www.facebook.com/elbacsaahel

المتتاليات العددية

دير هذو العفايس في راسك عزيزي



المتتالية الهندسية

$v_5 = v_2 \cdot q^3$

$(5-2) = 3$

إذن القانون

$v_n = v_p \cdot q^{n-p}$

إذا كانت عندك جملة معادلتين عوضها في معادلة الضرب

$v_1 . v_3 = {v_2}^2$

المتتالية الحسابية

$v_5 = v_2 + 3r$

$(5-2) = 3$

إذن القانون

$v_n = v_p + (n-p)r$

إذا كانت عندك جملة معادلتين عوضها في معادلة الجمع

$v_1 + v_3 = 2v_2$

المجموع

$s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

عدد الحدود $n - 0 + 1 = n + 1$

$s_n = v_0 \frac{q^{\text{عددالحدود}} - 1}{q-1}$	$s_n = \frac{\text{عددالحدود}}{2}(v_0 + v_n)$
$s_n = v_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q-1}$	$s_n = \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n)$

1. البرهان بالتراجع:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

برهن بالتراجع أن $u_n > 2$

أولا نثبت صحة الشرط الابتدائي $u_0 = 3$ ولدينا $3 > 2$ ومنه محقق إذن صحيحة

ثانيا نفرض أن $u_n > 2$ ونبرهن صحة u_{n+1}

أي نبرهن أن $u_{n+1} > 2$

ندير عفسة نتاع الحصر ننطلق من $u_n > 2$

نضرب الطرفين في $\frac{1}{2}$ ..... $\frac{1}{2}u_n > \frac{1}{2}2$

نضيف لطرفين 1 ..... $\frac{1}{2}u_n + 1 > 1 + 1$

إذن تصبح ..... $u_{n+1} > 2$ ومنه صحيحة

إذن $u_n > 2$ صحيحة مهما يكن n طبيعي

ملحوظة:

كل استنتاج يأتي بعد البرهان بالتراجع نقول بلي (u_n) محدودة من الأسفل أو الأعلى شوف كيفاه

$u_n > 2$ هنا نقول محدودة من الأسفل بـ 2

$u_n < 2$ هنا نقول محدودة من الأعلى بـ 2

2. اتجاه التغير:

متناقصة $u_{n+1} - u_n < 0$

متزايدة $u_{n+1} - u_n > 0$

مثال السابق :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n + 1 - u_n$$

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 1$$

نخرج $-\frac{1}{2}$ عاملا مشتركا فيصبح الفرق

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n - 2)$$

شوف ندير الحصر ونعرفوه موجب أو سالب

نقولو لدينا $u_n > 2$

نضيف العدد -2 لطرفين

$$u_n - 2 > 0$$

نضرب في العدد $-\frac{1}{2}$ وراك عارف يتغير الاتجاه

$$-\frac{1}{2}(u_n - 2) < 0$$

إذن $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة

mohamed abou

3.التقـــــــــــارب:

1. إذا لقيت (u_n) متناقصة ومحدودة مـــن الأسفل نقول أن (u_n) متقـــــــــــــاربة

2. إذا لقيت (u_n) متزايدة ومحـــــــدودة من الأعلى نقول أن (u_n) متقـــــــــــــاربة

3.النهاية : روح لعبارة الحد العام

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

u_n هي عبارة الحد العـــــــــــــــام

عفست ال L : روح للعبارة التراجعية

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

مثال السابق : نحسب النهاية L

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

بمأن لديها نفس النهاية نروحو نديرو عفست ال L

$$L = \frac{1}{2}L + 1$$

$$L - \frac{1}{2}L = 1$$

$$\frac{1}{2}L = 1 \text{ يكافئ أن } L = 2$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 2$$

وهو العدد لي تلقاه في البرهان بالتـــــــــراجع

ملاحظة :

كل استنتاج يجي بعد حساب نهاية عبـــــارة الحد العام يقصد به التقـــــــــــــارب

4.المتتالية الثـــــــابتة:

$$u_0 = u_1 = u_2 = \cdots = u_n = u_{n+1}$$

أي أن:

$$u_{n+1} - u_n = 0$$

5.كيفية إثبات متتالية هندسية:

$$v_{n+1} = v_n . q$$

ننطلق من v_{n+1} لنصل الى $v_n . q$ وفي هذه الحالة نقول أن (v_n) هندســـــــية وأساسها q

مثال1 : اثبت $v_n = e^{2n+1}$ هندســـــية

نضع في بلاصة n نضع $n+1$ فتصـــــــبح

$$v_{n+1} = e^{2(n+1)+1}$$

$$v_{n+1} = e^{2n+2+1}$$

نحـــافظ على $2n+1$ والعدد 2 الجديد نخرجوه

$$v_{n+1} = e^2 . e^{2n+1} = e^2 . v_n$$

ومنه هندســـــــية وأساسها e^2

مثال2 : شوف شكل آخر في إثبات الهندسية

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

اثبت أن $v_n = u_n - 6$ متتالية هندسية

تقدر تعرف الأساس قبل ماتبدا تبرهن وهو العدد لي مضروب في u_n اللي هو $\frac{2}{3}$ خليها بينـــــاتنا

نفس الطريقة ننطلق من v_{n+1} لنصل $v_n . q$

$$v_n = u_n - 6$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6$$

نعوض u_{n+1} بقيمتها فيكون عندنا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 - 6 = \frac{2}{3}u_n - 4$$

نخرج $\frac{2}{3}$ عـــــــــاملا مشتركا فيصبح لدينا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n - 6)$$

ومنـــــــه $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

إذن هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

وتقدر دير الطريقة نتاع القسمة $q = \frac{v_{n+1}}{v_n}$

دبر راسك أنت حر دير الطريقة لي تعجبك

Mohamed abou

6.كيفية إثبات متتالية حسابية:

$$v_{n+1} - v_n = r$$

مثال : اثبت $v_n = 2n + 1$ حســـــابية

نحسب v_{n+1} ونديرو الفرق بينها وبين v_n إذن

$$v_{n+1} = 2(n + 1) + 1 = 2n + 3$$

نطبّق القانـــــــون

$$v_{n+1} - v_n = 2n + 3 - (2n + 1)$$

$$v_{n+1} - v_n = 3 - 1 = 2$$

ومنه حســـــــــــابية أساسها 2

وهو العدد لي مضروب في n متقول لحتى واحـــد

7.عفسة أجمـــــــــلة:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = k & \dots\dots(1) \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = k' & \dots\dots(2) \end{cases}$$

أ. إذا كانت المتتالية هندسية:

الوسط الهندسي : $v_1 \times v_3 = {v_2}^2$

عوضها في المعادلة(2) نتاع الضرب تلقى v_2

$$v_1 \times v_2 \times v_3 = v_2 \times {v_2}^2 = k'$$

$${v_2}^3 = k' \quad \text{يكافـــــــــئ} \quad v_2 = \sqrt[3]{k'}$$

باه نحسب الأساس q :

نكتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 q^{3-2} = v_2 q^1$$

$$v_1 = v_2 q^{1-2} = v_2 q^{-1} = \frac{v_2}{q}$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و q في المعادلة (1)و بمأن v_2 عندك قيمتها يبـــــقى المجهول هو q بعد التعويض تجيك معادلة من الدرجة الثانية $aq^2 + bq + c = 0$

بعد ما تفتحها بالمميز يجوك زوج قيـــــم لـــ q

خذ الأساس q :

1. إذا قالك متناقصة هز الأساس $0 < q < 1$

مثلا $\frac{2}{3}$ او $\frac{1}{2}$ او $\frac{1}{4}$ او $\frac{3}{4}$ .....

2. إذا قالك متزايدة هز الأساس $q > 1$

مثلا 2 او 3 او $\frac{3}{2}$ او $\frac{4}{3}$ او .....

ب. إذا كانت المتتالية حسابية:

الوسط الحسابي : $v_1 + v_3 = 2v_2$

عوضها في المعادلة(1) نتاع الجمع تلقى v_2

$$v_1 + v_2 + v_3 = v_2 + 2v_2 = k$$

$$3v_2 = k \quad \text{يكافـــــــــئ} \quad v_2 = \frac{k}{3}$$

باه نحسب الأساس r :

نكـــــــــتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 + (3 - 2)r = v_2 + r$$

$$v_1 = v_2 + (1 - 2)r = v_2 - r$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و r في المعادلة (2)و بمأن v_2 عندك قيمتها يبقى المجهول هو r بعد التعويض تجيك معادلة من الدرجة الثانية $ar^2 + br + c = 0$

بعد ما تفتحها بالمميز يجوك زوج قيـــم لـــ r

خذ الأساس r :

1. إذا قالك متناقصة هز $r < 0$ السالب

مثلا -2 او -3 او $\frac{-1}{4}$ او $\frac{-5}{4}$ .....

2. إذا قالك متزايدة هز $r > 0$ الموجب

مثلا 2 او 3 او $\frac{1}{4}$ او $\frac{5}{4}$ .....



نتمنى إن شاء الله فهمتوني.

8.متتاليتان متجاورتان:

نقول على أن (v_n) و (u_n) متتاليتان متجاورتان إذا كانت إحداهما متزايدة والأخرى متناقصة وهما نفس النهاية يعـــــــــني

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = \lim_{n \to +\infty} u_n$$

أي $\lim_{n \to +\infty} (v_n - u_n) = 0$

9.عفايس المجمـــــــــوع:

$$s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$$

(v_n) متتالية هندسية طبق قانون المجموع

$$s_n = v_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$$

إذا كانت : لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بالعبارة

$$u_n = v_n + 3$$

نحسب المجموع s_n' بـــــــدلالة n

$$s_n' = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

بمـــــأن $u_n = v_n + 3$

$$s_n' = s_n + 3(n+1)$$

عدد الحدود

إذا كانت : ليكن المجموع k_n حيث (v_n) هندسية

$$k_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2$$

قم بتربيع الحد الأول والأساس وطبّق نفس القانون

$$k_n = v_0^2 \frac{q^{2(n+1)} - 1}{q^2 - 1}$$

نفس الشيئ بالنسبة للمجمـــــــــــــوع L_n

$$L_n = v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \cdots + v_n^3$$

قم بتكعـــــــــــيب الحد الأول والأساس

$$L_n = v_0^3 \frac{q^{3(n+1)} - 1}{q^3 - 1}$$

نفس الشيئ بالنسبة للمجمـــــــــــــوع T_n

$$T_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \cdots + \frac{1}{v_n}$$

قم بقـــــــــــلب الحد الأول والأساس

$$T_n = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1}{q} - 1}$$

كان فهمتني وجدلي



باه نبعثك للجامعة

النجـــــــــــــاح



1. تريد أن تكون مبدعاً في هذه الحياة؟؟ أول خطوة هي الاحتكاك بالناجحين و استمع لأفكارهم و حاورهم هذه أول خطوة للنجاح
2. بعضنا ينجح بذكائه وبعضنا ينجح بغباء الآخرين
3. إذا عرفنا كيف فشلنا نفهم كيف ننجح
4. إن النجاح لا يحتاج إلى أقدام بل إلى إقدام
5. المثابرة و النجاح توأمان الأولى مسألة نوعية و الثاني مسألة وقت
6. النجاح هو الإنتقال من فشل إلى فشل دون أن نفقد الأمل
7. الخوف من أي محاولة جديدة طريق حتمي للفشل
8. عليك أن تتعلم قواعد اللعبة أولاً ، ثم عليك أن تتعلم كيف تلعب أفضل من الآخرين
9. فشل من حولك لا يعني بالضرورة فشلك ، لكن لا تتوقع منهم مساعدتك على النجاح
10. من الملاحظ أن الناجح هو من أحسن استغلال الوقت ، في حين ضيعه غيره
11. الناجحون يقدرون على النجاح لأنهم يعتقدون أنهم يقدرون
12. اعزمْ وكدَّ فإن مضيتَ فلا تقفْ ...

واصبرْ وثابرْ فالنجاحُ محققٌ إن شاء الله

تلاميذ الاستاذ عبعوب محمد : Facebook