنتج احتمال ان يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة

3) نستوجب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة . ما احتمال ان يكون من الوجهة B؟

التمرين43: دورة 2012 م1 بتصرف

عدد تلاميذ قسم دراسي هو 35 من بينهم 15بنتا، يختار كل تلميذ من القسم رياضة واحد وواحدة فقط يمارسها في إطار نشطات النادي للمؤسسة . % 75 من الأولاد اختاروا ممارسة كرة القدم و % 15 اختاروا ممارسة كرة اليد بينما اختار % 10 ممارسة الكرة الطائرة. % 60 من البنات اخترن ممارسة كرة الطائرة والبقية اخترن ممارسة كرة اليد.

لتمثيل هذا القسم في منافسة رياضية ، يتم اختيار تلميذ واحد منه بطريقة عشوائية.

يرمز G للحادثة "التلميذ المختار ولد" و يرمز F للحادثة "التلميذ المختار بنت"

يرمز T للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة القدم"

يرمز M للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة اليد"
يرمز V للحادثة "التلميذ المختار يمارس الكرة الطائرة"
1-انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2-أحسب P(V) احتمال ان تتحقق الحادثة V.
3-احسب الاحتمال الشرطي $P_V(G)$.
4-احسب احتمال ان يكون التلميذ المختار لا يمارس كرة القدم.

التمرين44: دورة 2013 م1

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح" ، يوجد 150 كتاب رياضيات و50 كتاب فلسفة ، حيث 40 % من كتب الرياضيات و 70 % من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير و الاقتصاد.
نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا .عيّن مع التبرير،الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة،في كل حالة من الحالات التالية:

1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو: أ) $\frac{3}{4}$ ، ب) $\frac{2}{5}$ ، جـ) $\frac{1}{150}$

2)احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:
أ) 0,24 ، ب)0,475 ، جـ)0,21

3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد
أ) 0,15 ، ب)0,4 ، جـ)0,3

4)إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير و الاقتصاد، فإن احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو : أ) $\frac{2}{75}$ ، ب) $\frac{12}{19}$ ، جـ) $\frac{3}{10}$

التمرين45: دورة 2008

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء وتحمل الارقام 2- ، 1 ،2
و 4 كرات حمراء تحمل الارقام 2 ، 2 ، 1 ،1
1)نسحب كرة واحدة من الكيس .
أ) ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 ؟.
ب)إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ، ما هو احتمال ان يكون لونها أحمر؟.
2)نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع.
أ) ما هو احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا؟
ب)ما هو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون ؟
جـ) ما هو احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 ؟.

شعبة: علوم تجريبية

التمرين46: دورة 2019 ع ت م1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 .
و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد ونعتبر الحادثين A و B حيث:

A:" سحب كرتين من نفس اللون " ، B:" سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

1)بيّن أن احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{31}{66}$ واحسب احتمال الحادث B.

2) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال ان تحملا نفس الرقم ؟.

3)ليكن X المتغير العشوائي لذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس
عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسبه أمله الرياضياتي E(X)

التمرين47: دورة 2019 ع ت م2

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كريتان تحملان الرقم 0
و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الاخرى تحمل الرقم 2.
نسحب عشوائيا ثلاث كريات وفي آن واحد من الصندوق.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب ،جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

1)عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي E(X) .

2)بيّن أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$

3)نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .
ما احتمال الحصول على كريتين مجموعهما فردي علما ان جداءهما زوجي ؟.

التمرين48: دورة 2018 ع ت

يحتوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس،منها اربع كريات بيضاء مرقمة بـ:1،2،2،3
ثلاث كريات مرقمة حمراء مرقمة بـ:2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:2 ، 3 ، 3
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق.
نعتبر الحادثتين :A الكريات الثلاث المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني.
و B الكريات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم.

1-أ) احسب : P(A) و P(B) احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب) بيّن أن: $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2)ليكنXالمتغيرالعشوائيالذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقمافرديا
عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسبه أمله الرياضياتي E(X)

التمرين49: دورة 2008 ع تجريبية نموذج وزاري

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء، و7 كريات سوداء، لا نفرّق بينها عند اللّمس.

1. يسحب لاعب، عشوائيّا، 3 كريات في آن واحد.

ا- احسب احتمالات الحوادث التالية:

A : " يسحب اللاّعب كرية بيضاء واحدة فقط " .

B : " يسحب اللاّعب كريتيْن بيضاويْن فقط " .

C: " يسحب اللاّعب 3 كريات بيضاء ".

ب- يربح اللاّعب 10 دنانير من أجل كلّ كرية بيضاء مسحوبة و ليكن x المتغيّر العشوائي الذي يرق بكلّ سحب، مجموع الرّبح المحصّل عليه.

عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي x، واحسب أمله الرّياضي

2. يسحب اللاّعب كرية من الكيس، فإذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء، يربح اللاّعب 10 دنانير، و يتوقّف اللعب، بينما إذا كانت الكرية المسحوبة سوداء، يُعيد اللاّعب الكرية المسحوبة إلى الكيس،و يسحب كرية أخرى في نفس الظروف.

تتكرّر العمليّة، و يتوقّف اللّعب تلقائيّا عند السّحب الثالث.

احسب احتمالات الحوادث التّالية:

D : " يربح اللاّعب في السّحب الأوّل ". E : " يربح اللاّعب في السّحب الثاني ".

F : " يربح اللاّعب في السّحب الثالث ". G : " لا يربح اللاّعب أيّ شيء ".

التمرين50 دورة 2008 نموذج وزاري

كيس U_1 يحتوي على 4 قريصات بيضاء، و 3 سوداء و كيس آخر U_2 يحتوي على 17 قريصة بيضاء و 18 قريصة سوداء.

نرمي زهرة نرد متجانسة أوجهها مرقمة من1 إلى 6، فإذا ظهر الرقم 6 نسحب قريصة من الكيس U_1 وإلاّ فنسحب قريصة من الكيس U_2.

1. برهن أنّ احتمال سحب قريصة بيضاء هو0,5.

2.إذا سحبنا قريصة بيضاء،فما احتمال أن تكون من الكيس U_1.

شعبة: تقني رياضي

التمرين51: دورة 2019 ت ر م1

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . اختر الاجابة الصحيحة مبررّا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كرّيات بيضاء تحمل الأرقام3،2،1وكرّيتين سوداوين تحملان الرقمين2،1 (الكرّيات لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كرّيات عشوائيا وفي آن واحد.

Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة.

1)قيم المتغير العشوائي Xهي: أ) $\{1;2;3\}$ ، ب) $\{0;2;3\}$ ، جـ) $\{0;1;2\}$

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ Xهو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ، ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ ، جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3)احتمال " الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$.

4)احتمال "باقي قسمة مجموع مربّعات الارقام التي تحمّلها الكريّات المسحوبة على 13 هو1 "

يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$.

التمرين52: دورة 2019 ت ر م2

يحتوي كيس على اربع كريات بيضاء تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3 ،4وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمان 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس.

1)احسب احتمال الحوادث التالية :

أ)الحادثة A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

ب)الحادثة B: "الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر".

جـ)الحادثة C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية".

2)نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتمالة.

ب)احسب $P(X^2-X\leq 0)$.

التمرين53: دورة 2018 ت ر

كيس به 7 كريات متماثلة ، لا نفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

I) أ) احسب احتمال الحادثة A :" سحب كرتين مختلفتين في اللون ".

ب) احسب احتمال الحادثة B :" سحب كرتين من نفس اللون ".

II)نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب(DA)α

(αعدد طبيعي معطى DAتعني دينار جزائري)

فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على 100DA و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على 50DA ، وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

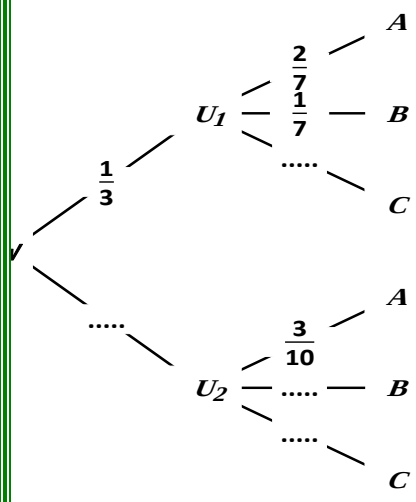
1)برّر أن قيم المتغير العشوائي هي : $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2)بيّن أن لأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي بدلالة هو: $E(x)=-\alpha+\frac{300}{7}$

ثم أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ : αحتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

شعبة: رياضيات

التمرين55: دورة 2019 ر



صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و3 كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3كريات حمراء وكرتين سوداءوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6.إذا ظهر الرقمان 2 أو4 نسحب عشوائيا كرتين وفي آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين وفي آن واحد من الصندوق U_2.

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A "سحب كرتين حمراوين"

B " سحب كرتين سوداوين"

C "سحب كرتين من لونين مختلفين".

1) أنقل وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) احسب احتمالات الاحداث A ، B و C.

3)نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ)عيّن قيم المتغير العشوائي X.

ب)عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

4) احسب الأمل الرياضياتي E(X)

التمرين56: دورة 2018 ر

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة بـ:1 ، 1 ،2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:3- ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ:1-.

نسحب عشوائيا 4 كريان في آن واحد.

1)أحسب احتمال الحوادث التالية:

A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون ".

B " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر ".

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

أ)عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي E(X) للمتغير العشوائي X.

جـ) أحسب أحتمال الحادثة " $X^2 - X > 0$ "

التمرين57: دورة 2009 ر

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6حمراء .
نسحب عشوائيا من الكيس 3كريات في آن واحد.
1)أ- احسب احتمال الحصول على 3كريات بيضاء.
ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.
2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
-عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي E(X) .

التمرين58: دورة 2008 رياضيات نموذج وزاري

يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2
و 4 حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و5 خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .
نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، كرتين من الكيس .
1-نعتبر الحادثتين : A: "سحب كرتين من نفس اللون " B : " سحب كرة خضراء على الأقل "
ا- احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A \cap B$
ب- هل الحادثتان A ، B مستقلتان ؟
2- ليكن x المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجَّلين على الكرتين المسحوبتين.
ا- أعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
ب-احسب الأمل الرياضي E(X) للمتغيّر العشوائيX .
جـ-احسب التباين VAR(X)،واستنتج الانحراف المعياري δ(X)

الجزء الثالث:تمارين بكالوريا النظام القديم

التمرين59: دورة 2002 ع ط

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها:
3 حمراء ، 3خضراء و 4 بيضاء .
1) نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد . ما احتمال الحصول على :
أ – نفس اللون ؟ ، ب– الألوان الثلاثة ؟ ، جـ – كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟
2)نعتبر المتغير العشوائي Xالذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة
أ – ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؟
ب – احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين60: دورة 2003 ع ط

يحتوي وعاء على3قريصات بيضاء و 4حمراء ،إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3 .
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد، ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .
1) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟
2)ما هو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من6علما أن القرصيتين بيضاوين؟ .
3) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.
ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟.
أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي Xواحسب أمله الرياضي.

التمرين61: دورة 1996 ع ط

زهرة نرد مكعبة A بها وجه يحمل الرقم 1 ، ووجهان يحملان الرقم 2 وثلاثة أوجه تحمل الرقم 3
زهرة نرد مكعبة B لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 ووجه يحمل الرقم 3 ووجهان يحملان الرقم 4
نفرض ان كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور .نرمي الزهرتين في آن واحد ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين :
أ) زوجيين ، ب) فرديين .

التمرين62: دورة 1997 ع ط

يحتوي كيس على 10قريصات مرقمة من1إلى 10(لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان) نسحب في آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال

1)أحسب عدد السحاب الممكنة .
2)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية
3)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية
4)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحد منها عدد غير أولي
5)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل رقم أولي

التمرين63: دورة 1996 ع ط

يحتوي كيس على14 قريصة:4 قريصات تحمل الحرف (م) و3 قريصات تحمل الحرف (د) و3 قريصات تحمل الحرف (ي) وقريصتان تحملان الحرف (ن) وقريصتان تحملان الحرف (ة)
نسحب في آن واحد 5 قريصات بلا اختيار (الإمكانيات متساوية الاحتمال)
1)ما هو الاحتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"
2) ما هو الاحتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م) ؟
3) ما هو الاحتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف (م) ؟
4) ما هو الاحتمال لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م) ؟

الجزء الرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين64: (فرنسا 2019/ش.علوم/N-Calédonie /ت الأستاذ جبالي/بتصرّف)

تهتمّ شركة مختصّة بكراء السّيّارات، بصيانة سيّاراتها في الحظيرة.

نعلم أنّ 20% من السّيّارات هي تحت الضّمان،وأنّ 1% من السّيّارات التي تحت الضّمان، تحتاج إلى صيانة بينما السّيّارات التي ليست تحت الضّمان، فإنّ 10% منها تحتاج إلى صيانة.

نختار،عشوائيّا، سيّارة، من الحظيرة، و نعتبر الحادثتيْن الآتيتيْن.

G : " السّيّارة تحت الضّمان ". R : " السّيّارة تحتاج إلى الصّيانة ".

1) نمْذِجْ الوضعيّة، بشجرة احتمالات.

2)ا- احسب احتمال أن تكون السيّارة تحت الضّمان، و تحتاج إلى الصّيانة.

ب- تحقّق أنّ $p(R)=0,082$.

جـ- تبيَّنَ أنّ السّيّارة المختارة تحتاج إلى الصّيانة، ما احتمال أن تكون تحت الضّمان؟

3)أرادت الشّركة التّعاقد مع صاحب مرأب،لفحص سيّاراتها،فكانت شروط صاحب المرأب كالتالي: إذا كانت السّيّارة تحت الضّمان، فالفحص مجّاني؛ وإذا كانت ليست تحت الضّمان و لا تحتاج إلى صيانة فَثَمَنُ الفحص 100€. أمّا إذا كانت ليست تحت الضّمان،و تحتاج إلى صيانة، فَثَمَنُ الفحص 500€.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثَمَنَ الفحص.

ا- عيّن قانون احتمال X، و احسب أمله الرّياضيّاتي .

ب- إذا علمْتَ أنّ الشّركة تملك 250 سيّارة في الحظيرة،وأنها أعدّتْ ميزانيّة بمبلغ 25000€، لصيانة سيّاراتها، فهل هذا المبلغ يكفيها لتُبرم العقْد مع صاحب المرأب؟ علّل.

التمرين65: (فرنسا 2018/ش.علوم/Pondichéry/ت الأستاذ جبالي/بتصرّف)

تقوم مؤسّسة بتوضيب السّكّر الذي يأتيها من مصنعيْن U و V ، في عُلَب يزن الواحد منها $1kg$.

30% من السّكّر يأتي إلى المؤسّسة من المصنع U، و الباقي يأتي إليها من المصنع V. نفرض أنّ 3% من السّكّر الآتي من المصنع U، رقيق، و 95% من السّكّر الآتي من المصنع V، خشن.

نأخذ،عشوائيّا، عُلْبة سكّر، و نعتبر الحوادث التّالية:

U:"العُلْبة تحتوي على سكّر آتٍ من المصنع U "، V:"العُلْبة تحتوي على سكّر آتٍ من المصنع V ".

F: " العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق ".

1) احسب احتمال أن تكون العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق.

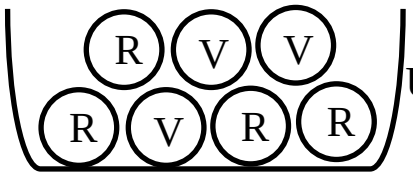
2) عِلْماً أنّ العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق، ما احتمال أن يكون سكّرها آتياً من المصنع U؟.

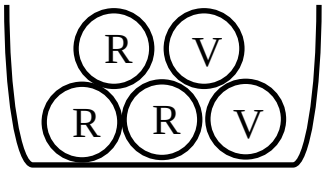
3) ترغب المؤسّسة أن يكون 30% من السّكّر الرّقيق، آتياً من المصنع U (أي $P_F(U)=0,3$)

كم تصبح، في هذه الحالة، النسبة المئويّة من السّكّر الآتي من كلٍّ من المصنعيْن U و V ؟.

التمرين66: المغرب 2015 ع ت

يحتوي صندوق U_1 على 7كرات:4 حمراء و3 خضراء(لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).
و يحتوي صندوق U_2 على 5كرات:3 حمراء و2 خضراء(لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).

الصندوق U_1 

الصندوق U_2 

I) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا 3 كرات من الصندوق U_1 .
ليكن A الحادث " الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين"
و ليكن B الحادث " الحصول على3 كرات من نفس اللون".
بيّن أن $P(A)=\frac{12}{35}$ و وأن $P(B)=\frac{1}{7}$.

II) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا كرتين من U_1 ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .
ليكن C الحادث " الحصول على 3كرات حمراء ". بيّن أن : $P(C)=\frac{6}{35}$.

التمرين67: المغرب 2003 ع ت

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 و 0 و0 و1 و 1 و2
وكرتين سوادين تحملان العددين 0 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .
1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:
A " للكرتين نفس اللون" ، B " جداء العدد ين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم"
2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين ، حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين68: المغرب 2003 ع ت الاستدراكية

يحتوي كيس على 6كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد 2- و1- و 0و 1 و 1و2

نعتبر الاختبار التالي : 'نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس'.
نعتبر ، بعد القيام بهذا الاختبار ، الحادثتين التاليين :
A: " من بين الكرات المسحوبة ، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S، "مجموع الاعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".
أ) أحسب احتمال الحدث A. ب) بيّن أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين69: المغرب 2004 ع ت

يحتوي كيس على 9 بيادق (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
بيدقان بيضاوين يحملان الرقم 1 وثلاثة بيادق حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و أربع بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و 2.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيادق من الكيس .
1) احسب احتمال الأحداث التالية:
A:" البيادق الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدق من كل لون)"
B:" البيادق الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".
C: " من بين البيادق المسحوبة يوجد على الأقل بيدق واحد أحمر "
3) احسب احتمال الحادث: $A \cap B$.

التمرين70: المغرب 2006 ع ت

يحتوي كيس U_1 على 5 بيادق : ثلاث منها تحمل الرقم 2 وبيدقان يحملان الرقم 3.
ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 بيادق : ثلاث منها بيضاء واثنان أحمران (لا يمكن التمييز بين البيادق باللمس) نسحب عشوائيا بيدق واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمه ،
ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الكيس U_2 بحيث n هو الرقم الذي يحمله البيدق المسحوب من الكيس U_1.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيادق الحمراء المسحوبة .
1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.
2) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

التمرين71: المغرب 2007 ع ت

يحتوي كيس على 7بيادق متماثلة تحمل الاعداد:
0 و 0 و 0 و1- و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التميز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 بيادق من هذا الكيس.لتكن الحوادث الآتية:
A: " لا توجد أية بيدقة من البيادق المسحوبة تحمل الرقم 0".

B:"سحب 3 بيادق تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى .
C:"مجموع الأرقام المسجلة على البيادق المسحوبة معدوم.
1) احسب P(A) و P(B).
2) بيّن أن $P(C)=\frac{2}{7}$.

التمرين72: تونس 2007 ش ر

يحتوي كيس على 4 زهر نرد لا نفرق بينها عند اللمس ، منها:
3 زهر نرد خضراء تحمل أوجه كل منها الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ،5 ، 6 . وزهر نرد أحمر تحمل أوجهها الأرقام 2 ، 2 ، 4 ، 4 ، 6 ، 6 .
1) نسحب عشوائيا زهر نرد من الكيس .أحسب احتمال الحادثتين الآتيتين :
A: "زهر النرد المسحوب احمر ". B : "زهر النرد المسحوب اخضر ".
2) نسحب عشوائيا زهرة نرد من الكيس ثم نرميه ثلاث مرات متتابعة .
نسمي C الحادثة :" الحصول على عدد زوجي ثلاث مرات متتابعة ".
أ-بيّن أن: $P(C/A)=1$ و $P(C/B)=\frac{1}{8}$. استنتج P(C).
3) نفرض أن زهر النرد المسحوب اخضر. ليكن المغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية من الرميات الثلاثة السابقة عدد الأوجه التي تحمل رقما زوجيا.
أ- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
ب- احسب الأمل الرياضي المغير العشوائي X.

الجزء الخامس: تمارين مقترحـــة

التمريـــــن73

تأهل إلى أولمبياد الرياضيات من دول المغرب العربي 25 تلميذا.3 تلاميذ و5 تلميذات من المغرب 4تلاميذ و تلميذتين من الجزائر وتلميذين و4تلميذات من تونس وتلميذين و3تلميذات من ليبيا

1) نريد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء من هذه المجموعة

أ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 تلميذات ؟

ب) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 أعضاء من نفس الدولة؟

جـ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة على الأقل عضوين من ليبيا؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد التلاميذ الذكور المتواجدين فيها.

أ)أوجد قيم المتغير العشوائي X.

ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمريـــــن74

تبين من مجموعة 12شخصا أن5 منهم يشاهدون التلفزيون فقط و 4 يستمعون للمذياع فقط و3 يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معّا.

أ- نختار 3 أشخاص بطريقة عشوائية من هذه المجموعة.

* عين احتمال لكي الأشخاص الثلاثة يشاهدون التلفزيون فقط

*عين احتمال لكي يوجد شخص واحد على الأقل يستمع للمذياع فقط من بين الأشخاص الثلاثة

ب-تختار شخصا واحدا وتبين أنه يشاهد التلفزيون فقط فما هو احتمال أنه يستمع للمذياع فقط.

حـ - نختار شخصين ونهتم بالمتغير العشوائي بعدد الأشخاص اللذين يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معا من بين الشخصين المختارين .

عين قيم المغير العشوائي ، قانون الاحتمال ، الأمل الرياضي.

التمريـــــن75

صندوق به 8 كرات بيضاء و n كرة سوداء ($n \geq 2$).نفرض أن سحب كرة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرة سوداء يفقد نقطتين . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

I/نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي

1)عين قيم المتغير العشوائي X . 2) عين قانون الاحتمال

3) احسب الأمل الرياضي $E(x)$ ثم عيّـن العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X)=0$

II/ نفرض الآن $n=6$. نسحب من هذا الكيس3 كرات في آن واحد

1)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . 2) احسب أمله الرياضي.

التمريـــــن76

طالب من قسم نهائي علمي(علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي) يعير نفس الاهتمام لكل المواد دون تمييز حيث المواد العملية والأدبية لها نفس الأهمية في البكالوريا.

إذا كان احتمال نجاحه في المواد العلمية (في متحان شهادة البكالوريا) هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في المواد الأدبية هو $\frac{1}{4}$

1-احسب احتمال نجاحه في البكالوريا

2-ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنه تحصل على شهاد البكالوريا

التمريـــــن77

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 .علبة تحوي n كريه بيضاء و 3 كريات سوداء .

نسحب من هذه العلبة كريتين في آن واحد.

1) احسب بدلالة n احتمال سحب :

أ) كريتين من لونين مختلفين. ب) كريتين بيضاوين. جـ) على الأقل كريه سوداء.

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X .

ب) عين بدلالة n قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي E(X) .

جـ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق : $E(X)=1$.

التمريـــــن78

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء مرقمة :1- ،0 ،1 ،1 ،1 و5 كرات سوداء مرقمة :1- ،0 ،0 ،1 ،1 لا نميز بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد من من هذا الصندوق.

أولا: احسب احتمال الحوادث التالية :

A حادث سحب كرة واحدة فقط بيضاء ، Bحادث سحب كرة بيضاء على الاقل .

Cحادث سحب 3 كرات من نفس اللون.، Aحادث سحب3 كرات من نفس الرقم.

Fحادث سحب 3 كرات مجموع أرقامها معدوم.

ثانيا:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1-عين قيم المتغير العشوائي X.

2-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمريـــــن79

1-كيس يحوي 10 قريصات لا نفرق بينها في اللمس منها 7 بيضاء مرقمة من 1 إلى 7و 3 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس.

2-أ)نعتبر الحادثة A"الحصول على قريصتين بيضاويين "، بين أن احتمال الحادثة A يساوي: $\frac{7}{15}$

ب) نعتبر الحادثة B"الحصول على قريصتين تحملان رقمين فرديين "، احسب احتمال الحادثة B

جـ) هل أن الحادثتين A و B مستقلتان؟ برر إجابتك.

3-نعتبر X المتغير العشوائي الذي يأخذ عدد القريصات البيضاء في السحب في آن واحد

أ-عين قانون احتمال X. ب- احسب الأمل الرياضي E(X).

التمريـــــن80

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.

1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبة A؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X. ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.

أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

جـ) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمريـــــن81

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .

إذا تحصل على وجه F ،يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبإرجاع أي يعيدالكرة المسحوبة إلى الصندوق قبل السحب الموالي .نعتبرالحدثين التاليين

A: " الحصول على كرتين بيضاوين B : " الحصول على كرة خضراء على الأقل "

1) بين أنّ إحتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{33}{100}$ ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2)يدفع اللاعب m دينارا حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي Y ، ثم عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y .

ب) عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .

التمريـــــن82

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .

1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :

أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " .

B : يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " .

C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .

ب)علما أنّ مجموع الأرقام التي تحملها الكرات يساوي 3،ما هو إحتمال أن تحمل نفس الرقم

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات بمجموع الأرقام المسحوبة :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمريـــــن83

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 وَ كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x = y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية $(x ، y)$ العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم بين أن : $P(X=4)=\frac{5}{24}$ واحسب : $P(X \leq 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمريـــــن84

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان

سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين V(X) و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمريـــــن85

نرمي زهرة نرد متوازنة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 المرة الأولى ونسجل الرقم α ثم نرميها ثانية ونسجل الرقم β .

1) أحسب إحتمال كل حادثة :

A : " الرقمان α و β يحققان المساواة $2\alpha+1=\beta$ ".

B : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|<1$ ".

C : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|>5$ ".

2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل رميتين بالعدد $|\alpha-\beta|$.

أ) ما هي قيم X الممكنة ؟. ب) أكتب قانون احتمال X .جـ) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

3) نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث : $(E): x^2+\alpha x+\beta=0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E) .

أ) ما هي قيم Y الممكنة ؟ .

ب) أكتب قانون إحتمال Y.

جـ) أحسب أمله الرياضي $E(Y)$.

التمريـــــن86

لدينا وعائين U_1 و U_2 يحتويان على كرات لا نفرّق بينها عند اللّمس . الوعاء U_1 يحتوي على n كرة بيضاء وَ 3 كرات سوداء (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1)

الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين وَ كرة واحدة سوداء .

نقوم بالتجربة E :"نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2 ،ثمّ نسحب كرة من U_2 ونضعها في U_1"

1) نعتبر الحادثة A : " بعد التجربة E يبقى الوعاءان على ما كانا عليه " .

أ) بيّن أنّ الإحتمال $p(A)$ للحادثة A يكتب : $p(A)=\frac{3}{4}(\frac{n+2}{n+3})$.

ب) عيّن نهاية $p(A)$ لمّا n يؤول إلى $+\infty$.

2) نعتبر الحادثة B : " بعد التجربة E الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء فقط " .

✓ تحقّق من أنّ : $p(B)=\frac{6}{4(n+3)}$.

3) لاعب يدفع 20 دينارا و يقوم بالتجربة E :

*)إذا كان بعد التجربة ، الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء ، اللاّعب يكسب $2n$ دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين ، فإنّ اللاّعب يكسب n دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء ، فإنّ اللاّعب لا يكسب شيئا .

✓ إشرح لماذا لا يكون للاعب أيّ ربح إذا كان n لا يفوق 10 ؟ .

4)فيما يلي نفرض أنّ $n>10$ ،ونعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ قيمة الرّبح الجبري للاّعب

مثلا : إذا وجد كرة واحدة بيضاء يكون الرّبح الجبري : $X=2n-20$.

✓ عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .

✓ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

✓ بيّن أنّ اللعبة تكون رابحة عندما يكون الوعاء U_1 يشمل 25 كرة بيضاء على الأقل .

التمريـــــن87

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء وَ 3 كرات بيضاء ،كلّها متماثلة و لا نفرّق بينها عند اللّمس.

1) نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وَ في آن واحد .

❖ أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة كلّها حمراء " .

B : " توجد كرة واحدة حمراء في السحب " .

C : " توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب " .

D : " الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة " .

2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء وَ نضع مكانها n كرة سوداء حيث : $(n\geq 2)$ ، ثمّ نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع

❖ نفرض أنّ سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة ، وَ سحب كرة سوداء يساوي $(+5)$ نقطة

ليكن X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصّل عليها .

أ) أكتب قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرّياضي $E(X)$.

ب) عين قيمة n حتىّ تكون اللعبة عادلة .

جـ) كيف نختار عدد الكرات السّوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟ .

التمريـــــن88

تحتوي علبة على كمية من القريصات ، حيث أنّ نصف القريصات بيضاء (B) وَ ثلث القريصات خضراء (V) ، وَ سدس القريصات صفراء (J) .
75% من القريصات البيضاء شكلها دائري (R) ، وَ 50% من القريصات الخضراء شكلها دائري وَ 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري ، أما باقي القريصات فشكلها مربّع (C) .
نسحب عشوائيا قريصة واحدة من العلبة .

1) شكّل شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

	B	V	J	المجموع
R				
C				
المجموع				24

- A : " القريصة المسحوبة خضراء دائرية " .
- B : " القريصة المسحوبة بيضاء و دائرية الشكل " .
- C : " القريصة المسحوبة دائرية الشكل " .

3) سحبنا قريصة دائرية الشكل ، فما هو إحتمال أن تكون خضراء ؟ .

4) نفرض أنّ مجموع القريصات في العلبة هو 24
أ) أكمل الجدول المقابل .
ب) نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من العلبة :
-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل

-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون .

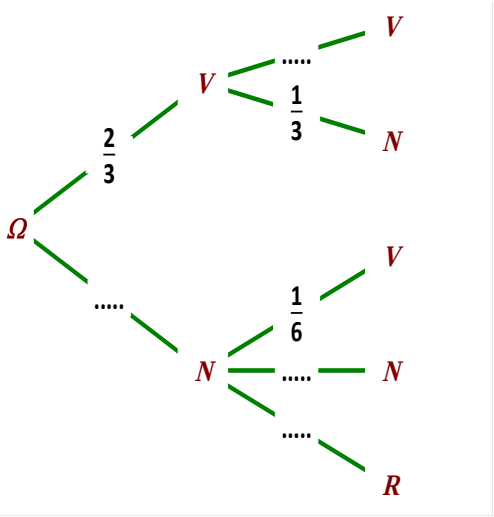
إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل فما هو إحتمال أن تكون من نفس اللون

التمريـــــن89

زهرنردAمتوازن ملوّن يحوي وجها لونه أخضر V ووجهين لونهما أسودN و3أوجه لونها أحمر R
I -نرمي زهر النرد مرتين، ونسجل لون الوجه في كل مرة.
1-ما احتمال الحصول على وجهين أسودين.

2-نعتبر الحادثة C : " الحصول على وجهين من نفس اللون." بين أن: $P(C)=\frac{7}{18}$

3-ما احتمال الحصول على وجهين من لونين مختلفين.
II -زهرنردBمتوازن ملون له 4أوجه خضراء V ،ووجهين لونهما أسودN ،نرمي زهر النردB :
-ذا تحصلنا على وجه أخضر نرمي مرة أخرى زهرالنردB ،ونسجل لون الوجه المتحصل عليه.
-إذا تحصلنا على وجه أسود نرمي زهر النرد A، ونسجل لون الوجه المتحصل عليه.



1-أكمل شجرة الاحتمالات التالية:

2-بين أن احتمال الحصول على وجهين أخضرين هو: $\frac{4}{9}$

3-ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية،

4-علما أننا تحصلنا على وجه أخضر في الرمية الأولى ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية.

5-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بالحصول على الوجه الأسود خسارة 5 نقاط والوجه الأحمر ربح نقطة واحدة والوجه الأخضر ربح α نقطة.

-عين قيمة α حتى تكون اللعبة عادلة

التمريـــــن90

I) يحتوي وعاء على n كرة بيضاء، حيث: $(n \geq 2)$ وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء:

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

2) نسمي $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللّون .

أ) بيّن أنّ: $p(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$.

ب) أحسب: $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى:

في البداية يدفع $30DA$ إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$. نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه و ليكن المتغيّر العشوائي X هو الربح الجبري للاعب

1) ما هي القيم الممكنة للمتغيّر العشوائي X ؟ .

2) أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع:

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج التجربة .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية:

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل " .

3)نفرض أنّ الكرية في السحبة الأولى خضراء ،ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية ؟

التمريـــــن91

زهرة نرد مكعبة الشكل وجوهها مرقّمة بالأرقام من 1 إلى 6 . p_k هو إحتمال الحصول على الرقم k ، $(1 \leq k \leq 6)$. هذه الزّهرة مغشوشة بحيث:

✓ الأعداد : p_1 ، p_2 ، p_3 ، p_4 ، p_5 ، p_6 تشكّل هذا الترتيب متتالية حسابية أساسها r .

✓ وَ الأعداد : p_1 ، p_2 ، p_4 تشكّل هذا الترتيب متتالية هندسية أساسها q .

1) برهن أنّ : $p_k = \frac{k}{21}$ ، من أجل : $1 \leq k \leq 6$.

2) نرمي هذه الزّهرة مرّة واحدة ، وَ نعتبر الحوادث التالية :

❖ A : " العدد المحصّل عليه زوجي " .

❖ B : " العدد المحصّل عليه أكبر من أو يساوي 3 " .

❖ C : " العدد المحصّل عليه 3 أو 4 " .

أ) أحسب إحتمال كل حادثة .

ب) أحسب إحتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 3 ، علماً أنه زوجي .

ج) الحادثتان : A وَ B هل هما مستقلتان ؟ . الحادثتان : A وَ C هل هما مستقلتان ؟ .

التمريـــــن92

تحتوي علبة على 3 كرات حمراء تحمل الأرقام : 2;1;1 وَ كرتين بيضاوين تحملان الرقمين : 2;1

I) نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من العلبة ، و نعتبر الحادثتين :

A:"الكرتان المسحوبتان حمراوان" B:"الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما عدد زوجي

B : " الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما عدد زوجي " .

أ) أحسب الإحتمالات التالية : $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A \cap B)$ ، $p(\overline{A \cup B})$.

ب) هل الحادثتان A وَ B مستقلتان ؟ .

ج) إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين ، فما هو إحتمال أن يكون مجموع رقميهما زوجي ؟

د) ما هو إحتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون وَ الرقم ؟ .

II) التجربة التالية تقتضي سحب كرتين على التوالي وَ بدون إرجاع .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق كل سحب بمجموع الرقمين المحصل عليهما .

1) أكتب قانون إحتمال X . 2) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمريـــــن93

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث : 4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ-عين قيم المتغير العشوائي X.

ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.

احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، A_2"سحب كرتين سوداوين "
3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع نعتبر الحوادث التالية:
B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2"سحب كرتين سوداوين"
أ- احسب الإحتمالات التالية : $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.
ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمريـــــن94

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B .
1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبة A؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في العلبة A .
أ) عين القيم التي يأخذها X . ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.
2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.
أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.
ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.
جـ) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمريـــــن95

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كرات حمراء تحمل الأرقام :0 ، 1، 2 ، 3 و 4
و3كرات خضراء تحمل الأرقام 5 ، 6 ، 7و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 8 و 9
1-نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق وفي أن واحد.
احسب احتمالات الحوادث التالية : A:"الكرتين المسحوبتين تحملان رقمان أوليان فيما بينهما"
B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين " . C : " مجموع الأرقام المسحوبة عدد أولي" .
2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس ممكنة العدد الحقيقي $\ln|x+y|$ حيث x و y هما الرقمان المسجلان على الكرتين المسحوبتين من هذا الكيس.
أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X
ب-أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمريـــــن96

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متماثلة ولانميز بينها في اللمس) .

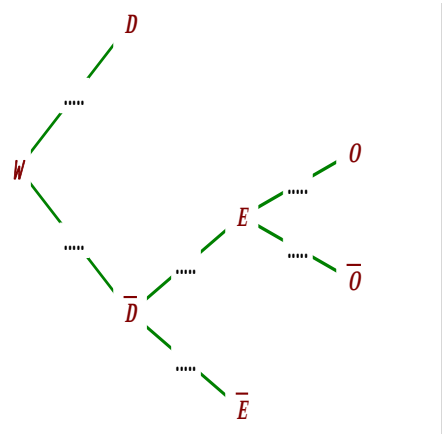
نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .
1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث
2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.
3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.
نقترح اللعبة التالية:للمشاركة يدفع اللاعبα(αعدد طبيعي معطى) .فإذا سحب كرتين حمراوين يتحصل على 10DA و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على 5DA ، وإذا سحب كرتين سودواين يربح ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.
عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم αحتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمريـــــن97

في محل لبيع الأجهزة الالكترونية قمنا بدراسة سلوك الزبائن الذين يشترون جهاز تلفاز وثلاجة، بعد الدراسة كانت النتائج التالية:
-احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفاز هو 0.6.
-احتمال أن يشتري الزبون ثلاجة بعدما يشتري جهاز تلفاز هو 0.4.
-احتمال أن يشتري الزبون ثلاجة ولم يكن قد اشترى جهاز تلفاز هو 0.2
1)شكل شجرة الاحتمالات
2) ما احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفاز وثلاجة.
3)نعتبر أن احتمال شراء الزبون ثلاجة هو: $P(M)=0.32$
أ)إذا علمت أن الزبون اشترى ثلاجة، ما احتمال أن يشتري جهاز تلفاز؟
ب)إذا علمت أن الزبون لم يشترى ثلاجة، ما احتمال أن يشتري جهاز تلفاز؟

التمريـــــن98

تقوم مدرسة البوليتاك في فرنسا بتنظيم الدخول إلى السنة الأولى بالطريقة التالية:
يتم قبول 15 % من الطلبة الناجحين في البكالوريا الذين تحصلوا على معدل أكثر من 15 .
بقية الطلبة يجتازون امتحان كتابي نسبة النجاح فيه 60 % .
كل الطلبة الذين ينجحون في الامتحان الكتابي يتم استدعائهم إلى امتحان شفهي.
كل طالب له فرصة من 3 للنجاح في الامتحان الشفهي، والذين يجتازون الامتحان الشفهي يتم قبولهم في المدرسة.
نختار عشوائيا طالب ونعتبر الحوادث التالية:



- D: الطالب تم قبوله بناء على معدله الأكثر من 15.
- E: الطالب نجح في الامتحان الكتابي
- O: الطالب نجح في الامتحان الشفهي
- A: الطالب تم قبوله في المدرسة.

1-أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التالية:

2-احسب $P(O)$ و $P(E)$

3-بين أن احتمال أن يتم قبول الطالب في المدرسة هو: $P(A)=0,32$

التمريـــــن99

A، B و C ثلاثة صناديق. A يحوي كرتين حمراوين و3 كرات زرقاء، B يحوي كرتين زرقاوين و4 كرات خضراء، C يحوي كرة خضراء وكرة حمراء.

يقوم لاعب برمي زهر نرد غير مزيف ويسحب كرة واحدة من أحد الصناديق حيث:

- إذا تحصل على الأرقام 1، 2 أو3 يسحب من A.
- إذا تحصل على الرقمين 4 أو5 يسحب من B.
- إذا تحصل على الرقم 6 يسحب من C .

1-احسب احتمال الحصول على كرة حمراء.

2-نحصل على كرة خضراء، ما احتمال أن تكون من الصندوق B .

3-ما احتمال أن لا نحصل على كرة خضراء علما أننا تحصلنا عند رمي زهر النرد على الرقم 6

4-نحصل على كرة زرقاء، ما احتمال أن نكون قد تحصلنا عند رمي زهر النرد على الرقم 3.

5- هل الحادثتان" نختار الصندوق C " و "نحصل على كرة حمراء" مستقلتان؟ برر اجابتك.

التمريـــــن100

كيس يحوي 20 كرة لا نفرق بينها في اللمس، منها 10 كرات حمراء، 5 كرات سوداء،3 كرات صفراء و2 كرات خضراء.نسحب أربع كرات الواحدة تلو الأخرى دون ارجاعها للكيس، ونسجلها بنفس ترتيب خروجها حسب اللون.

1- احسب عدد الحالات الممكنة

2-جدP(A)احتمال الحصول على كرة حمراءوكرة سوداء وكرة صفراءوكرة خضراء،بهذاالترتيب

6-احسب P(E) احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة صفراء وكرة خضراء

www.facebook.com/elbacsaahel/