دورة الوحدة (02)	الدّرس (05) – الجزء (03): "دراسة حركة القذيفة"	BAC 2023

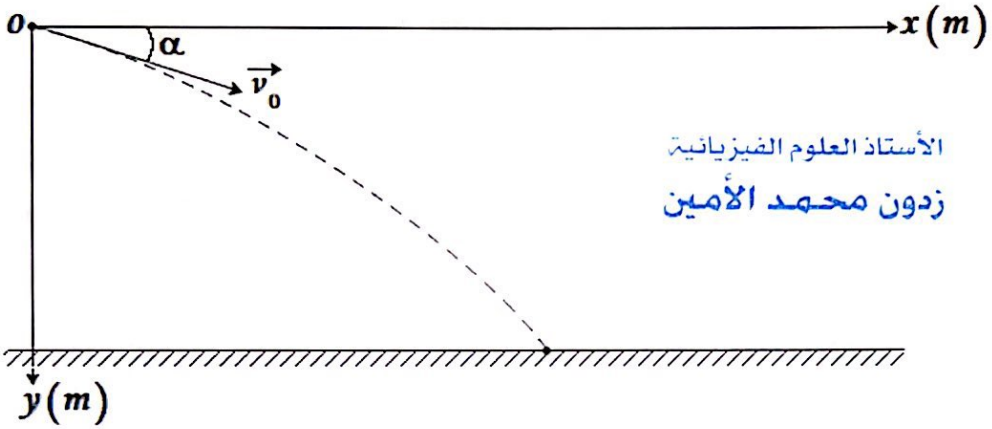
في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

.1	• دراسة حركة القذيفة (القذف المائل للأسفل).
.2	• تمرين تطبيقي.

amine.zeddoun

– دراسة حركة القذيفة (القذف المائل للأسفل):

1- التمثيل:



2- الشروط الابتدائية:

أ- إحداثيات الموضع الابتدائي O:

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \dots (1)$$

ب- مركبتي شعاع السّرعة الابتدائيّة $\vec{v}_0$:

$$\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0.sin(\alpha) \end{cases} \dots (2)$$

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

أ- مركبتي شعاع التّسارع $\vec{a}$:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \dots (3)$$

ب- طبيعة الحركة:

$$\begin{cases} (Ox) \Leftarrow \text{حركة مستقيمة منتظمة} \\ (Oy) \Leftarrow \text{حركة مستقيمة متغيرة بانتظام} \end{cases} \dots (4)$$

جـ- المعادلات التّفاضلية:

للسرعة:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = g \end{cases} \dots (5)$$

للموضع:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} = g \end{cases} \dots (6)$$

د- المعادلات الزمنية للحركة:

$$(Ox)\begin{cases} v_x(t) = v_0.cos(\alpha) \\ x(t) = v_0.cos(\alpha).t \end{cases} \dots (7)$$

$$(Oy)\begin{cases} v_y(t) = g.t + v_0.sin(\alpha) \\ y(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin(\alpha).t \end{cases} \dots (8)$$

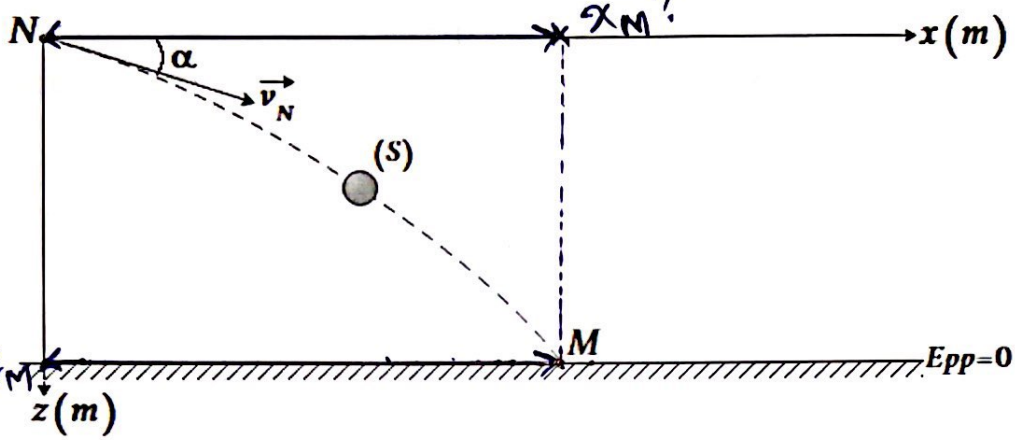
Scanned with CamScanner

4- معادلة المسار:	$y = \frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + \tan(\alpha).x$ ... (9)

- تمرين تطبيقي:

نقذف جسم صلب ومتجانس (S) كتلته $m = 100g$ من الموضع N بسرعة $v_N = 2m/s$ والذي يصنع شعاعها زاوية $\alpha = 30°$ مع الأفق. ليسقط عند الموضع M الذي إحداثياه $M\begin{cases} x_M \\ z_M = h = 80cm \end{cases}$.

نهمل تأثير الهواء (يعطى $g = 10m/s^2$)



1- أوجد المعادلات الزمنية لمركز عطالة الكرة بإهمال تأثير الهواء.

2- أوجد معادلة المسار $z = f(x)$.

3- أحسب x_M.

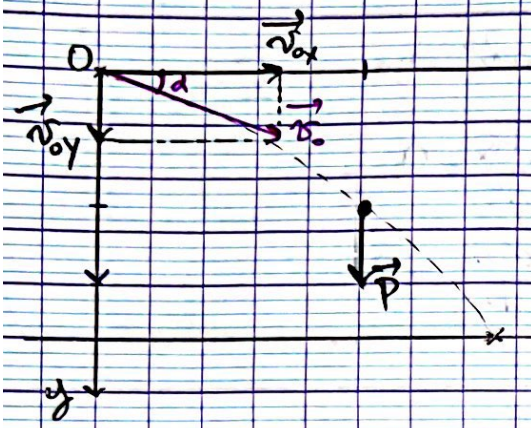
4- أوجد زمن وصول الكرة للموضع M، استنتج قيمة v_M.

الأستاذ العلوم الفيزيائية

زدون محمد الأمين

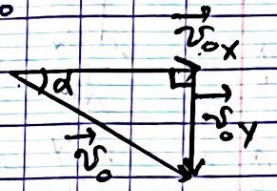
Scanned with CamScanner

الدرس (05): دراسة حركة القذيفة - الجزء (03).
الجزء (02): القذف المائل للأسفل



الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

* $O(0;0)$; $x_0=0$; $y_0=0$
* $\vec{v}_0$?



$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$

$\sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$

$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

بتطبيق ① + ② بش ١:

③ - المدروسة: جسم (S).
- المرجع: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى المؤثرة: - قوة الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون (II) لنيوتن:

$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور (ox):

$\Rightarrow 0 = m \cdot a_x$

$\Rightarrow a_x = 0$

بالإسقاط على المحور (oy):

$\Rightarrow +P = m \cdot a_y$

$\Rightarrow mg = m \cdot a_y$

$\Rightarrow a_y = g$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$

Scanned with CamScanner

ب- وفق المحور (ox) لدينا: $\ddot{x}=0$ ⇐ حركة مستقيمة منتظمة.
وفق المحور (oy) لدينا، ثابت $a_y=g$ ⇐ حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.
(متسارعة بانتظام).

ج- وفق المحور (ox):

$$a_x=0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt}=0$$

$$a_x=0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}=0.$$

وفق المحور (oy):

$$a_y=g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt}=g$$

$$a_y=g \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2}=g.$$

د- ① عن طريق الاشتقاق:

وفق المحور (ox):

لدينا: حركة مستقيمة منتظمة وفق (ox)

$$x(t)=\frac{1}{2}\cancel{a_x}t^2+v_{0x}t+\cancel{x_0}$$

$a_x=0$ ، $v_{0x}=v_0\cos(\alpha)$ ، $x_0=0$

ومنه:

$$\Rightarrow x(t)=v_0\cos(\alpha)\,t$$

ونعلم أن:

$$v_x(t)=\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow v_x(t)=\frac{d}{dt}\left(v_0\cdot\cos(\alpha)\cdot t\right)$$

$$\Rightarrow v_x(t)=v_0\cos(\alpha)!$$

وفق المحور (oy):

لدينا: حركة مستقيمة متغيرة بانتظام وفق (ox)

$$y(t)=\frac{1}{2}a_y t^2+v_{0y}t+\cancel{y_0}$$

$a_y=g$ ، $v_{0y}=v_0\sin(\alpha)$ ، $y_0=0$

ومنه:

$$\Rightarrow y(t)=\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin(\alpha)\,t.$$

ونعلم أن:

$$v_y(t)=\frac{dy}{dt}$$

$$\Rightarrow v_y(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin(\alpha)\,t\right)$$

$$\Rightarrow v_y(t)=gt+v_0\sin(\alpha)$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

② بطريقة التكامل:

وفق المحور (Ox):

لدينا: $a_x = 0$

$\Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0$

$\Rightarrow v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$

و منه: $\frac{dx}{dt} = v_x(t) = v_0 \cos(\alpha)$

$\Rightarrow \int_{x_0}^{x(t)} dx = v_0 \cos(\alpha) \int_{t=0}^{t} dt$

$\Rightarrow x(t) - x_0^{\nearrow 0} = v_0 \cos(\alpha)(t - t_{\nearrow 0}^{0})$

$\Rightarrow x(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t \quad \ldots (1)$

وفق المحور (Oy):

لدينا: $a_y = g$

$\Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = g$

$\Rightarrow \int_{v_y}^{v_y(t)} dv_y = g \int_{t=0}^{t} dt$

$\Rightarrow v_y(t) - v_{0y} = g(t - t_{\nearrow 0}^{0})$

$\Rightarrow v_y(t) = g.t + v_0 \sin(\alpha)$

و منه: $\frac{dy}{dt} = v_y(t) = gt + v_0 \sin(\alpha)$

$\Rightarrow \int_{y_0}^{y(t)} dy = g \int_{t=0}^{t} t.dt + v_0 \sin(\alpha) \int_{t=0}^{t} dt$

$\Rightarrow y(t) - y_{0}^{\nearrow 0} = g \cdot \frac{1}{2}(t^2 - t_{\nearrow 0}^{2}) + v_0 \sin(\alpha)(t - t_{\nearrow 0}^{0})$

$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t \quad \ldots (2)$

④ من ①: $t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$ ، وبالتعويض في ②:

$y = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$

$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

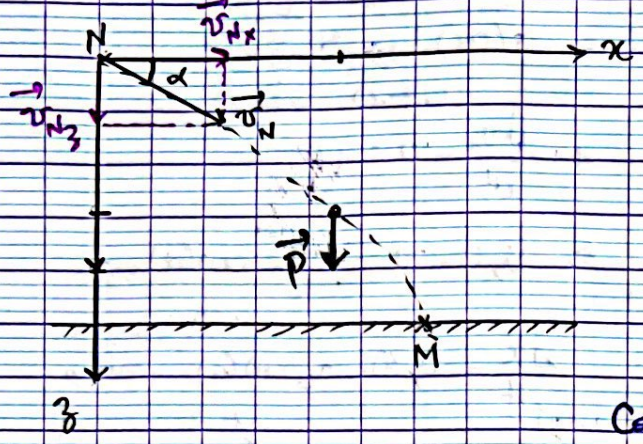
$\Rightarrow y = \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x$

المسار: قطع مكافئ ↓

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

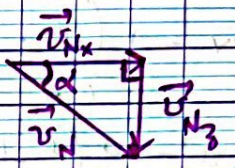
Scanned with CamScanner

حل التمرين التطبيقي (03):



* $N(0;0)$ ش.ا.ه
$x_N \quad z_N$

* $\vec{v}_N$?



$\cos(\alpha) = \frac{v_{Nx}}{v_N} \Rightarrow v_{Nx} = v_N \cdot \cos(\alpha)$

$\sin(\alpha) = \frac{v_{Nz}}{v_N} \Rightarrow v_{Nz} = v_N \cdot \sin(\alpha)$

* $\vec{v}_N \begin{cases} v_{Nx} = v_N \cdot \cos(\alpha) \\ v_{Nz} = v_N \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

---

① - الجملة المدروسة : جسم صلب (S).
- المرجع : سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى المؤثرة : - قوة الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون (II) لنيوتن :

$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور (Nz) :

$+P = m \cdot a_z$

$\Rightarrow mg = m \cdot a_z$

$\Rightarrow a_z = g$

بالإسقاط على المحور (Nx) :

$0 = m \cdot a_x$

$\Rightarrow a_x = 0$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases}$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

وفق المحور (Ox): $a_x = 0$ ⇐ حركة مستقيمة

حركة مستقيمة منتظمة $a_x \times v = 0$

$$x(t) = v_{Nx}\,t + x_N \quad ; \quad v_{Nx} = v_N.\cos(\alpha) \quad ; \quad x_N = 0$$

$$\Rightarrow x(t) = v_N.\cos(\alpha).t \quad \dots (1)$$

ونعلم أن: $v_x(t) = \frac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow v_x(t) = \frac{d}{dt}\left(v_N.\cos(\alpha).t\right)$$

$$\Rightarrow v_x(t) = v_N.\cos(\alpha).$$

$$\begin{cases} x(t) = 2.\cos(30).t = 1{,}73\,t. \\ v_x(t) = 1{,}73\ m/s. \end{cases}$$

وفق المحور (Oz): $a_z = g$ ⇐ حركة مستقيمة

حركة مستقيمة متغيرة بانتظام $a_z =$ ثابت

(مستقيمة بانتظام)

$$z(t) = \frac{1}{2}a_z t^2 + v_{Nz}\,t + z_N \quad ; \quad v_{Nz} = v_N.\sin(\alpha) \quad ; \quad z_N = 0$$

$$\Rightarrow z(t) = \frac{1}{2}g t^2 + v_N.\sin(\alpha)\,t \quad \dots (2)$$

ونعلم أن: $v_z(t) = \frac{dz}{dt}$

$$\Rightarrow v_z(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}g t^2 + v_N.\sin(\alpha)\,t\right)$$

$$\Rightarrow v_z(t) = g.t + v_N.\sin(\alpha).$$

$$\begin{cases} z(t) = \frac{1}{2}(10)t^2 + 2.\sin(30)t = 5t^2 + t \\ v_z(t) = 10t + 1 \end{cases}$$

من ① لدينا: $t = \frac{x}{v_N\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في ②:

$$z = \frac{1}{2}g.\left(\frac{x}{v_N.\cos(\alpha)}\right)^2 + v_N.\sin(\alpha).\frac{x}{v_N.\cos(\alpha)}$$

$$\Rightarrow z = \frac{g}{2.v_N^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + \tan(\alpha).x$$

$$\Rightarrow z = \frac{10}{2\times 2^2\times\cos^2(30)}.x^2 + \tan(30).x$$

$$\Rightarrow z = 1{,}67\,x^2 + 0{,}58\,x.$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

③ لدينا: $M(x_M ; 0,8)$ ، ومنه:

$$z_M = 1,67 \cdot x_M^2 + 0,58 x_M$$

$$\Rightarrow 0,8 = 1,67 x_M^2 + 0,58 x_M$$

$$\Rightarrow 0 = 1,67 x_M^2 + 0,58 x_M - 0,8$$

$$\Rightarrow 1,67 x_M^2 + 0,58 x_M - 0,8 = 0$$

$$\Delta = (0,58)^2 - 4 \times 1,67 \times (-0,8)$$

$$\Rightarrow \Delta = 5,68$$

- $x_M = \dfrac{-0,58 + \sqrt{5,68}}{2 \times 1,67} \Rightarrow x_M = 0,54\,m$ (مقبولة)

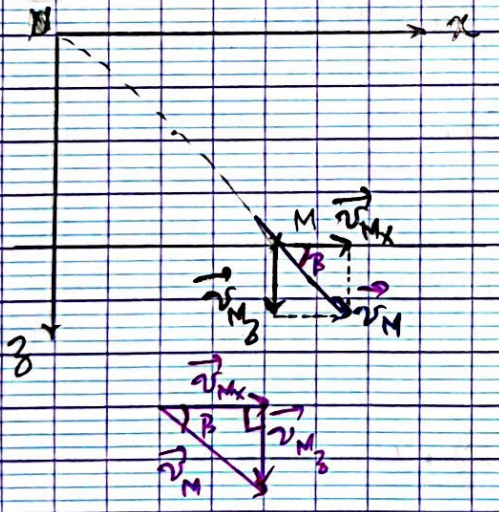
$$\Rightarrow M(0,54 ; 0,8).$$

- $x_M = \dfrac{-0,58 - \sqrt{5,68}}{2 \times 1,67} \Rightarrow x_M = -0,88$ (مرفوضة)

④ لدينا: $x_M = 1,73\, t_M$ ، ومنه:

$$t_M = \frac{x_M}{1,73} = \frac{0,54}{1,73}$$

$$\Rightarrow t_M = 0,31\,s.$$



$$\vec{v}_N = \vec{v}_{Mx} + \vec{v}_{Mz}$$

$$\Rightarrow v_N = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{Mz}^2}$$

$$\Rightarrow v_N = \sqrt{1,73^2 + (10 t_M + 1)^2}$$

$$\Rightarrow v_N = \sqrt{1,73^2 + (10 \times 0,31 + 1)^2}$$

$$\Rightarrow v_N = 4,45\,m/s.$$

* $\cos(\beta) = \dfrac{v_{Mx}}{v_M} = \dfrac{1,73}{4,45} \Rightarrow \cos(\beta) = 0,39 \Rightarrow \beta = 67°.$

* $\sin(\beta) = \dfrac{v_{Mz}}{v_M} = \dfrac{10 t_M + 1}{4,45} = \dfrac{10 \times 0,31 + 1}{4,45} \Rightarrow \sin(\beta) = 0,92 \Rightarrow \beta = 67°.$

Scanned with CamScanner