www.facebook.com/elbacsaahel

الاحتمالات

كي يعطيك مجموعتين ويقلك w هي المجموعة الكلية و A هي المجموعة الجزئية و تمثل الأعداد الزوجية و B هي مجموعة جزئية من w

$$w = \{1.2.3.4.5.6.7.8.9\}$$
$$A = \{2.4.6.8\}$$
$$B = \{7.8.9\}$$

احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(\bar{A})$ و $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B)$ و $P_A(B)$ و $P_{\bar{A}}(B)$ و $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ و $P(\bar{A} \cap B)$

$$P(A) = \frac{\text{عددعناصر } A}{\text{عددعناصر } w} = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = \frac{\text{عددعناصر } B}{\text{عددعناصر } w} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$P(\bar{A})$ يمثل الاحتمال العكسي لـ $P(A)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

بطريقة أخرى يعني مجموعة $\bar{A}$ هي عكس الأعداد الزوجية وهي الأعداد الفردية $\bar{A} = \{1.3.5.7.9\}$

$$P(\bar{A}) = \frac{\text{عددعناصر } \bar{A}}{\text{عددعناصر } w} = \frac{5}{9}$$

نروحو نحسبو المجموعتين $A \cap B$ و $A \cup B$

$$A \cap B = \{8\}$$
$$A \cup B = \{2.4.6.8.7.9\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عددعناصر } A \cap B}{\text{عددعناصر } w} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \cup B) = \frac{\text{عددعناصر } A \cup B}{\text{عددعناصر } w} = \frac{6}{9}$$

بطريقة اخرى لحساب $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
$$P(A \cap B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{6}{9} = \frac{7-6}{9} = \frac{1}{9}$$

نحسبو $P_A(B)$ اذا كانت عندك $P(A)$ و $P(A \cap B)$ نقولولك بصحتك ديرت لافير هاوليك القانون

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P_A(B) = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$$

حساب $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ شوف معايا نبسطوها

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$
$$= 1 - \frac{6}{9} = \frac{3}{9}$$

حساب $P(\bar{A} \cap B)$ شوف معايا القانون

$$P(\bar{A} \cap B) = P(A \cup B) - P(A)$$
$$= \frac{6}{9} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

حساب $P_{\bar{A}}(B)$ نفس القانون السابق

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{9} \times \frac{9}{5} = \frac{2}{5}$$

كوايج لي لازم تعرفهم

العاملي والترتيبة والتبديلة والقائمة والتوفيقة

1. العاملي:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots \times \times \ldots n$$

مثال أحسب عاملي 5!

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

متنساش $1! = 1$ و $0! = 1$

2. الترتيبة:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو A_5^2

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{120}{6} = 20$$

متنساش

$$A_n^1 = n \text{ و } A_1^1 = 1 \quad \text{و} \quad A_1^0 = 1$$

mohamed abou

3.التوفيقة: شـــــــوف كيفاه نحسبو توتو

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو C_5^2

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{120}{12} = 10$$

متنساش

$$C_n^1 = n \quad و \quad C_n^n = C_n^0 = 1$$

4.التبديلة:

هذا هو القـــانون $A_n^n = n!$

5.القائمة:

هذا هو القـــــانون n^p

مثال صندوق به 9 كريات نسحب منه ثلاث كريات و بإرجاع الكرية المسحوبة إلى الصندوق الحل هو عدد الكريات في الصندوق أس ثلاثة

$$9^3 = 729$$

6.لعفايس تاع الأسئلة:

أ. الجمعيـــــــــات:

كي يقلك جمعية مكونة من مدير ومراقب وووو وساعات ميذكرلكش الوظيفة شوف بواه نخدم

إذا ذكر وظيفة الأشخاص اخـــدم بالترتيبة A_n^p

إذا لم يذكر الوظيفة اخـــــدم بالتوفيقة C_n^p

ب. الســـــــــحب:

لـــــدينا n كرية و نســـــحب p كرية

كي يقلك نسحب في آن واحد ولا نسحب ونرجع ولا نسحب و منرجعش شوف بواه نخدم

إذا قالك نسحب في آن واحد نخدمو بالتوفيقة C_n^p

إذا قالك نسحب على التوالي و بدون إرجاع هنا نخدمـــــــــــــو بالترتيبة A_n^p

إذا قالك نسحب على التوالي بالإرجاع هنـــــا نخدمـــــــــــــــو بالقائمة n^p

7.كيفاه نحسب بالآلة الحاسبة:

كاين رمز $X!$ يقصد به العاملي تروحلو بـــ SHIFT

كاين خانة مكتوب عليها ncr هذيـــك معناها التوفيقة باه نحسب مثلا C_5^2 شـــوف واش دير كليكي على 5 ومنبعد ncr ومنبعد كليكي على 2

كاين خانة مكتوب عليها npr تروحلها SHIFT هي نفس الخانة نتاع ncr هذيك معناها الترتيبة باه نحسب مثلا A_5^2 شوف واش دير كليكي على 5 ومنبعد SHIFT ومنبـــــعد ncr و كليكي على 2

كاين نوع تلقى الرمز ncr و npr في خانة × و ÷

عارفكم هاربين في الآلة الحاسبة أكيد فهمتوني

8.تمرين بسيط وشامل :

صندوق به 12 كرية 5 حمراء و3 صفراء و4 سوداء نسحب 3 كريات في آن واحد

- ماهو عدد السحبات الممكنة
- ماهو احتمال ظهور 3 كريات حمـــــراء فقط
- ماهو احتمال ظهور كرية سوداء واحـــــدة عـــــــــــلى الأقل
- ماهو احتمال ظهور كريتين صفراء على الأكثر
- ماهو احتمال ظهور كريتين حمراء وكرية سوداء

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبـــــة عددالكريـــــــــــــــات الحمراء

- حدد القيم التي يأخذها X
- حدد قانون الاحتمال
- احسب الأمل الرياضي
- احسب التباين
- احسب الانحراف المعياري

mohamed abou

الإجـــــــــــابة

أول حاجة نخدمو بالتوفيقة C_n^p على خاطر قالك

نســـــــــــحب في آن واحد

السحبات الممكنة هو من 12 نهزو 3 يعـــني

$$C_{12}^3 = 220$$

- احتمال ظهور 3 كرات حمراء فقط يعني من 5 نهزو 3 يعني $C_5^3 = 10$ ونقسمهم على الحالات الممـــكنة $P(A) = \frac{10}{220}$

- احتمال ظهور كريت سوداء واحدة على الأقل يعـني واحدة أو اثنان أو ثلاث

شوف كي تلقى أو يعني الجمع

كي تلقى و يعني الضرب

C_4^1 يعني من 4 سوداء نهزو واحدة و نكملو من 8 نخرين لي بقاو نكملو زوج يعني C_8^2 نستعملو الضرب شوف الخدمة لي نديروها سالللللللللللللللللللللللللللللللللللهلة

$C_4^1 C_8^2$ يعني واحدة سوداء ونخرين نهزو زوج

$C_4^2 C_8^1$ يعني زوج سوداء ونخرين نهزو وحدة

$C_4^3 C_8^0$ ثلاث سوداء ونخرين مانهزو والو

$$P(B) = \frac{C_4^1 C_8^2 + C_4^2 C_8^1 + C_4^3 C_8^0}{220} = \frac{164}{220}$$

- احتمال كريتين صفراء على الأكـــــــــــثر يعني يا زوج يا وحدة يامكانش نفس الخدمـــــــة

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_9^1 + C_3^1 C_9^2 + C_3^0 C_9^3}{220} = \frac{219}{220}$$

- ماهو احتمال ظهور كريتين حمراء وكريت سوداء

$$P(D) = \frac{C_5^2 C_4^1}{220} = \frac{40}{220}$$

-قيم X الممكنة $X = \{0.1.2.3\}$

-قانون الاحتمال هو نحسب كل حالة ونقسمها على الحالات الممكنة

$$P(x=0) = \frac{C_5^0 C_7^3}{220} = \frac{1 \times 35}{220} = \frac{35}{220}$$

$$P(x=1) = \frac{C_5^1 C_7^2}{220} = \frac{5 \times 21}{220} = \frac{105}{220}$$

$$P(x=2) = \frac{C_5^2 C_7^1}{220} = \frac{10 \times 7}{220} = \frac{70}{220}$$

$$P(x=3) = \frac{C_5^3 C_7^0}{220} = \frac{10 \times 1}{220} = \frac{10}{220}$$

باه تتحقق من حساباتك صحيحة قانون الاحتمال كي تجمعهم كل الناتج يطلع 1 هيا نخربو وربي يستر

$$\frac{35}{220} + \frac{105}{220} + \frac{70}{220} + \frac{10}{220} = \frac{220}{220} = 1$$

-الأمل الرياضي

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i$$

هو تضرب كل حالة من الحالات لي حسبتهم من قانون الاحتمال في المتغير X تاعها

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=4} X_i P_i = 0P(0) + 1P(1) + 2P(2) + 3P(3)$$

$$E(X) = 0\frac{35}{220} + 1\frac{105}{220} + 2\frac{70}{220} + 3\frac{10}{220}$$

$$= \frac{0}{220} + \frac{105}{220} + \frac{140}{220} + \frac{30}{220} = \frac{275}{220} = 1.25$$

-التباين

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - E(X)\right)^2 P_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 P_i - E(X)^2$$

mohammed abou

نورمـــــاطوا راك فاهم كيفاه تحسب هي خدمة طويلة وتقلق كبر بالك وربي يكون في عـــــونك هيا عاونوني ونبدو نحسبو

$$V(X) = (0)^2\frac{35}{220} + (1)^2\frac{105}{220} + (2)^2\frac{70}{220} + (3)^2\frac{10}{220} - (1.25)^2$$

$$V(X) = 0.596$$

الانحراف المعياري

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

يعني القيمة لي تلقاها في التباين تجذرها

$$\sigma(X) = \sqrt{0.596} = 0.77$$

معناه لي غلط في قيمة الأمل الرياضي نقولولو عظم الله أجرك وربي يعوضهالك في الفلسفـــة

9.تمرين ثاني ابسط من الأول :

صندوق به 12 كرية 5 حمراء و3 صفراء و4 سوداء نسحب 3 كريات على التوالي بدون إرجاع

- ماهو عدد السحبات الممكنة
- ماهو احتمال ظهور 3 كريات حمراء فقط
- ماهو احتمال ظهور كرية سوداء على الأقل
- ماهو احتمال ظهور كريتين صفراء على الأكثر

الإجـــــــــابة

نفس الخدمة نتاع مقبيل غير نخدمو بالترتيبة

عدد السحبات الممكنة $A_{12}^3 = 1320$

$$P(A) = \frac{A_5^3}{1320} = \frac{60}{1320}$$

$$P(B) = \frac{3A_4^1A_8^2 + 3A_4^2A_8^1 + A_4^3A_8^0}{1320} = \frac{984}{1320}$$

$$P(C) = \frac{3A_3^2A_9^1 + 3A_3^1A_9^2 + A_3^0A_9^3}{1320} = \frac{1314}{1320}$$

10.دستور ثنـــــــائي الحد:

اسمو كبر منو متخافش غير قـــانون برك

$$(a+b)^n = \sum_{P=0}^{P=n} C_n^p a^{n-p} b^p$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^{n-0} b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 \ldots + C_n^n a^{n-n} b^n$$

نديرو مثال باه تفهموني مليح مليح هيا تبـــع معايا

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^{3-0} b^0 + C_3^1 a^{3-1} b^1 + C_3^2 a^{3-2} b^2 + C_3^3 a^{3-3} b^3$$

يعني n تبقى تساوي 3 وأما P قيمتها تتغير من 0 إلى 3 عاود شوف القـــــــانون دوك تفهم

$$(a+b)^3 = 1a^3 1 + 3a^2 b^1 + 3a^1 b^2 + 1a^0 b^3$$

$$= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

11.شجرة الاحتمـــــال:

مع احتراماتي للشجر هذه أسمط شجرة المهم عمتي الشجرة تقولكم كي نسحبو عشـــوائيا بإرجاع ولا بدون إرجاع الحاجة المسحـــــــوبة

هههههه تبع معايا نعطيكم مثال... ابتسم

نديرو مثال أحسن باه تفهموني قـــــولو بسم الله

المثال الأول

صندوق به 7 كريات منها 4 حمراء و3ســـــوداء نسحب عشوائيا كرية نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب مرة أخرى كرية ونسجل لونها حاب يقول نسحب كريتان بإرجاع الكرية المسحوبة

الأسئلة

- أنشئ شجرة الاحتمالات
- ماهو احتمال الحصول على كريتين حمراوين
- ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداوين

- ماهو احتمال الحصـــــــــــول على كريتين مختلفتين في اللـــــــــــــــــون

الاجابة

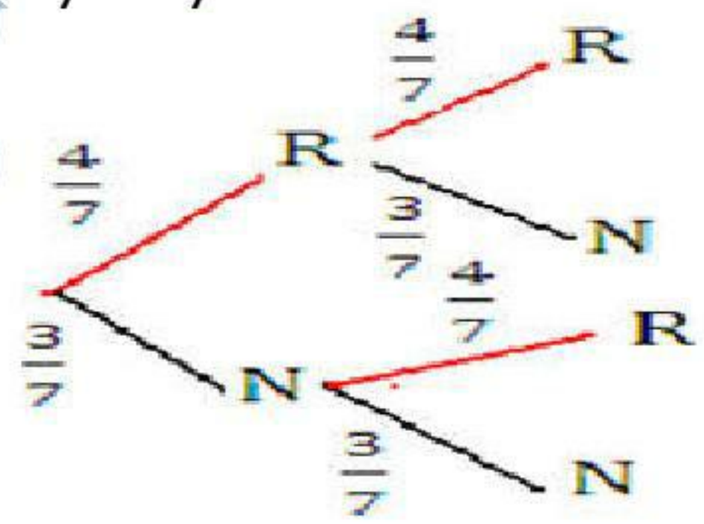
شوف معايا أنت كي تسحب مرتين وترجع الكرية المسحوبة معنـــــــاه العدد تاعهم يبقى نفسو

نرمزو للكرية الحمراء R والسوداء N

$\frac{3}{7}$ نقصدو بيها 3 كريات سوداء من العدد الكلي 7

$\frac{4}{7}$ نقصدو بيها 4 كريات حمراء من العـــدد الكلي 7

شوف معايا كي تسحب الأولى ممـــكن تكون حمراء ولا سوداء يعني إما $\frac{3}{7}$ او $\frac{4}{7}$ كي تزيد تسحب الثانية يعني تكون أنت رجعت الأولى يعني يبقى العـــدد نفسو معناه الثانية قد تكون $\frac{3}{7}$ او $\frac{4}{7}$



باه تعرف روحك صحيح كي تجمع زوج أغصان الحم مع اسود يجيك الناتج واحد يعني $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=1$

- ماهو احتمال حصـــــول على كريتين حمراوين او احتمال حصول على سوداوين يعني إما الزوج حمورة ولا الزوج سوداء مثلا كي شغل تقول الأولى حمراء و الثانية حمراء نديرو الضرب نتبعو الغصن لي فيه R

اذا كانو زوج حمراء ——R——R——

$$P(\mathrm{R}) = \frac{4}{7}\cdot\frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

اذا كانو زوج سوداء ——N——N——

$$P(\mathrm{N}) = \frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

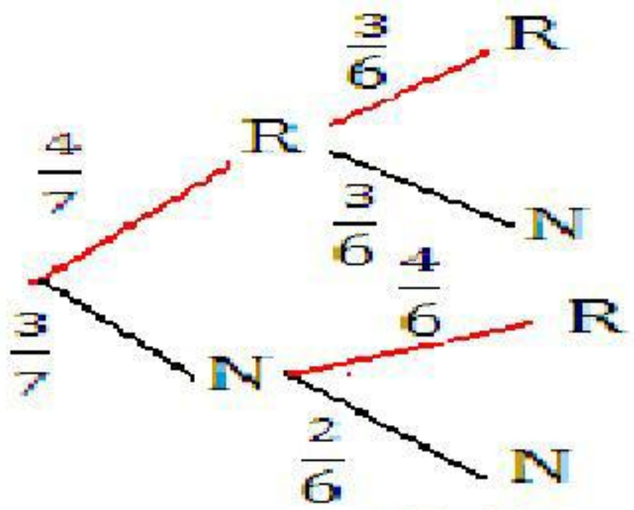
- ماهو احتمال حصـول على كريتين مختلفتين في اللـون نشوفو الاغصان وين تكون R مع N يعني إما الأولى حمراء والثانية سوداء او الاولى سوداء والثانية حمراء يعني الجمع N—R R—N

$$P(\mathrm{B}) = \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{7}+\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{7} = \frac{24}{49}$$

تحقق من الحساب باستخدام القـــــائمة n^p

المثال الثاني

نفس الاسئلة بصح نسحب كريتان بـــــدون ارجاع الكرية المسحوبة شوف يعني اذا كـــــانت الاولى سوداء ففي السحبة الثانية يكونو ناقصـــين كرية وحدة سوداء واذا كانت الأولى حمراء يعـــــني في السحبة الثانية يكونو ناقصين حمورة وحـــــدة على خاطر تسحب وماترجعش معناه يبـــقو 3 كي ماترجعش الكرية المسحوبة يعني الصندوق في السحبة الاولى يكونو فيه 7 وفي السحبة الثانية يكونو فيـــه 6 يالللللاو راك مترجعش لمسحوبة



اذا كانو زوج حمراء بنفس الطريقة

$$P(\mathrm{R}) = \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} = \frac{12}{42}$$

واذا كانو زوج سوداء

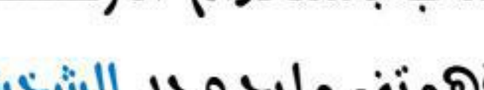
$$P(\mathrm{N}) = \frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6} = \frac{6}{42}$$

اذا كانو مختلفين في اللون

$$P(\mathrm{B}) = \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6} = \frac{24}{42}$$

تحقق من الحساب باستخدام الترتـــــيبة A_n^p

....كان فهمتني مليح وجد الشخشوخة....



more.ime