www.facebook.com/elbacsaahel

الأعـــــــداد المركبة

ماعليش دخل في راسك بلي $i^2 = -1$

1.طويلة عدد مركب $|Z|$:

ليكن العدد المركب $Z = -4 + 3i$

$$|Z| = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

أطونسيو دخّل i تحت الجذر راك دير كـــارثة

2.عمدة عدد مركب $\theta = arg(Z)$:

علابالي بيك تكره $\sin\theta$ و $\cos\theta$ أصبر معايـــا

لازمك تعرف تحسب الطويلة باه تحسب العمـدة

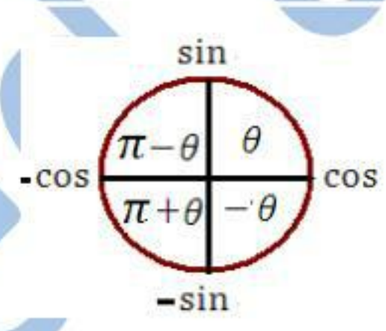
مثال : ليكن العدد المركب $Z = -1 + \sqrt{3}i$

نحسبو الطويلة تجينـــا

$$|Z| = \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

من الدائرة المثلثية الربع



لي cos سالب و sin موجب هو الربع الثاني يعني

هي الزاوية $\frac{\pi}{3}$ في الربع الثاني تـــــولّي $\pi - \frac{\pi}{3}$

نعطيك عفسة مليحة شـــــوف كيفاه تعرف

الزوايا الشهيرة $Z = x + yi$

$x > y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{6}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + 1i$

$x < y$ يعني الزاويـــة $\frac{\pi}{3}$ مثلا $Z = 1 + \sqrt{3}i$

$x = y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{4}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$

$x = 0$ يعني الزاويـــة $\frac{\pi}{2}$ مثلا $Z = \sqrt{3}i$

أما الإشارة تدل على الربع روح لـــدائرة المثلثيـــة

كيما ديرنا المثال السابق عرفنا الزاوية والربع وحسبنا

3.مرافق عدد مركب $\bar{Z}$:

$Z = 4\sqrt{3} + 4\,i$ مرافقه $\bar{Z} = 4\sqrt{3} - 4\,i$

الملهم أعكس إشارة الجزء التخيـــــــــــلي

4.الشكل الأسـي :

كي تحسب الطويلة والعمدة طبّق $Z = |Z|e^{\theta i}$

العدد المركب السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ طويلته 2

وعمدته $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ نعوض في القانون يصبح

$Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ متقوليش برك هذه صعيبـــة

5.الشكل المثلثي :

كيـف نحوه طبق القـــــــــانون هـــذا

$$Z = |Z|(\cos\theta + i\sin\theta)$$

من المثال السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ عندك الطويلة

والعمدة طبّق $Z = 2(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$

6.الشكل الجبري :

هذا راهو مكتوب كتابة جبرية $Z = -1 + \sqrt{3}i$

المشكل كيفاه نروح من الأسي والمثلثي إلى الجبري

دير في بالك هذو $\frac{1}{2} = 0.5$ و $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ و

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$ هذو الزوايا الشهيرة باه تجينا ساهلة

الانتقال من الأسي والمثلثي إلى الجبري شوف المثال

$$Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i} = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$Z = 2(-0.5 + i0.866)$$

$$Z = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + \sqrt{3}i$$

7.عفايس الشكل $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = a$:

أ. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = ai$:

a سالب فإن الزاوية هي $-\frac{\pi}{2}$

a موجب فإن الزاوية هي $\frac{\pi}{2}$

1. إذا كانت $a = 1$ أو $a = -1$ في هذه الحالة

نقول أن المثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين

2. إذا كانت $a \neq 1$ و $a \neq -1$ في هذه الحالة

نقول أن المثلث ABC قائم في B فـــــــقط

ب. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$:

باين المثلث ABC متقايس الأضلاع

ج. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$:

إذا لقيت a عدد حقيقي يعني أن النقط C. B. A على استقامة واحدة يعني $\overrightarrow{BA}=a\overrightarrow{BC}$

د. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$

نقدرو نكتبوه من الشكل $z_A-z_B=a(z_C-z_B)$

نقولو يوجد تحويل نقطي وطبيعته حسب السيد a

ملحوظة: $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_D}=\pm 1$

تلقاه 1 نقولو ABDC متوازي أضلاع $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}$

تلقاه -1 نقولو ABCD متوازي أضلاع $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

8.تفسير الهندسي لشكل $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$:

1.الطويلة : $|BA|=a|BC|$

2.العمدة : $arg(a)=(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$

9.دستور موافر:

$$Z^n=|Z|^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$$

ساعات يقلك أوجد قيمة n حتى يكون:

يكون Z^n حقيقي صرفا: يعني $\sin n\theta=0$

وهذا يكافئ $n\theta=k\pi$ ومنبعد جيب قيمة n

إذا كان k زوجي يولّي Z^n حقيقي موجب

إذا كان k فردي يولّي Z^n حقيقي سالب

يكون Z^n تخيلي صرفا: يعني $\cos n\theta=0$

وهذا يكافئ $n\theta=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنبعد جيب n

إذا كان k زوجي يولّي Z^n تخيلي موجب

إذا كان k فردي يولّي Z^n تخيلي سالب

متنساش بلي n عدد طبيعي يعني k يكون طبيعي

ساعات يقلك أحسب مثلا: $Z=2e^{\frac{2016\pi}{3}i}$

$$Z=2e^{\frac{2016\pi}{3}i}=2(\cos\frac{2016\pi}{3}+i\sin\frac{2016\pi}{3})$$

$$Z=2(1+i0)=2$$

10.التحويلات النقطية:

العبارة المركبة

α عددحقيقي — $Z'=\alpha Z+\beta$ — α عددمركب

نعرف الطبيعة حسب السيد α

$|\alpha|=1$ دوران — $\alpha=1$ انسحاب

$|\alpha|\neq 1$ تشابه مباشر — $\alpha\neq 1$ تحاكي

العناصر المميزة لتحويلات :

1.نسبته هي $|\alpha|$ بالنسبة لدوران والتشابه

أما بالنسبة لتحاكي والانسحاب النسبة هي α

2.الزاوية هي $arg(\alpha)$

3. المركز هو w حيث $Z_w=\frac{\beta}{1-\alpha}$

ملاحظة : المركز w هو النقطة الصامدة يعني

تحويلها هو نفسها معناه $Z_w=\alpha Z_w+\beta$

كي يقلك أوجد Z_C حيث C صورة A بالتحويل النقطي الذي مركزه B (دير في بالك بلي Z_C تجي في بلاصة Z') أكتب مباشرة الجملة

$$Z_C=\alpha Z_A+\beta$$

$Z_B=\alpha Z_B+\beta$ بالطرح تجيك

$$Z_C-Z_B=\alpha(Z_A-Z_B)$$

إذا عطاك مثلا دوران وقالك مركزه O دير في بالك بلي $\beta=0$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ متنساش بلي $|\alpha|=1$ أي العبارة المركبة بالشكل الأسي هي $Z'=1e^{\frac{\pi}{2}i}Z$

وإذا حبيت تكتبها على الشكل الجبري $Z'=iZ$

11.المرجح G لـ $\{(A,-1)(B,2)(C,2)\}$:

$$Z_G=\frac{-Z_A+2Z_B+2Z_C}{-1+2+2}$$

إذا قالك مركز ثقل مثلث هز المعاملات 1.1.1

12.طبيعة الربـــــاعيات:

ليكن الرباعي $ABCD$



حيث قطراه $[AC]$و $[BD]$

أ. متوازي أضـــلاع:

يكفي أن نثبت أن القطران متناصـــــــفان

أو $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعـــني $Z_B - Z_A = Z_C - Z_D$

ب. مستطـــيل: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$و $[BD]$ متساويان

وموش متعامدان أو $AB \neq BC$ وزيد متعامدان

ج. المربـــــع: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$و $[BD]$ متساويان

ومتعامدان أو $AB = BC$ وزيد متعامدان

د. المعـــــين: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$و $[BD]$مـــوش

متساويان ومتعامدان أو $AB = BC$ وزيـــد

مـــــــــوش متعامدان

ملاحظة : كي يكون عندك $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ وزيد

عندك هذا الشكل $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = ai$

نقدر نعرف الرباعي من طبيعة التحويل النقطـــي

الـــــــدوران:

- $\frac{\pi}{2}$ = مـــربع
- $\neq \frac{\pi}{2}$ مـــعين

التشابه المبـــاشر:

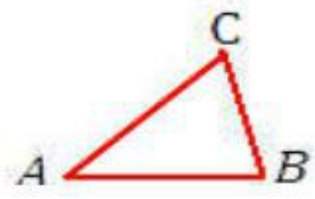
- $\frac{\pi}{2}$ = مستـطيل
- $\neq \frac{\pi}{2}$ متوازي أضلاع

13.المثلثـــــــــات:

أحسب الأطوال $AB = AC = BC$

باين نقول أن المثلث ABC

متقايس الأضلاع



وإذا كان $AB^2 + AC^2 = BC^2$ نقولو أن

المثلث ABC قائم في A وإذا كان $AB = AC$ زيد

متساوي السـاقين

14.مجموعات النقط:

1. إذا لقيت $GM = 3$.....

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G

ونصف قطرها 3 .. (ياو رانا في الأعداد المركبة

رد بالك تقـــــــــول سطح كرة)

2. إذا لقيت $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة قطرها $[AB]$

3. إذا لقيت $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{AB} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي مستقيم الذي يشمل

النقطة G والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي عليه

4. إذا لقيت $|Z - Z_A| = |Z - Z_B|$ .....

يعني $AM = BM$ نقولو مجموعة النقط M هي

مستقيم الذي هو محور القطعة $[AB]$ أو نقول

هو المستقيم الذي يشمل منتصف $[AB]$ والشعاع

$\overrightarrow{AB}$ عمـــــــــــــــــــــــودي عليه

5. إذا لقيت .... $arg(Z - Z_A) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

نصف مستقيم $[AM)$ مبدؤه النقـــــطة A

6. إذا لقيت..... $Z - Z_A = 2e^{\theta i}$

هنا الطول ثابت وهو 2 ولكن الزاوية متغيرة يعني

راح ترسملنا دائرة مركزها A ونصـــــف قطرها 2



....

أكثروا من الصلاة والسلام على النبي

المختار يفتح الله عليكم أبواب رحمته

ويشرح صدوركم ويزيل همومكم ويرفع

مقامكم إلى الدرجات العلى والمنازل

الشريفة

mohamme