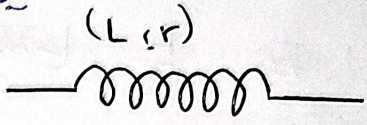
دراسة ثنائي القطب RL

Note : الوشيعة تكره التغير لمفاجئ للتيار

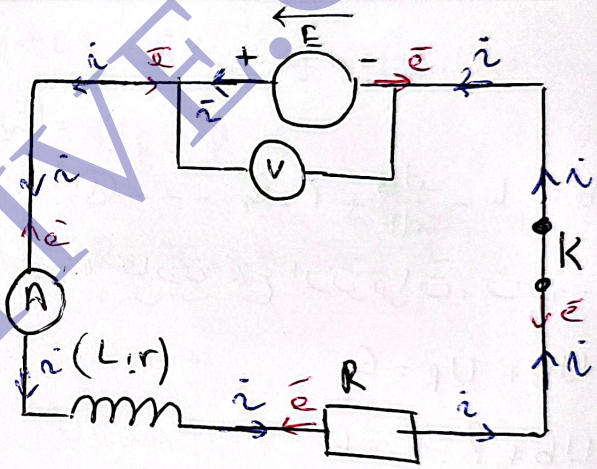
1- تعريف الوشيعة :

عبارة عن سلك ناقل ملفوف على شكل حلقات، له مقاومة داخلية (r) وذاتية (L). (مجهولة في التمرين)



- المقاومة الداخلية للوشيعة معدومة $r=0$ فالوشيعة صافية (صرفة، مثالية).

2- دارة تطبيق التيار على الوشيعة.



2-1 = عبارة التوترات (U) لعناصر الدارة الكهربائية.

- توتر المولد: $U_G(t) = E$ (V)

- توتر الناقل الأومي: $U_R(t) = R \cdot i$ ← (A) — (V) — (Ω)

- توتر الوشيعة:

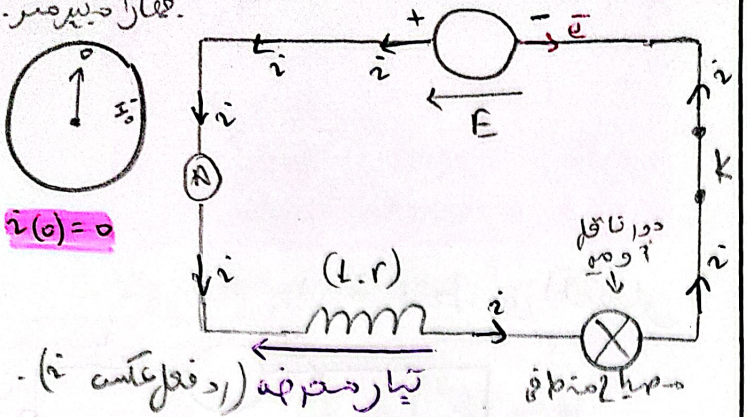
$r=0$ مثالية: $U_b(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$ ← (A) — (V) — (H) — (S)

$r \neq 0$ حقيقية: $U_b(t) = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$ ← (A) — (V) — (H) — (S) — (Ω)

2-2 = التفسير الجهري لعملية تطبيق التيار على الوشيعة وتطور البيانات :

1- لحظة غلق الدارة :

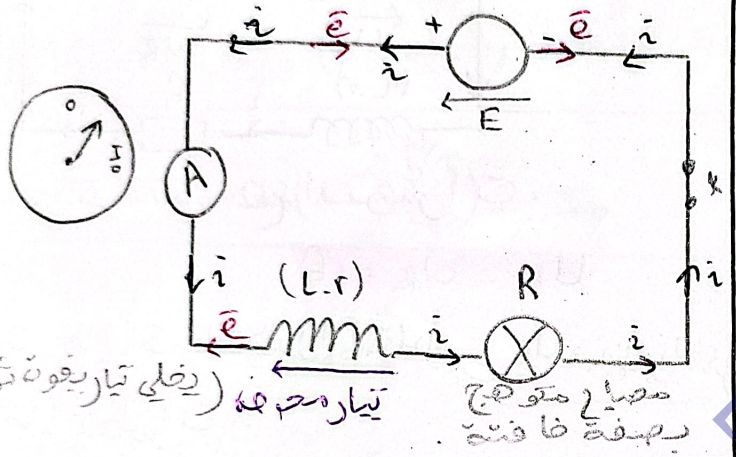
جهاز ميلليمتر.



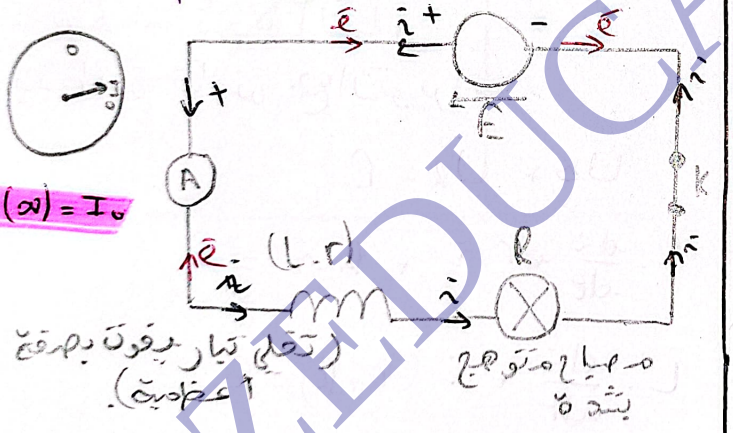
$i(0) = 0$

تيار متحرض (رد فعل عكس i).

2- أثناء تطبيق التيار (النظام الانتقالي):



3- نهاية تطبيق التيار (النظام الدائم).



$i(\infty) = I_0$

التفسير الجهري:

الوشيعة تؤخر تطبيق التيار الكهربائي في مرحلة قصيرة (النظام الانتقالي)، ويمكن أن تصل قيمة شدة التيار الكهربائي إلى أعظم قيمة لها I_0، تصبح الوشيعة مجرد ناقل أومي (النظام الدائم)

$i = I_0 \Rightarrow$ نظام دائم

$U_b = L \cdot \frac{dI_0}{dt} + r \cdot I_0 = L \cdot 0 + r \cdot I_0$

الوشيعة لا تخزن طاقة كهربائية ومغناطيسية

$\Rightarrow U_b = r \cdot I_0$ — مقاومة داخلية (r) — وشيعة (L) — تيار مستمر

DZEDUCATIVE.COM

!!! ⇐

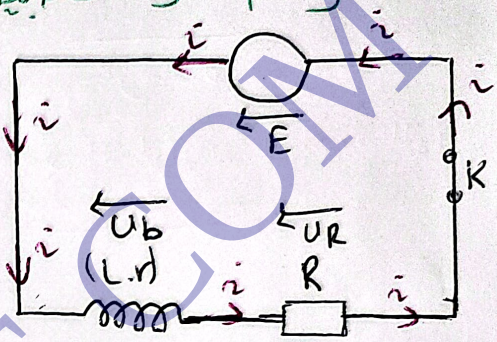
وشيعة صافية: $r=0 \Rightarrow i=I_0 \Rightarrow U_b = L.\frac{dI_0}{dt}$

$U_b = L.0 \Rightarrow U_b = 0$

⇐ سلك ناقل

الوشيعة في النظام الذي إذا كانت صرفة (صافية) فإنها تلعب دور سلك ناقل

2 - رسم دارة تطبيق التيار:



قانون جمع التوترات:

$U_b + U_R = E$

3 - المعادلات التفاضلية وحلولها واستغلال البيانات.

3 - 1 = كتابة المعادلات التفاضلية:

بدلالة شدة التيار i:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$U_b + U_R = E$

$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E$ باستعمال قانون أوم:

$L.\frac{di}{dt} + i(r+R) = E$

بالقسمة على L:

$di + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$

$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}.i = \frac{E}{L}$

بدلالة التوتر الناقل الأومي $U_R(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات، نجد:

$U_b + U_R = E$

$L.\frac{di}{dt} + r.i + U_R = E$

نعلم أن: $U_R = R.i \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$

$L.\frac{d}{dt}\left(\frac{U_R}{R}\right) + r.\frac{U_R}{R} + U_R = E$

$\frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}.U_R + U_R = E$

بالقسمة على $\frac{L}{R}$ نجد:

$\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{L}.U_R + \frac{R}{L}U_R = \frac{E.R}{L}$

$\frac{dU_R}{dt} + U_R\left(\frac{r+R}{L}\right) = \frac{R.E}{L}$

بدلالة توتر الوشيعة $U_b(t)$:

لدينا:

$U_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ ---Ⓐ

بتطبيق قانون جمع التوترات، نجد:

$U_b + U_R = E$

$U_b + R.i = E$

$Ri = E - U_b$

$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{U_b}{R}$ ---Ⓑ

بتعويض Ⓑ في Ⓐ نجد:

$U_b = L.\frac{d\left(\frac{E}{R} - \frac{U_b}{R}\right)}{dt} + r.\left(\frac{E}{R} - \frac{U_b}{R}\right)$

$U_b = L.\frac{d\left(\frac{E}{R}\right)}{dt} - L\frac{d\left(\frac{U_b}{R}\right)}{dt} + \frac{rE}{R} - \frac{r.U_b}{R}$

$U_b(t) = -\frac{L}{R}.\frac{dU_b}{dt} + \frac{rE}{R} - \frac{r}{R}.U_b$

$U_b(t) + \frac{L}{R}\frac{dU_b}{dt} + \frac{r}{R}.U_b = \frac{r.E}{R}\Big) \times \frac{R}{L}$

DZEDUCATIVE.COM

$$U_b = R \cdot I_0 e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t} + r \cdot I_0$$

3 . 3 : البيانان المعادلة الفاضية بطل المعادلة التفاضلية :

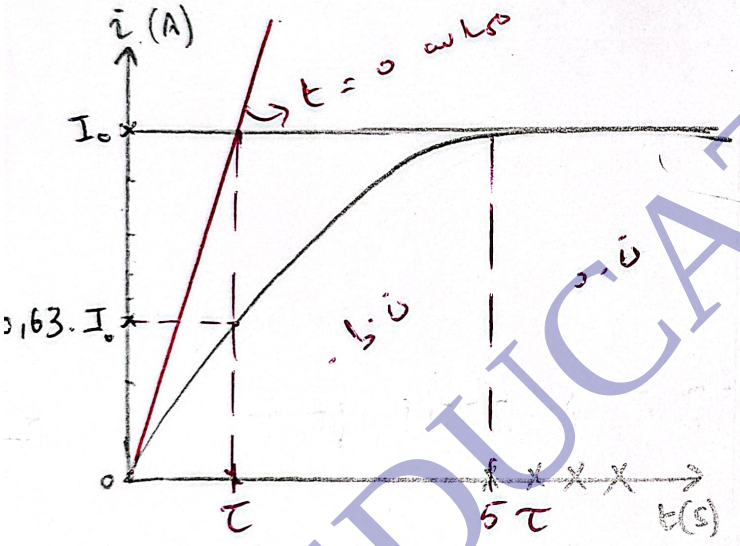
بيان شدة التيار $i = f(t)$.

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$\tau = \frac{L}{R+r}$

$t = 0$	$i(0) = I_0(1 - e^{-0/\tau}) = 0$
$t = \tau$	$i(\tau) = I_0 (1 - e^{-\tau/\tau}) = 0{,}63 \cdot I_0$
$t = \infty$	$i(\infty) = I_0(1 - e^{-\infty/\tau}) = I_0$



$$\begin{cases} i(0) = 0 \\ i(\infty) = I_0 \end{cases}$$

بيان توتر الناقل الأومي $U_R = f(t)$:

$$U_R(t) = R \cdot I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

$U_{R\,max}$

$$\frac{dU_b}{dt} + \frac{R}{L} U_b + \frac{r}{L} U_b = \frac{r \cdot E}{L}$$

$$\frac{dU_b}{dt} + U_b \left(\frac{r+R}{L}\right) = \frac{r \cdot E}{L}$$

3 . ج . حلل المعادلة التفاضلية :

العبارة الزمنية بدلالة شدة التيار

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

العبارة الزمنية بدلالة توتر الناقل الأومي $U_R(t)$:

$$U_R = R \cdot i$$

$$U_R = R \cdot I_0 \left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)$$

$U_{R\,max}$

$$U_{R\,max} = R \cdot \frac{E}{R+r} = I_0$$

العبارة الزمنية بدلالة توتر الوشيعة $U_b(t)$

من قانون جمع التوترات :

$$U_b + U_R = E$$

$$U_b = E - U_R$$

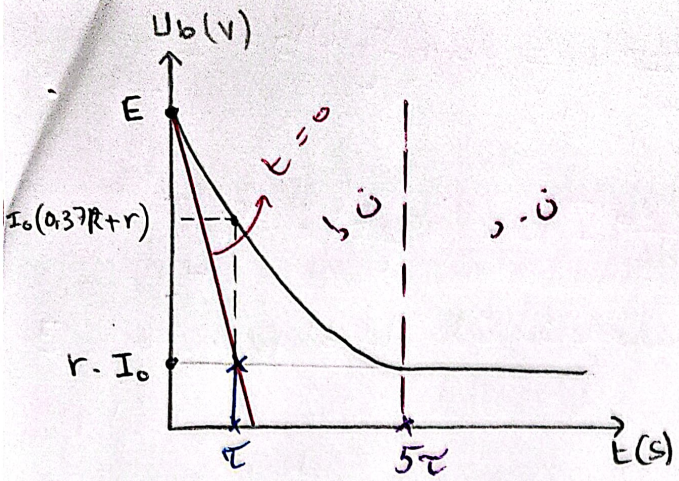
$$U_b = E - R \cdot i$$

$$U_b = E - R \cdot I_0 \left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I_0(R+r)$$

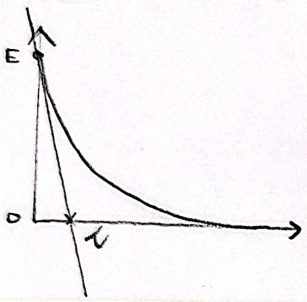
$$U_b = R I_0 + r I_0 - R I_0 + R I_0 e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}$$

DZEDUCATIVE.COM



1

* كي تكون الوشيعة صرفة يعني $r=0$ فإن:



3 - 4 = إيجاد ثابت الزمن τ.

تعريفه =

هو الزمن اللازم للبلوغ التيار نسبة 63٪ من قيمة الأعظمية I_0.

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

4 - الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b(t)$

4 - 1 = عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة

تخزن الوشيعة طاقة كهرومغناطيسية يرمز لها E_b وحدتها الجول (J).

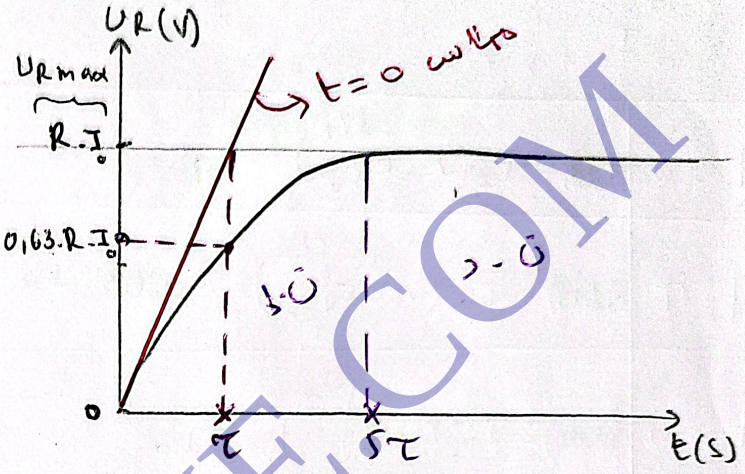
$$E_b = \frac{1}{2} . L . i(t)^2$$

في النظام الدائم

$$E_{b\,max} = \frac{1}{2} . L . I_0^2$$

(J) (H) (A)

$t=0$	$U_R(0) = R.I_0(1 - e^{-0/\tau}) = 0$
$t=\tau$	$U_R(\tau) = R.I_0(1 - e^{-\tau/\tau}) = 0,63R.I_0$
$t=\infty$	$U_R(\infty) = R.I_0(1 - e^{-\infty/\tau}) = R.I_0 = U_{Rmax}$



$$\begin{cases} U_R = R.i \\ t=0 \Rightarrow R.i(0) = 0 \Rightarrow U_R = 0 \\ t=\infty \Rightarrow R.i(\infty) = R.I_0 = U_{Rmax} \end{cases}$$

بيان توتر الوشيعة $U_b = f(t)$.

$$U_b(t) = R.I_0 e^{-t/\tau} + R.I_0$$

$t=0$	$U_b(0) = R.I_0 e^{-0/\tau} + r.I_0 = I_0(R+r) = E$
$t=\tau$	$U_b(\tau) = R.I_0 . e^{-\tau/\tau} + r.I_0$ $= 0,37.R.I_0 + r.I_0 = I_0(0,37R+r)$
$t=\infty$	$U_b(\infty) = R.I_0 . e^{-\infty/\tau} + r.I_0$ $= r.I_0$

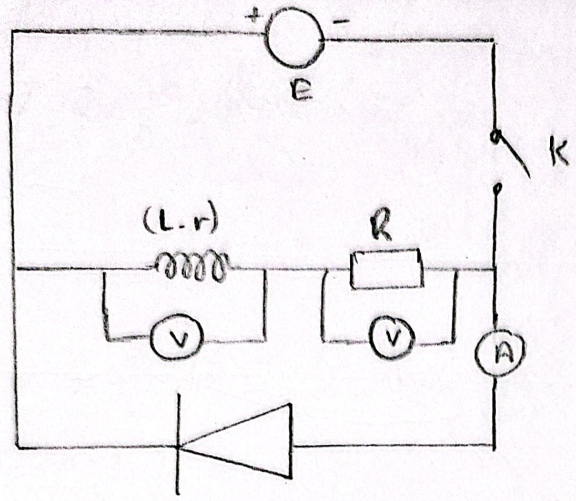
من قانون جمع التوترات: $U_R + U_b = E$

$$\begin{cases} U_b(0) = E - U_R = E - U_R(0) = E - R.i(0) = E \\ U_b(\infty) = E - U_R(\infty) = E - R.I_0 \\ U_b = R.I_0 + r.I_0 - R.I_0 = r.I_0 \end{cases}$$

DZEDUCATIVE.COM

دراسة ثنائي القطب RL
قطع التيار عن الوشيعة

1- دارة قطع التيار عن الوشيعة:

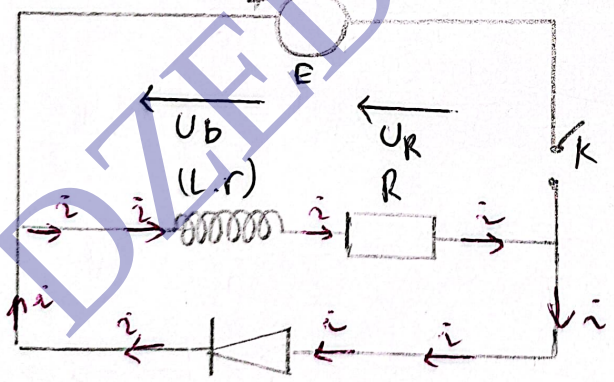


الوشيعة تكره التيار المتغير

Alert !!

دور الصمام الثنائي:
- يسمح بمرور التيار الكهربائي في جهة واحدة (جهة السهم).
- يعيق مرور شرارة كهربائية بين طرفي القاطعة K، ويحمي كذلك عناصر الدارة الكهربائية من التلف

1- 2- إقامة الدارة لقطع تيار:



تعاقب قطع التوترات.

$U_b + U_R = 0$

$I_0 = \frac{E}{R+r}$

$\tau = \frac{L}{R+r}$

العبارة الزمنية:

$E_b = \frac{1}{2} . L . i^2$

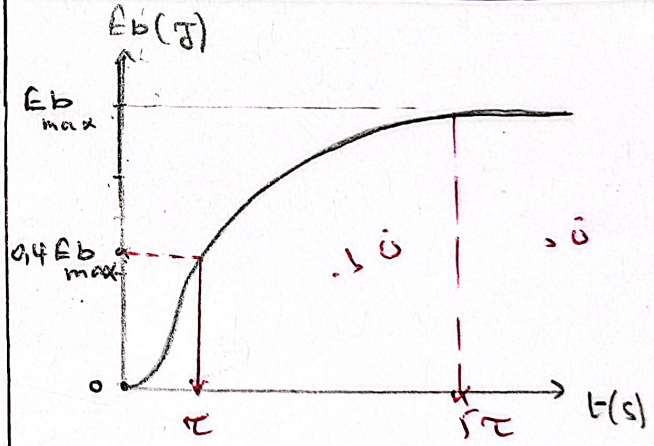
$= \frac{1}{2} . L . [I_0 (1 - e^{-t/\tau})]^2$

$= \frac{1}{2} . L . I_0^2 . (1 - e^{-t/\tau})^2$

$E_b = E_{b\,max} (1 - e^{-t/\tau})^2$

2-4- بيان الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b = f(t)$.

$t = 0$	$E_b(0) = E_{b\,max} (1 - e^{-0/\tau})^2 = 0$
$t = \tau$	$E_b(\tau) = E_{b\,max} (1 - e^{-\tau/\tau})^2 = 0,4\, E_{b\,max}$
$t = \infty$	$E_b(\infty) = E_{b\,max} (1 - e^{-\infty/\tau})^2 = E_{b\,max}$



DZEDUCATIVE.COM

2- المعادلات التفاضلية وحلولها واستغلال البيانات.

2-1 - كتابة المعادلة التفاضلية:

لإيجاد المعادلة التي تحقق التيار $i(t)$:

من قانون جمع التوترات:

$$U_b + U_R = 0$$

$$L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i + R\cdot i = 0$$

$$L\cdot\frac{di}{dt} + (r+R)\cdot i = 0$$

بالقسمة على L:

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\cdot i = 0$$

لإيجاد المعادلة التي تحقق التوتر الناقل الأومي $U_R(t)$:

من قانون جمع التوترات:

$$U_b + U_R = 0$$

$$L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i + U_R = 0$$

نعلم أن:

$$U_R = R\cdot i \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$$

$$L\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{U_R}{R}\right) + r\cdot\left(\frac{U_R}{R}\right) + U_R = 0$$

$$\frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}\cdot U_R + U_R = 0$$

بالقسمة على $\frac{R}{L}$ نجد:

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{L}U_R + \frac{R}{L}U_R = 0$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\cdot U_R = 0$$

لإيجاد المعادلة التي تحقق $U_b(t)$ توتر الوشيعة:

$$U_b = L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i \quad ---(1)$$

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$U_b + U_R = 0$$

$$U_R = -U_b$$

$$R\cdot i = -U_b \Rightarrow i(t) = -\frac{U_b}{R} \quad ---(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد:

$$U_b(t) = L\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{-U_b}{R}\right) + r\cdot\left(\frac{-U_b}{R}\right)$$

$$U_b(t) = -\frac{L}{R}\cdot\frac{dU_b}{dt} - \frac{r}{R}\cdot U_b$$

$$U_b + \frac{L}{R}\frac{dU_b}{dt} + \frac{r}{R}\cdot U_b = 0$$

بالقسمة على $\frac{R}{L}$:

$$\frac{R}{L}U_b + \frac{dU_b}{dt} + \frac{r}{L}U_b = 0$$

$$\frac{dU_b}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)U_b = 0$$

2-2 - حلول المعادلات التفاضلية:

لإيجاد عبارة شدة التيار $i(t)$:

$$i(t) = I_0\cdot e^{\left(-\frac{R+r}{L}\right)t} \qquad I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$\frac{1}{\tau}$

لإيجاد العبارة الزمنية بدلالة توتر الناقل الأومي $U_R(t)$.

$$U_R = R\cdot i$$

$$U_R = \underbrace{R\cdot I_0}_{U_{Rmax}}\cdot e^{-\frac{R+r}{L}\cdot t}$$

DZEDUCATIVE.COM

٤ العبارة الزمنية بدلالة توتر الوشيعة $u_b(t)$

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_b + u_R = 0$$

$$u_b = -u_R$$

$$u_b = -R.i$$

$$u_b = -R.I_0.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$$

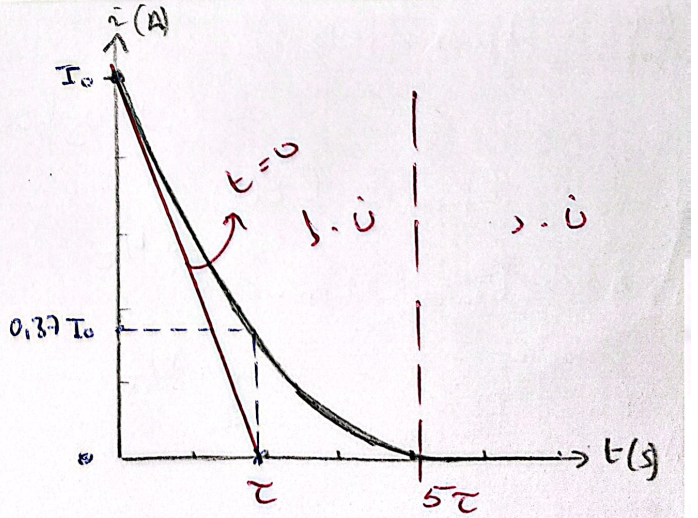
u_{bmax}

٤ - 2 - 3 : الدراسات المختلفة الخاصة بجدول المعادلات التفاضلية:

٤ بيان شدة التيار $i = f(t)$

$$i(t) = I_0.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$$

$t=0$	$i(0) = I_0.e^{-0/\tau} = I_0$
$t=\tau$	$i(\tau) = I_0.e^{-\tau/\tau} = 0,37.I_0$
$t=\infty$	$i(\infty) = I_0.e^{-\infty/\tau} = 0$

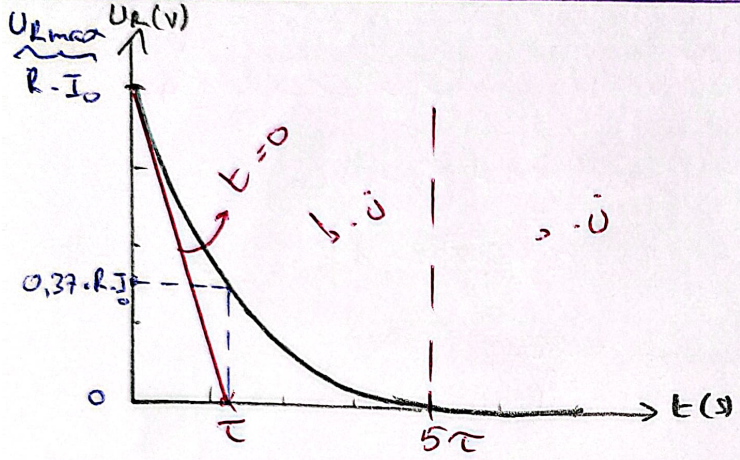


$$i \begin{cases} t=0 \Rightarrow i(0) = I_0 \\ t=\infty \Rightarrow i(\infty) = 0 \end{cases}$$

٤ بيان شدة $u_R = f(t)$ التوتر الناقل الأومي

$$u_R = R.I_0.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$$

$t=0$	$u_R(0) = R.I_0.e^{-0/\tau} = R.I_0$
$t=\tau$	$u_R(\tau) = R.I_0.e^{-\tau/\tau} = 0,37.R.I_0$
$t=\infty$	$u_R(\infty) = R.I_0.e^{-\infty/\tau} = 0$



$$u_R \begin{cases} t=0 \Rightarrow R.i(0) = R.I_0 = u_{Rmax} \\ t=\infty \Rightarrow R.i(\infty) = R.0 = 0 \end{cases}$$

٤ بيان توتر الوشيعة $u_b = f(t)$

$$u_b = -R.I_0.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$$

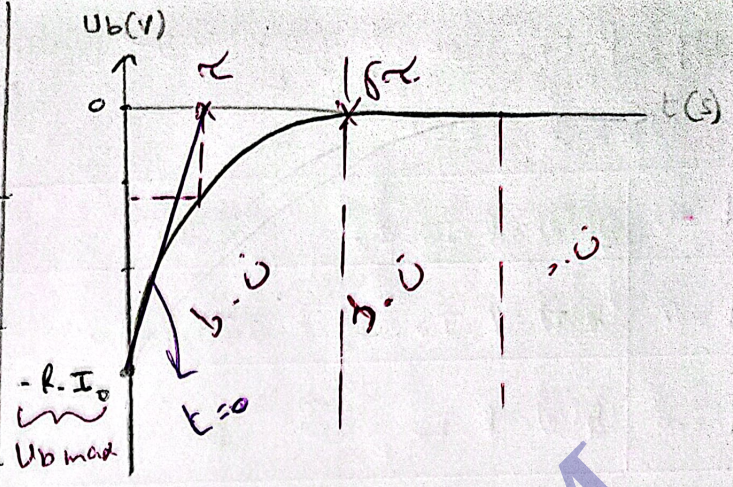
$t=0$	$u_b(0) = -R.I_0.e^{-0/\tau} = -R.I_0$
$t=\tau$	$u_b(\tau) = -R.I_0.e^{-\tau/\tau} = -0,37\,R.I_0$
$t=\infty$	$u_b(\infty) = -R.I_0.e^{-\infty/\tau} = 0$

من قانون جمع التوترات:

$$u_b = -u_R$$

$$u_b \begin{cases} t=0 \Rightarrow u_b(0) = -R.i(0) = -R.I_0 \\ t=\infty \Rightarrow u_b(\infty) = -R.i(\infty) = 0 \end{cases}$$

DZEDUCATIVE.COM



2 - 4 : طريقة ثابت الزمن τ .

- هو الزمن اللازم لوصول التيار بنسبة 1,63 من قيمته الأعظمية I_0.

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

3 - الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b(t)$

3 - 1 : عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة :

تخزن الوشيعة طاقة كهرومغناطيسية يرمز لها بـ E_b وصيغتها الجول (J).

$$E_b(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i(t)^2$$

$$E_{b\,max} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2$$

النظام الدائم

العبارة الزمنية .

$$E_b(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

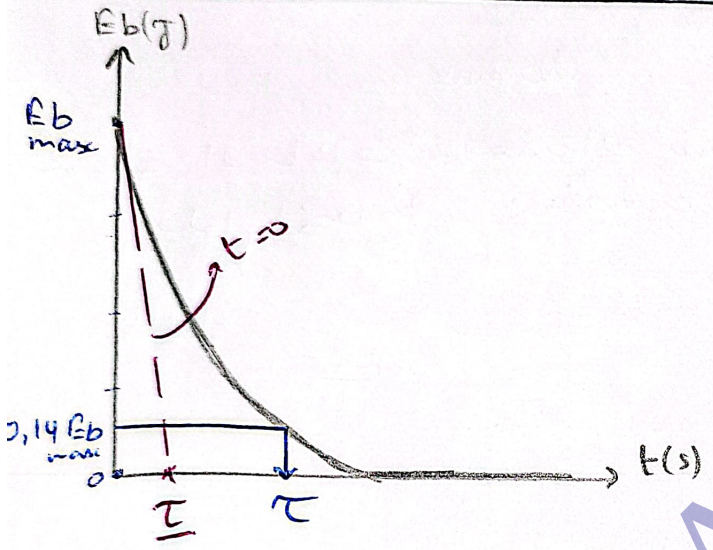
$$= \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left(I_0 \cdot e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 \cdot e^{-2t/\tau}$$

$$E_b(t) = E_{b\,max} \cdot e^{-2t/\tau}$$

$t = 0$	$E_b(0) = E_{b\,max} \cdot e^{-2 \cdot 0/\tau} = E_{b\,max}$
$t = \tau$	$E_b(\tau) = E_{b\,max} \cdot e^{-2\tau/\tau} = E_{b\,max} \cdot e^{-2} = 0{,}14\,E_{b\,max}$
$t = \infty$	$E_b(\infty) = E_{b\,max} \cdot e^{-2 \cdot \infty/\tau} = 0$

2 - 3 : بيان الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b = f(t)$



3 - 4 : الطاقة المحولة من الوشيعة $E_{b\,محولة}(t)$

تحول الوشيعة طاقتها للناقل الأومي على شكل حرارة يفعل جول .

$$E_{b\,محولة}(t) = E_{b\,max} - E_b(t)$$

العبارة الزمنية :

$$E_{محولة} = E_{b\,max} - E_b(t)$$

$$E_{محولة} = E_{b\,max} - E_{b\,max} \cdot e^{-2t/\tau}$$

$$E_{محولة} = E_{b\,max}\left(1 - e^{-2t/\tau}\right)$$

DZEDUCATIVE.COM

التحليل البعدي في الكهرباء

ثابت الزمن في الدارة RL

بعد وحدة ⇒ [مقدار ثابت] = 1

[الزمن] = T ⇒ s.

[التوتر] = U ⇒ V

[التيار] = I ⇒ A

ثابت الزمن في RL

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R_{Total}]}$$

$$U_R = R \cdot i$$

$$[R] = \frac{[U_R]}{[i]} = \frac{U}{I}$$

$$U_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

$$U_b - r \cdot i = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$[L] = \frac{[dt]}{[di]} \cdot [U_b - r \cdot i]$$

$$= \frac{T}{I} \cdot U$$

$$[\tau] = \frac{\frac{T}{I} \cdot U}{\frac{U}{I}} \Rightarrow [\tau] = T = S$$

ومنه: τ متجانس مع الزمن وحدته الثانية (s).

رابع الاهتزاز المهبطي.

- في الكشف الأكبر يربط المدخل الأول بينما في الكشف الأصغر يربط المدخل الأرضي

- في حالة العكس نضغط على زر (INV) فيصبح المتحنى بوضعه المثالي.

- دور الصمام الثنائي:

↳ يسمح بمرور التيار في جهة واحدة

↳ يحمي من صعوق شرارة الكهربائية.

يبن طرفي القاطعة K ويحمي كذلك عناصر الدارة الكهربائية من التلف

DZEDUCATIVE.COM

$$
\begin{cases}
1\,\text{mF} = 10^{-3}\,\text{F} \\
1\,\mu\text{F} = 10^{-6}\,\text{F} \\
1\,\text{nF} = 10^{-9}\,\text{F} \\
1\,\text{pF} = 10^{-12}\,\text{F}
\end{cases}
$$

DZEDUCATIVE.COM