دورة الوحدة (02)	الدّرس (03) – الجزء (01): "دراسة حركة السّقوط الشّاقولي لجسم صلب في الهواء"	BAC 2023

في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

.1	• أسئلة نظرية وتعريفات (السّقوط الشّاقولي، القوى المؤثّرة...)
.2	• تطوّر بيان السّرعة $v = f(t)$ والتّسارع $a = f(t)$.
.3	• تمثيل القوى المؤثّرة على الجسم في مختلف الحالات واستنتاج عبارة شدّة دافعة أرخميدس π.
*	• أمثلة توضيحيّة.

amine.zeddoun

I. دراسة حركة السّقوط الشّاقولي لجسم صلب في الهواء:

1. أسئلة نظريّة وتعريفات:

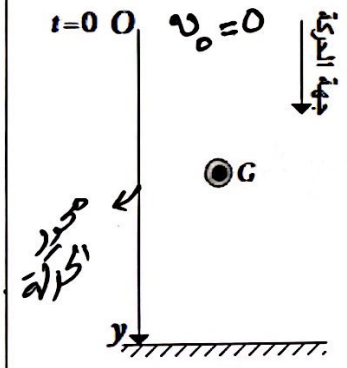
– تعريف السّقوط الشّاقولي:

هو سقوط الجسم شاقوليّا دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0$ نحو الأسفل، حيث قوّة الاحتكاك $\vec{f}$ مع الهواء غير مهملة.

لكي يسقُط الجسم سقوطا شاقوليّا (مميّزاته)، لابدّ أن يكون:

- متجانس.
- منتظم الشّكل.
- انسيابي.

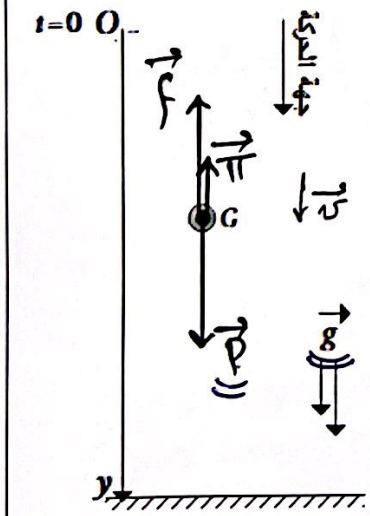
(نستعين في الدّراسة بالمرجع السّطحي الأرضي والذي نعتبره عطالي)



الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

– القوى المؤثّرة على الجسم:

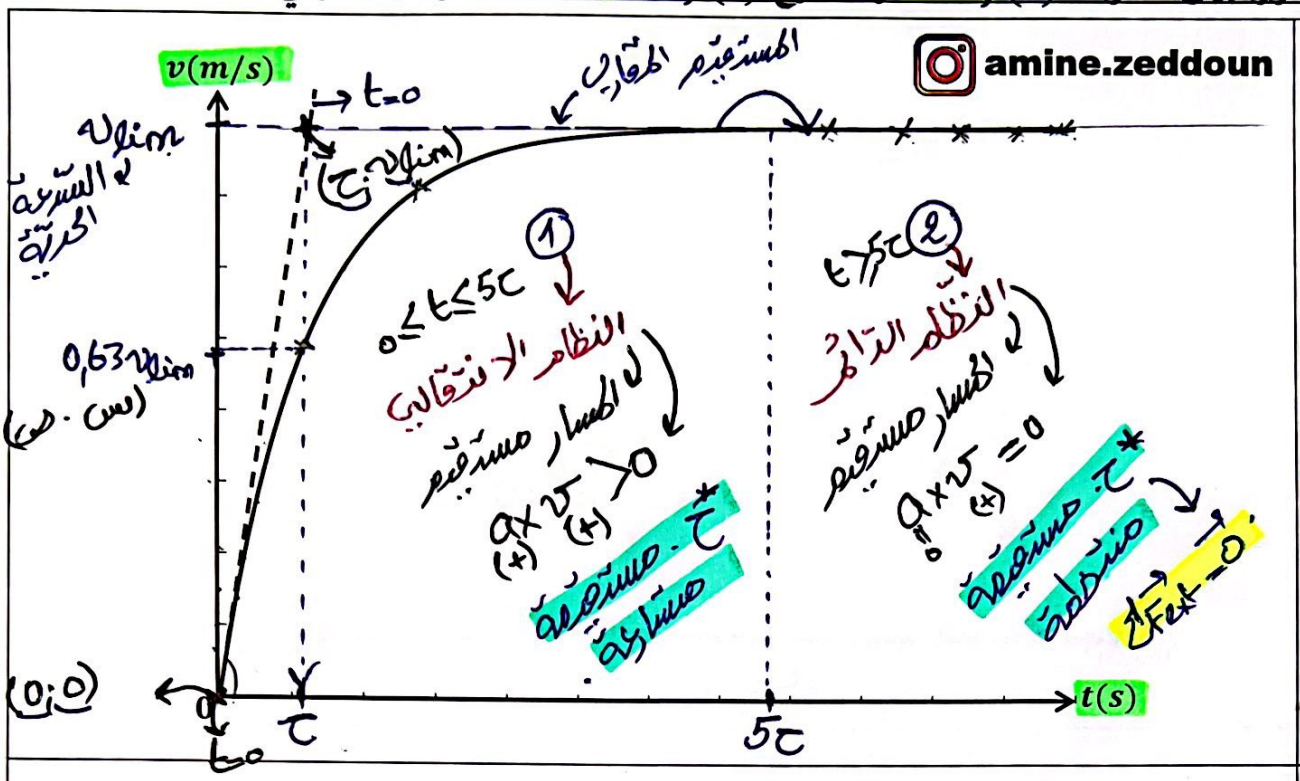
قوّة الثّقل $\vec{P}$	عبارتها الشعاعية	$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
	شدّتها	$P = m \cdot g \approx 9{,}8\ m/s^2$ (N) ; (kg)
قوّة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	عبارتها الشعاعية	$\vec{\pi} = -\rho_{air} \times V_s \times \vec{g}$
	شدّتها	$\pi = \rho_{air} \times V_s \times g \approx 9{,}8\ m/s^2$; $\approx 1{,}3\ kg/m^3$; m^3 ; (N)
قوّة الاحتكاك مع الهواء $\vec{f}$	عبارتها الشعاعية	$\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$; $\vec{f} = -k \cdot v \cdot \vec{v}$
	شدّتها	$f = k \cdot v$; $f = k \cdot v^2$; (N) ; (m/s) ; ثابت التناسب ; ك



Scanned with CamScanner

2. تطوّر بيان السّرعة $v = f(t)$ والتّسارع $a = f(t)$ خلال السّقوط الشّاقولي:

- بيان السّرعة $v = f(t)$



- ماذا أستخرج كمعطيات وثوابت من بيان السّرعة؟

* السّرعة الحديّة (v_{lim}):

* ثابت الزمن (τ): [فاصلة تقاطع المماس $t=0$ مع المستقيم المقارب $v = v_{lim}$].

* التّسارع (a):
  - ثابت *

$$a(t) = \left.\frac{dv}{dt}\right|_t$$

$$a_0 = \left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = \frac{v_{lim} - 0}{\tau - 0} \Rightarrow a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

(m/s^2) ← a_0 = v_{lim} (m/s) / τ (s)

* τ . س . الصّغيرة:
  - ثابت الزمن:
    - ثابت الاحتكاك مع الهواء. (kg/s).

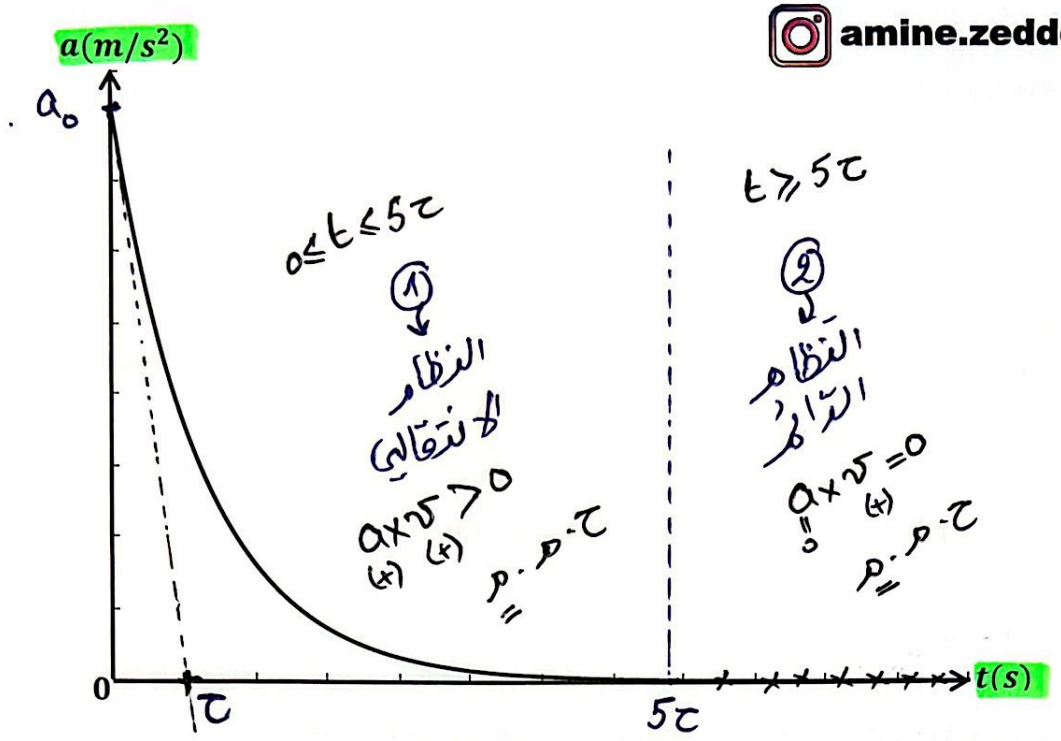
$$\tau = \frac{m}{k}$$

(s) ← τ = m (kg) / k

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

- بيان التسارع $a = f(t)$



- ماذا أستخرج كمعطيات وثوابت من بيان التسارع؟

* التسارع الابتدائي (a_0).

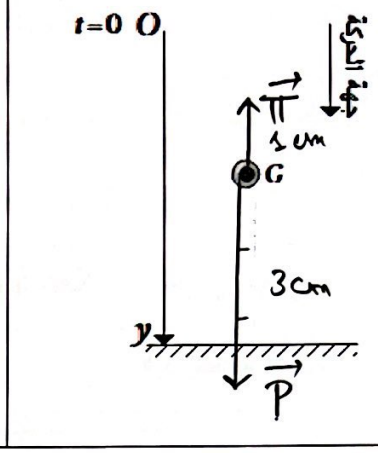
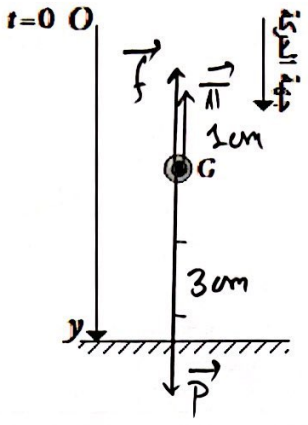
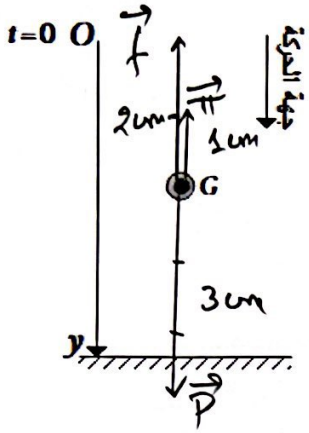
* ثابت الزمن (τ).

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

amine.zeddoun

3. تمثيل القوى المؤثّرة على الجسم خلال السّقوط الشّاقولي:

– لحظة الانطلاق $(t = 0)$	– النّظام الانتقالي	– النّظام الدّائم
		

amine.zeddoun

4. إيجاد عبارة شدّة قوّة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ بتطبيق القانون الثّاني لنيوتن:

لحظة الانطلاق $(t = 0)$	النّظام الدّائم
$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$	$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$
$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} = m.\vec{a}$	$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m.\vec{a}$
بالإسقاط على محور الحركة (oy) :	بالإسقاط على محور الحركة (oy) :
$\Rightarrow P - \pi = m.a_0$	$\Rightarrow P - \pi - f_{lim} = m.a_{lim}$
$\Rightarrow P - m.a_0 = \pi$	$\Rightarrow P - \pi - f_{lim} = 0$
$\Rightarrow \pi = P - m.a_0$	$\Rightarrow P - f_{lim} = \pi$
$\Rightarrow \pi = m.g - m.a_0$	$\Rightarrow \pi = m.g - k.v_{lim}$
$\Rightarrow \pi = m(g - a_0)$	(N)
(N)	

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

دورة الوحدة (02)	الدّرس (03) – الجزء (02): "دراسة حركة السّقوط الشّاقولي لجسم صلب في الهواء"	BAC 2023

في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

1.	• المعادلات التّفاضلية للسّرعة (جميع الحالات).
2.	• استنتاج عبارة السّرعة الحدّية v_{lim} والتّسارع الابتدائي a_0 (جميع الحالات).
3.	• متى يمكن إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$؟
*	• أمثلة توضيحيّة.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

amine.zeddoun

I. دراسة حركة السّقوط الشّاقولي لجسم صلب في الهواء:

1. إيجاد جميع المعادلات التّفاضلية الممكنة للسّرعة v:

حالة السّرعات	السّرعات الصّغيرة $f = k.v$	السّرعات الكبيرة $f = k.v^2$
عدم إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g.\left(1 - \frac{\rho_{\text{الهواء}}}{\rho_{\text{الجسم}}}\right)$ ... (1)	$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v^2 = g.\left(1 - \frac{\rho_{\text{الهواء}}}{\rho_{\text{الجسم}}}\right)$ ... (3)
إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g$ ... (2)	$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v^2 = g$ ... (4)

2. إيجاد جميع عبارات السّرعة الحدّية الممكنة v_{lim}:

حالة السّرعات	السّرعات الصّغيرة $f = k.v$	السّرعات الكبيرة $f = k.v^2$
عدم إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$v_{lim} = \frac{m.g}{k}.\left(1 - \frac{\rho_{\text{الهواء}}}{\rho_{\text{الجسم}}}\right)$ ... (1)	$v_{lim} = \sqrt{\frac{m.g}{k}.\left(1 - \frac{\rho_{\text{الهواء}}}{\rho_{\text{الجسم}}}\right)}$ ... (3)
إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$v_{lim} = \frac{m.g}{k}$ ... (2)	$v_{lim} = \sqrt{\frac{m.g}{k}}$ ... (4)

amine.zeddoun

Scanned with CamScanner

3. إيجاد جميع عبارات التّسارع الابتدائي الممكنة a_0:

حالة السّرعات	السّرعات الصّغيرة $f = k.v$	السّرعات الكبيرة $f = k.v^2$
عدم إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$a_0 = g.\left(1 - \frac{\rho_{\text{الهواء}}}{\rho_{\text{الجسم}}}\right)$ ... (1); (3)	
إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$	$a_0 = g$ ... (2); (4)	

4. متى يمكن إهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$؟

الحالة (01): $P \gg \pi$

تسقط كريّة (B) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة ابتدائية.

- أحسب النّسبة $\frac{P}{\pi}$، ماذا تستنتج؟

يُعطى:

$\rho_B = 9{,}2 \times 10^2 kg.m^{-3}$

$\rho_{\text{هواء}} = 1{,}29 kg.m^{-3}$

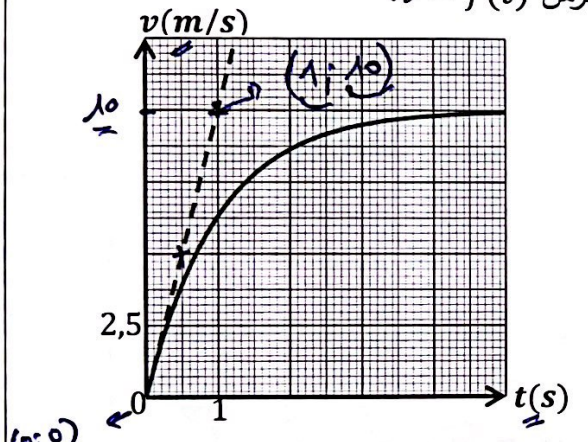
$\frac{P}{\pi} = \frac{m_B.g}{\rho_a.V_B.g} = \frac{\rho_B}{\rho_a} = \frac{9{,}2 \times 10^2}{1{,}29}$

$\frac{P}{\pi} \simeq 713{,}2 \Rightarrow P = 713{,}2\,\pi$.

ومنه: دافعة أرخميدس مهملة.

الحالة (02): $a_0 = g$

يمثّل البيان أدناه تغيّرات سرعة جسم يسقط سقوطا شاقوليّا بدلالة الزمن $v = f(t)$.



أحسب قيمة التّسارع الابتدائي a_0. ماذا تستنتج؟

يُعطى: $g = 10 m.s^{-2}$

$a_0 = \left|\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10 m/s^2$

ومنه: $a_0 = g$ إذن: دافعة أرخميدس مهملة.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء

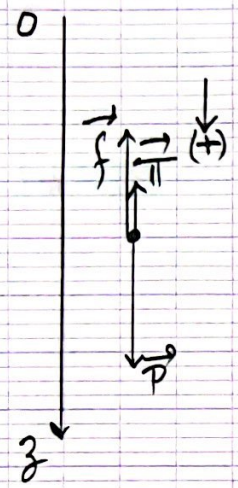
v_{lim}

a_0 ← | → التفاضلية المعادلة v ، $\frac{dv}{dt}$

$f = k.v$: نأخذ بعين الاعتبار قوة الاحتكاك و $\vec{\pi}$ مهملة.

* م.ت

- المجموعة المدروسة: جسم (S)
- المرجع: سطحي أرضي نعتبره غالبي.
- القوى المؤثرة:
  - قوة الثقل $\vec{P}$.
  - قوة الاحتكار $\vec{f}$.
  - قوة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$.



- بتطبيق القانون (II) لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{P} - \vec{\pi} - \vec{f} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة (Oz):

$$\Rightarrow P - \pi - f = m.a$$
$$\Rightarrow m.g - \rho_a.V_s.g - k.v = m.\frac{dv}{dt}$$
$$\Rightarrow \left(m.g - \rho_a.V_s.g = m.\frac{dv}{dt} + k.v\right) \times 1/m$$
$$\Rightarrow g - \frac{\rho_a.V_s}{m}g = \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v$$
$$\Rightarrow g - \frac{\rho_a}{\rho_s}.g = \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v$$
$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

$\rho_s = \frac{m}{V_s}$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

* v_{lim}

لدينا: في النظام الدائم $\Leftarrow v = v_{lim}$.

Scanned with CamScanner

$$\frac{dv_{lim}}{dt}^{\nearrow 0} + \frac{k}{m} v_{lim} = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right) \quad : \text{ومنه}$$

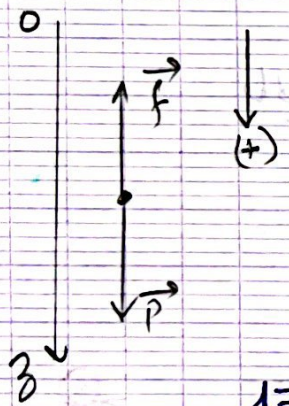
$$\Rightarrow \frac{k}{m} v_{lim} = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right).$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{lim} = \frac{g.m}{k}\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)}.$$

* a_0 عند $t=0$ أي .

$$\underbrace{\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0}} + \frac{k}{m} \overbrace{v(t=0)}^{0} = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right).$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)}.$$



* ت-م

حيث $\vec{\Pi}$ و $f = k.v$: لدينا

- الجملة المدروسة = جسم (S) .
- المرجع : سطحي الأرض نعتبره غاليلي .
- القوى المؤثرة : - قوة الثقل $\vec{P}$.
  - قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق القانون (II) لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}.$$

بالإسقاط على محور الحركة (oz) :

$$\Rightarrow P - f = m.a.$$

$$\Rightarrow mg - k.v = m.\frac{dv}{dt}.$$

$$\Rightarrow \left(mg = m.\frac{dv}{dt} + k.v\right) \times \frac{1}{m}.$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g}.$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

* v_{lim} • في النظام الدائم $v = v_{lim}$

$$\frac{dv_{lim}}{dt}^{0} + \frac{k}{m}.v_{lim} = g.$$

$$\Rightarrow \frac{k}{m}.v_{lim} = g.$$

$$\Rightarrow v_{lim} = \frac{m.g}{k}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

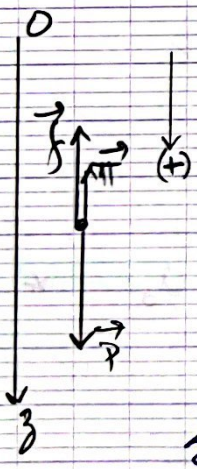
* a_0 • عند $t=0$

$$\underbrace{\frac{dv}{dt}|_{t=0}} + \frac{k}{m}v(t=0)^{0} = g.$$

$$\Rightarrow a_0 = g.$$

* ب.ت

• الجسم (S) : جسم صلب.
• المرجع : سطح الأرض نعتبره غاليلي.
• القوى المؤثرة :
- قوة الثقل $\vec{P}$
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$
- قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$



• بتطبيق القانون (II) لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}.$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a}.$$

بالإسقاط على محور الحركة (Oz) :

$$\Rightarrow P - \Pi - f = m.a.$$

$$\Rightarrow m.g - \rho_a.V_s.g - k.v^2 = m.\frac{dv}{dt}.$$

$$\Rightarrow \left(m.g - \rho_a.V_s.g = m.\frac{dv}{dt} + k.v^2\right) \times 1/m.$$

Scanned with CamScanner

$$\Rightarrow g - \rho_a \frac{V_s}{m} g = \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 \quad (1/\rho_s)$$

$$\Rightarrow g - \frac{\rho_a}{\rho_s} g = \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

* v_{lim}

في النظام الدائم $v = v_{lim}$ ←

$$\frac{dv_{lim}}{dt} + \frac{k}{m} v_{lim}^2 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

($\frac{dv_{lim}}{dt} = 0$)

$$\Rightarrow \frac{k}{m} v_{lim}^2 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

$$\Rightarrow v_{lim}^2 = \frac{g.m}{k}\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

$$\Rightarrow v_{lim} = \sqrt{\frac{g.m}{k}\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)}$$

* a_0

$$\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} + \frac{k}{m} v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

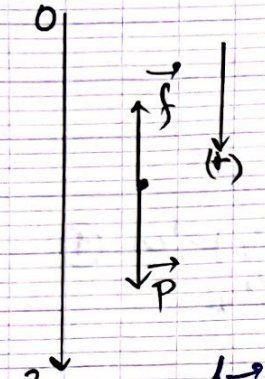
($v = 0$ عند $t = 0$)

$$\Rightarrow a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_s}\right)$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

نعتبر $\vec{\pi}$ و $f = k.v^2$ على السقوط.



- المج. المدروسة: جسم (S).
- المرجع: سطحي أرضي نختبره غاليلي.
- القوى المؤثرة: - قوة الثقل $\vec{P}$
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق القانون (II) لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة (oz)

$$\Rightarrow P - f = m.a$$

$$\Rightarrow m.g - k.v^2 = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \left(m.g = m.\frac{dv}{dt} + k.v^2.\right) \times \frac{1}{m}.$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
إزدون محمد الأمين

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v^2 = g.$$

- في النظام الدائم $v = v_{lim} \Leftarrow$ v_{lim}*

$$\frac{dv_{lim}}{dt}^{0} + \frac{k}{m}.v_{lim}^2 = g.$$

$$\Rightarrow v_{lim} = \sqrt{\frac{g.m}{k}}$$

- لدينا عند $t=0$. a_0*

$$\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} + \frac{k}{m}.v^{2}(t=0)^{0} = g.$$

$$\Rightarrow a_0 = g.$$

Scanned with CamScanner

دورة الوحدة (02)	الدّرس (03) – الجزء (03): "دراسة حركة السّقوط الشّاقولي لجسم صلب في الهواء"	BAC 2023

في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

.1	• أسئلة نظرية وتعريفات حول السّقوط الحرّ.
.2	• المعادلة التّفاضلية للسّرعة، طبيعة الحركة والمعادلات الزمنيّة.
.3	• استغلال البيانات و طرق إيجاد بعض المقادير والثوابت.
*	• أمثلة توضيحيّة.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

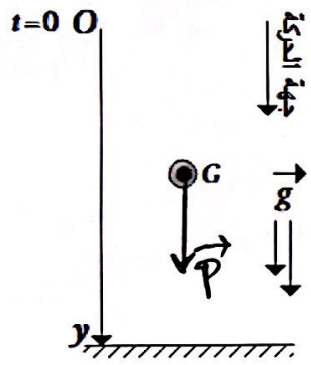
amine.zeddoun

II. دراسة حركة السّقوط الحرّ:

1. أسئلة نظريّة وتعريفات:

– تعريف السّقوط الشّاقولي:

هو السّقوط الذي تهمل فيه قوّة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ وقوّة الاحتكاك مع الهواء $\vec{f}$ حيث تؤثّر على الجسم قوّة الثّقل $\vec{P}$ فقط.



قوة الثّقل $\vec{P}$	عبارتها الشعاعية	$\vec{P} = m.\vec{g}$
	شدّتها	$P = m \cdot g = 9,8\ m/s^2$ (N) (kg)

2. إيجاد المعادلة التّفاضلية للسّرعة v:

- الجملة المدروسة: جسم (S).
- المرجع: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى المؤثّرة: قوّة الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون (II) لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة (OY)

$$\Rightarrow P = m.a$$

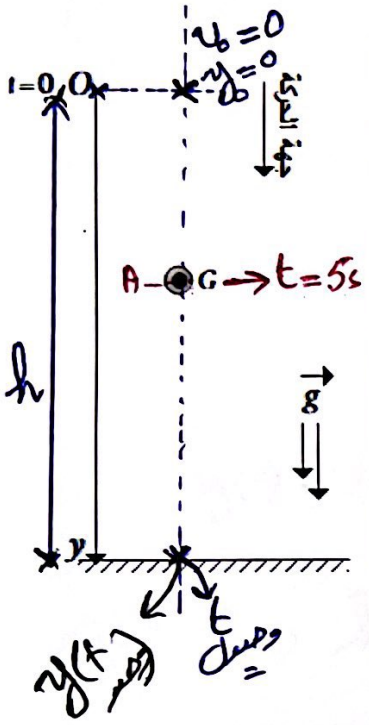
$$\Rightarrow m.g = m.a \Rightarrow a = g$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

التسارع ثابت لا علاقة له مع السرعة

Scanned with CamScanner

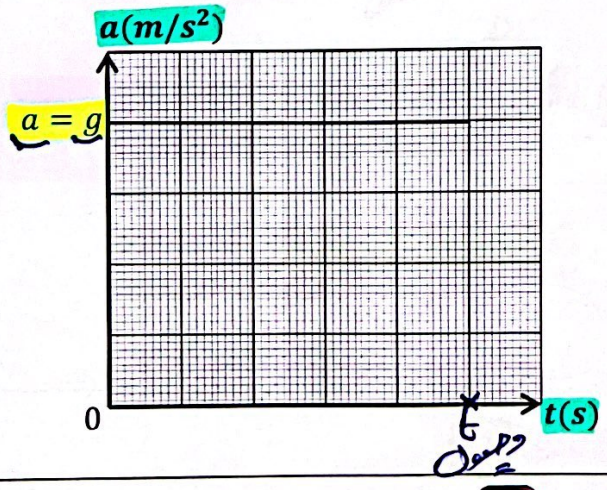
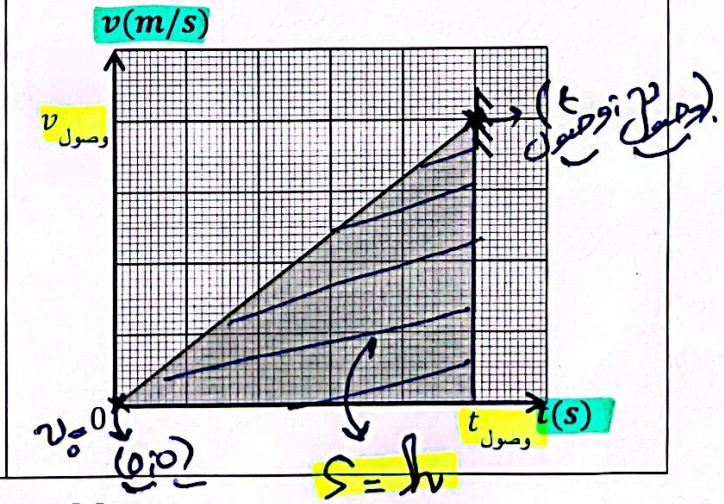
3. استنتاج طبيعة الحركة والمعادلات الزمنيّة:



طبيعة الحركة	لدينا: الكرة مستقيم و $a_{(t)} \times v_{(t)} > 0$ ؛ ومنه: حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.
المعادلة الزمنيّة للموضع	$y(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + y_0$ $\Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} g t^2$ $(g \simeq 10\ m/s^2)$ $\Rightarrow y(t) = 5t^2$ (m)
المعادلة الزمنيّة للسّرعة	$v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ $\Rightarrow v(t) = \frac{d}{dt}(5t^2)$ $\Rightarrow v(t) = 10t$ (m/s).
المعادلة الزمنيّة للتّسارع	$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ $\Rightarrow a(t) = \frac{d}{dt}(10t)$. $\Rightarrow a(t) = 10\ m/s^2$.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

4. تطوّر بيان السّرعة $v = f(t)$ والتّسارع $a = f(t)$ خلال السّقوط الحرّ:

بيان التّسارع $a = f(t)$	بيان السّرعة $v = f(t)$
	

amine.zeddoun

Scanned with CamScanner

– ماذا أستخرج كمعطيات من بيان السّرعة $v = f(t)$؟ – تسارع الجسم $a = g$، حيث: • المعادلة الزمنية للسّرعة: $v(t) = g.t$ •العبارة البيانية: $y = a.x \Rightarrow v(t) = k.t$ (ميل البيان) $k = g = \frac{v_{وصول} - 0}{t_{وصول} - 0} \approx 9{,}8\,m/s^2$ – ارتفاع الجسم h، (مساحة الحيز المحصور)	– ماذا أستخرج كمعطيات من بيان التّسارع $a = f(t)$؟ – تسارع الجسم $a = g$. الأستاذ العلوم الفيزيائية زدون محمد الأمين

5. إيجاد بعض المقادير بالاعتماد على المعادلات الزمنية ومحذوفية الزّمن:

1- يمكن إيجاد قيمة ارتفاع الجسم h:	$y(t) = 5t^2 \Rightarrow y(t_{وصول}) = 5t^2_{وصول}$ $\Rightarrow h = 5t^2_{وصول}$
2- إيجاد قيمة $v_{وصول}$:	$v(t) = 10t \Rightarrow v(t_{وصول}) = 10\,t_{وصول}$ $\Rightarrow v_{وصول} = 10\,t_{وصول}$
3- يمكن كذلك إيجاد قيمة $v_{وصول}$ بعلاقة محذوفية الزمن:	$v^2_{وصول} - v^2_{ابتدائية} = 2a.d.$ $\Rightarrow v^2_{وصول} - v_0^2 = 2g.h.$ $\Rightarrow v_{وصول} = \sqrt{2g.h.}$

amine.zeddoun

Scanned with CamScanner