دورة الوحدة (05)	الدّرس (02) – الجزء (01): "التّناقص الإشعاعي"	BAC 2023

في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

1.	• خواص الدّالة الأسيّة e^x والدّالة اللوغاريتمية lnx.
2.	• قانون التّناقص الإشعاعي.
3.	• زمن نصف العمر $t_{1/2}$.
4.	• ثابت الزمن τ.
5.	• ثابت التفكّك λ.
*	• أمثلة توضيحيّة.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

1. خواصّ الدّالة الأسيّة e^x والدّالة اللوغاريتمية lnx:

amine.zeddoun

الدالـة الأسيـة e^x	
$]-\infty\,;\,+\infty[$	
– مُشتقة الدّالة الأسية هي: $(e^U)' = U' \times e^U$ مثـال: $(e^{x^3})' = (x^3)' \times e^{x^3} = 3x^2.e^{x^3}$	$e = 2,718..$
	$e^0 = 1$
	$e^A \times e^B = e^{A+B}$
	$\frac{e^A}{e^B} = e^{A-B}$
	$e^{-A} = \frac{1}{e^A}$
	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$
	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$
	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$

الدالـة اللّوغاريـتمية lnx
$]0\,;\,+\infty[$
$ln\,1 = 0$
$lnA + lnB = ln\,(A \times B)$
$ln\left(\frac{A}{B}\right) = lnA - lnB$
$ln\left(\frac{1}{A}\right) = -lnA$
$ln\left(\frac{A}{B}\right) = -ln\left(\frac{B}{A}\right)$
$lnA^n = n.lnA$

العلاقة بين e^x و lnx
$e^x = A \Rightarrow lne^x = lnA$ $\Rightarrow \boxed{x = lnA}$
$lnx = A \Rightarrow e^{lnx} = e^A$ $\Rightarrow \boxed{x = e^A}$

Scanned with CamScanner

2. قانون التّناقص الإشعاعي:

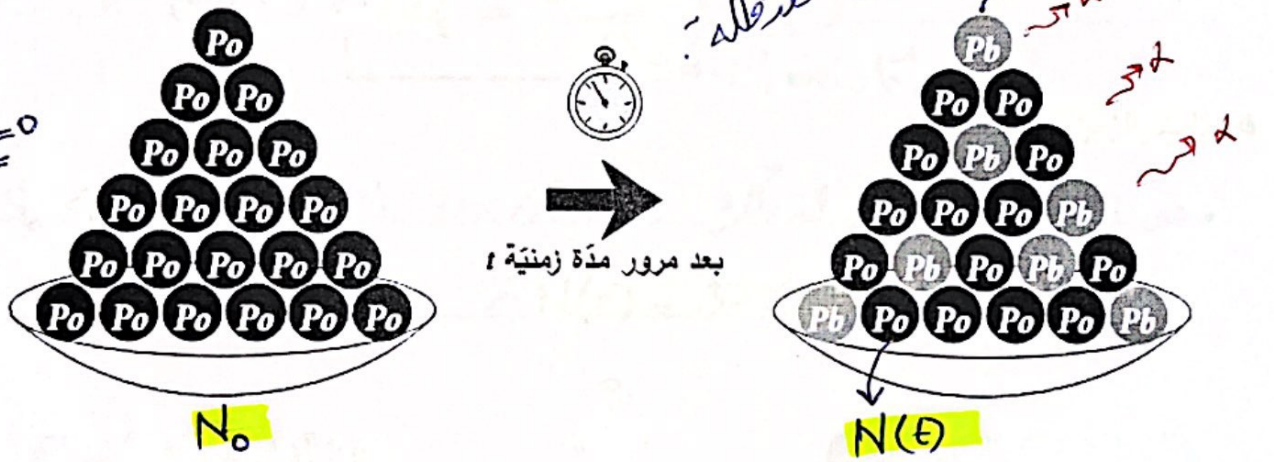
- يُعطى قانون التّناقص الإشعاعي بالعبارة التّالية: ثابت التفكك

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda . t} \quad \text{---} (1)$$

ع. الأنوية المتبقية. — الزمن — عدد الأنوية الابتدائية

- مثلا، لدينا معادلة تفكك أنوية البولونيوم 210:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \alpha$$



$$N_0 = N(t) + N'(t)$$

$$\Rightarrow N'(t) = N_0 - N(t)$$

$$\Rightarrow N'(t) = N_0 - N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \boxed{N'(t) = N_0 (1 - e^{-\lambda . t})} \quad \text{---} (2)$$

ع. الأنوية المتفككة:

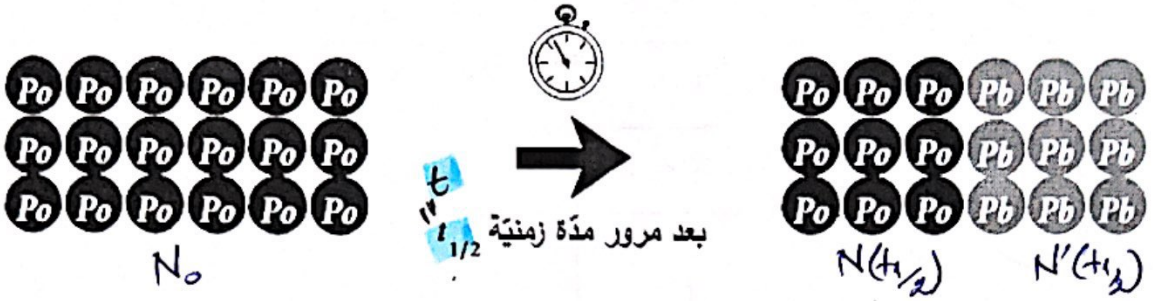
الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

3. زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد النوى الابتدائية N_0

$$t = t_{1/2} \Rightarrow N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$



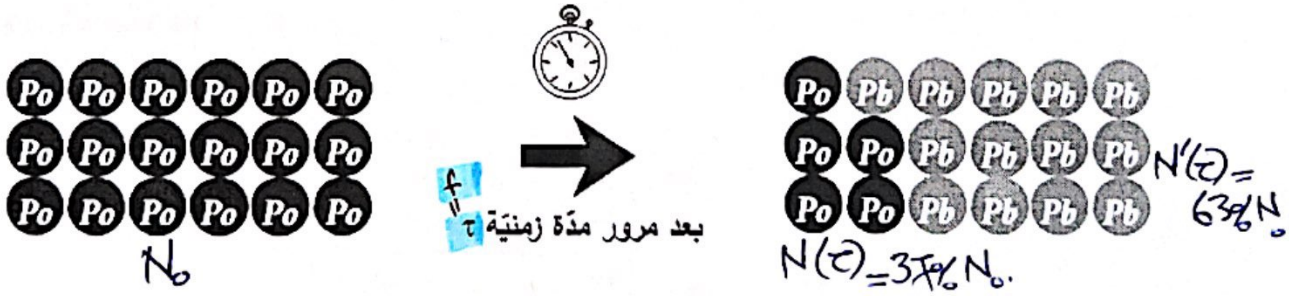
$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad (3)$$

$t_{1/2}$: s ; min ; h ; ... — λ : s^{-1} ; min^{-1} ; h^{-1} ; ...

4. ثابت الزمن τ:

هو الزمن اللازم لتفكك 63% من عدد النوى الابتدائية N_0.

$$t = \tau \Rightarrow N(\tau) = 37\% N_0.$$



$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (4)$$

τ : s ; ans ; j — λ : s^{-1} ; ans^{-1} ; j^{-1}

5. ثابت التفكك λ: (ثابت النشاط الإشعاعي).

هو احتمال تفكك نواة واحدة خلال 1 ثانية.

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{1}{\tau} \quad (5)$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

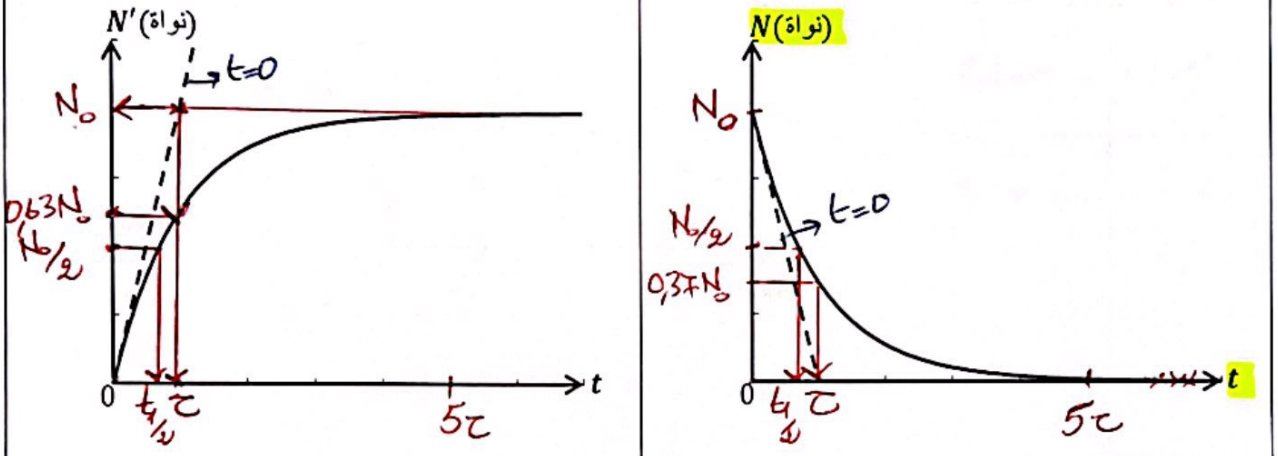
Scanned with CamScanner

- استغلال البيانات:

بيان الأنوية المتبقية $N(t)$	بيان الأنوية المتفككة $N'(t)$
$N(t) = N_0 . e^{-\lambda . t}$	$N'(t) = N_0 . (1 - e^{-\lambda . t})$

$t = 0$	$N(0) = N_0 e^{-\lambda . 0} = N_0$
$t = \tau$	$N(\tau) = N_0 e^{-1} = 0,37 N_0$
$t \to \infty$	$N(\infty) = N_0 e^{-\lambda . \infty} = 0$

$t = 0$	$N'(0) = N_0 (1 - e^{-\lambda . 0}) = 0$
$t = \tau$	$N'(\tau) = N_0 (1 - e^{-1}) = 0,63 N_0$
$t \to \infty$	$N'(\infty) = N_0 (1 - e^{-\lambda . \infty}) = N_0$



- علاقات الدّرس (02):

amine.zeddoun

بيّن أنّ:

$$t_{1/2} = \frac{ln\,(2)}{\lambda} \quad ...(3)$$

$$N(n.t_{1/2}) = \frac{N_0}{2^n} \quad ...(6)$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

التّدريب (01)

لنظير البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ نشاط إشعاعي حيث يتفكّك إلى كالسيوم $^{40}_{20}Ca$.

1- أ- ما هي خصائص النّشاط الإشعاعي؟

ب- أُكتب معادلة تفكك البوتاسيوم 40 مع تحديد نمط الإشعاع.

2- المنحنيان الممثلان أدناه يعبّران عن تغيّر عدد أنوية كل من البوتاسيوم 40 والكالسيوم 40 بدلالة الزمن لعيّنة تحتوي في البداية (عند اللّحظة $t = 0$) على أنوية البوتاسيوم 40 فقط.

أ- أي المنحنيين يمثّل تغيّرات عدد أنوية الكالسيوم 40؟ علّل.

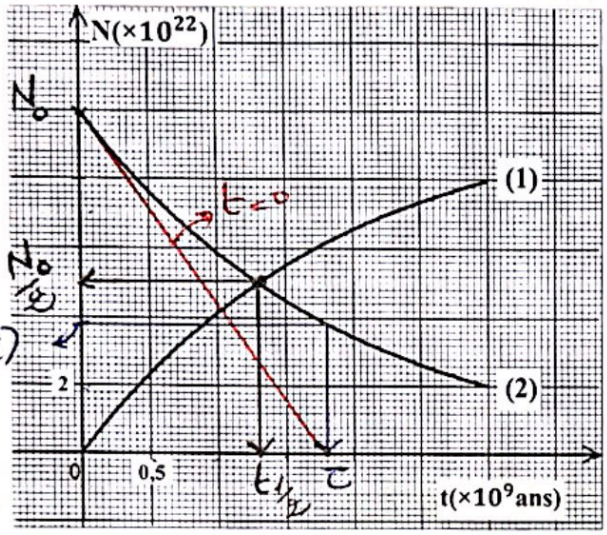
Scanned with CamScanner

ب- ما المقدار الفيزيائي الذي تمثّله فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين؟ علّل، حدّد قيمته.

جـ- أوجد قيمة ثابت الزّمن τ بطريقتين مختلفتين (حسابيًا وبيانيًا).

د- أحسب قيمة ثابت التفكّك (ثابت النّشاط الإشعاعي) λ.

3- أحسب عدد الأنوية المتبقيّة عند اللّحظة $t = 4 \times 10^9 ans$.



1cm → 0,5×10^9 ans

2,6cm → ...

1cm → 2×10^22 نواة

→ 3,7×10^22

الأستاذ العلوم الفيزيائية

زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

التمرين (02) - الجزء (01): التناقص الإشعاعي

علاقات التمرين (02) الجزء (01):

لدينا: (3) ←

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$t = t_{1/2} \Rightarrow N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow -\ln(2) = -\lambda \cdot t_{1/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية: زدون محمد الأمين

لدينا: (6) ←

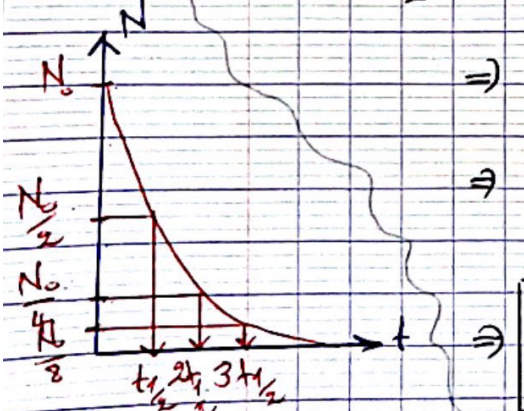
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

$$t = n t_{1/2} \Rightarrow N(n t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda \cdot n \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow N(n t_{1/2}) = N_0 e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot n \cdot t_{1/2}} = N_0 e^{-n \ln(2)}$$

$$\Rightarrow N(n t_{1/2}) = N_0 e^{-\ln(2)^n} = \frac{N_0}{e^{\ln(2)^n}}$$

$$\Rightarrow \boxed{N(n t_{1/2}) = \frac{N_0}{2^n}}$$



$t = 3t_{1/2}$

$N(3t_{1/2}) = ? = \frac{N_0}{2^3} = \frac{N_0}{8}$

الأستاذ العلوم الفيزيائية: زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

حل التمرين :

1-

أ- خصائص النشاط الإشعاعي : - عشوائي.
- تلقائي.
- حتمي.
- مستقل عن حالي الحفظ ودرجة الحرارة.

ب- $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + {}^{A}_{Z}X$

بتطبيق قانوني صودي : إنحفاظ A : $40 = 40 + A \Rightarrow A = 0$
إنحفاظ Z : $19 = 20 + Z \Rightarrow Z = -1$.

${}^{0}_{-1}X$ وهذا موافق : ${}^{0}_{-1}e$

و منه : $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + \beta^-$

2- أ- خلال التفكك تتناقص أنوية $^{40}_{19}K$ و تتزايد أنوية $^{40}_{20}Ca$.

* البيان (1) $\leftarrow N' = N(^{40}Ca) = f(t)$
* " (2) $\leftarrow N = N(^{40}K) = f(t)$.

ب- نلاحظ أن نقطة تقاطع المنحنيين تمثل تفكك نصف عدد أنوية البوتاسيوم الإبتدائية N_0.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow t_{1/2} = 2,6 \times 0,5 \times 10^9$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = 1,3 \times 10^9 \text{ ans}.$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{1,3\times10^9}{\ln(2)} \Rightarrow \tau = 1,88\times10^9 \text{ ans.}$$ ـ ت

$N(\tau) = 0,37\, N_0 = 0,37\times10^{23} = 3,7\times10^{22}$ نواة ـ 02 ن

$\tau = 1,9\times10^9$ ans. بالإستعانة بالبيان:

$$\lambda = 1/\tau = \frac{1}{1,88\times10^9} \Rightarrow \lambda = 5,32\times10^{-10} \text{ ans}^{-1}$$ ـ ب

ـ 3

$$t = 4\times10^9 \text{ ans} \Rightarrow N\left(\underset{4\times10^9}{t}\right) = N_0\, e^{-\lambda\cdot t}, \quad \lambda \text{ en ans}^{-1}, \quad t = \frac{4\times10^9}{\text{ans}}$$

$$\Rightarrow N(4\times10^9 \text{ ans}) = 10^{23}\times e^{-5,32\times10^{-10}\times4\times10^9}$$

$$\Rightarrow N(4\times10^9 \text{ ans}) = 1,19\times10^{22} \text{ نواة}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

دورة الوحدة (05)	الدّرس (02) – الجزء (02): "التّناقص الإشعاعي"	BAC 2023

في هذا الدّرس سنتطرّق إلى:

1.	• قانون النّشاط الإشعاعي.
2.	• تحويلات وعلاقات.
*	• أمثلة توضيحيّة.

amine.zeddoun

1. قانون النّشاط الإشعاعي:

- تعريف: يمثّل عدد التفكّكات خلال 1s وحدته هي البيكريل (Bq) وجهاز قياسه "عدّاد جيجر"، حيث:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \quad (1)$$

(A: Bq، $dN(t)$: نواة، dt: s)

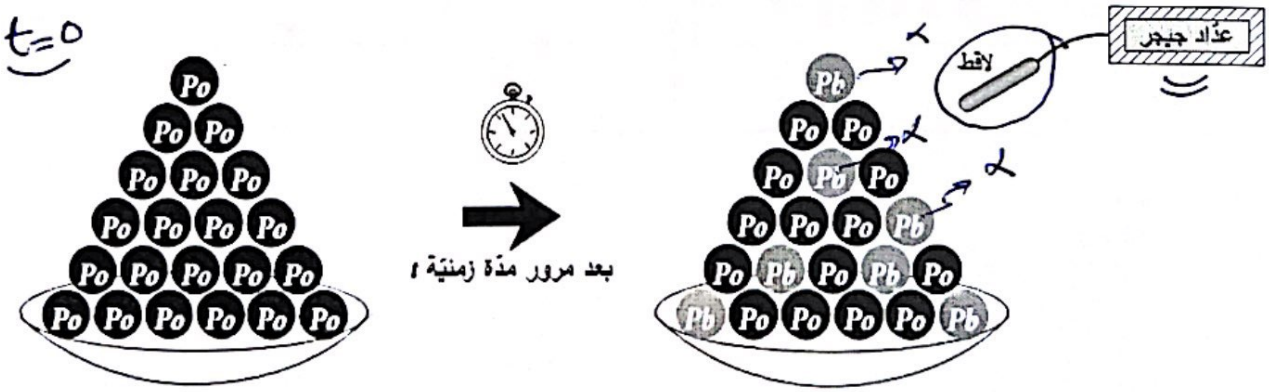
- يُعطى قانون النّشاط الإشعاعي:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

(A: النشاط الإشعاعي، t: t، A_0: $t=0$)

– مثلا، لدينا معادلة تفكك أنوية البولونيوم 210:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + \alpha$$



– مبدأ عمل عدّاد جيجر: نُقرّب هذا الجهاز من عيّنة مُشعّة (تُشعُّ مثلا α) تُحدثُ هذه الإشعاعات المُنبعثة أصواتا داخل الجهاز، فيعتمدُ حساب عدد هذه الأصوات في تحديد نشاط عيّنة.

Scanned with CamScanner

- يُعطى قانون النّشاط الإشعاعي بالعبارة التّالية:

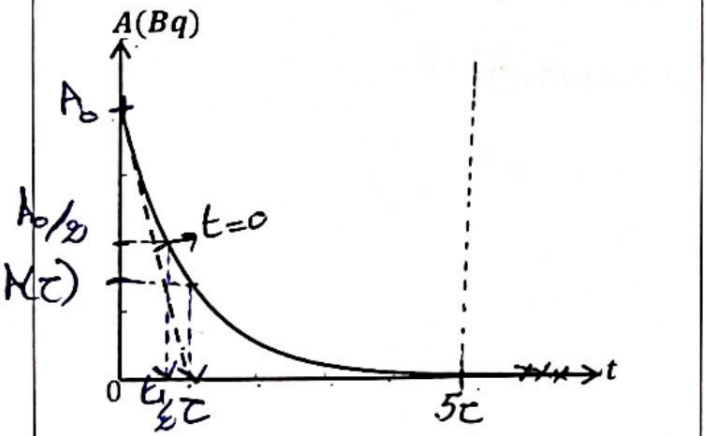
- يمكن حسابُه كذلك بالعلاقة:

$$A(t) = \lambda N(t) \quad \text{(Bq)} \quad \text{(نواة)} \quad \text{(S}^{-1}\text{)} \quad \dots (3)$$

$t = 0$

$$A_0 = \lambda N_0 \quad \dots (4)$$

- **استغلال البيانات:**



$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$$

$t = 0$	$A(t_0) = A_0 e^{-\lambda . 0} = A_0$
$t = \tau$	$A(\tau) = A_0 e^{-\lambda . \tau} = 0,37 A_0$
$t \to \infty$	$A(\infty) = A_0 e^{-\lambda . \infty} = 0$

- **علاقات الدّرس (02) -ج02:**

بيّن أنّ:

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \quad \dots (5)$$

amine.zeddoun

Scanned with CamScanner

- تحويلات هامة:

(الدقيقة) min $\xrightarrow{\times 60}$ s (الثانية)

(الساعة) h $\xrightarrow{\times 3600}$ s

(اليوم) j $\xrightarrow{\times 24 \times 3600}$ s

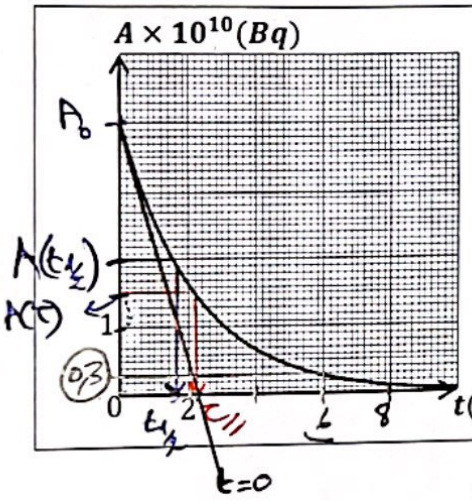
(السنة) ans $\xrightarrow{\times 365 \times 24 \times 3600}$ s.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

التدريب (01)

بالاعتماد على البيان، أوجد:

- النّشاط الإشعاعي الابتدائي A_0.
- زمن نصف العمر $t_{1/2}$.
- ثابت الزمن τ.
- عدد الأنوية الابتدائية N_0.
- عدد الأنوية عند اللّحظة $t = 6ans$، بطريقتين مختلفتين.
- أحسب التغيّر النّسبي للنشّاط عند اللّحظة $t = 6ans$.



amine.zeddoun

$$r = \frac{A(t=0) - A(t)}{A_0} \times 100$$

1cm → 2ans

0,8cm → 1,6ans.

1,1cm → 2,1 2ans.

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

التمرين (02) - الحل (02):
النشاط الإشعاعي

علاقات التمرين (02) - الحل (02):

$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$ ← (5) لدينا:

$\Rightarrow A(t) = -\frac{d}{dt}(N_0 \cdot e^{-\lambda t})$

$\Rightarrow A(t) = -N_0 \cdot \frac{d}{dt}(e^{-\lambda t})$

$\Rightarrow A(t) = -N_0 \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda t}$

$\Rightarrow A(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$\Rightarrow \boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}$

حل التمرين:

من البيان: $t=0 \quad A_0 = 4 \times 10^{10} Bq$ /1

$t = t_{1/2} \Rightarrow A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2} = 2 \times 10^{10} Bq$ /2

بالإسقاط على محور الأزمنة: $t_{1/2} = 1,6 ans$

الأستاذ العلوم الفيزيائية:
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner

$$t_{1/2} = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln(2) = \tau \ln(2)$$ ب 01 /3

$$\Rightarrow \tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{1,6}{\ln(2)}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$\Rightarrow \tau = 2,31 \text{ ans.}$$

$$A(\tau) = 0,37 A_0.$$ ب 02

$$\Rightarrow A(\tau) = 0,37 \times 4 \times 10^{10}$$

$$\Rightarrow A(\tau) = 1,48 \times 10^{10} \text{ Bq}.$$

$\tau = 2,2 \text{ ans.}$: بالإسقاط على محور الأزمنة

$$A_0 = \lambda . N_0.$$ /4

$$\Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{A_0}{\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}} = A_0 . \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

$$\Rightarrow N_0 = 4 \times 10^{10} \times \frac{1,6 \times 365 \times 24 \times 3600}{\ln(2)}$$

$$\Rightarrow N_0 = 2,91 \times 10^{18} \text{ نواة}$$

$t = 6 \text{ ans} \Rightarrow N(6 \text{ ans}) = N_0 e^{-\lambda . 6 \text{ ans}}$ ب 01 /5

$$\Rightarrow N(6 \text{ ans}) = N_0 e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} . 6 \text{ ans}} = 2,91 \times 10^{18} \times e^{-\frac{\ln(2)}{1,6} \times 6}$$

$$\Rightarrow N(6 \text{ ans}) = 2,16 \times 10^{17} \text{ نواة}$$

Scanned with CamScanner

$t = 6ans \Rightarrow A(6ans) = \lambda . N(6ans)$ 0,25

$\Rightarrow N(6ans) = \frac{A(6ans)}{\lambda} = \frac{A(6ans)}{\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$

$\Rightarrow N(6ans) = A(6ans) . \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$

$\Rightarrow N(6ans) = 0,3 \times 10^{10} \times \frac{16 \times 365 \times 24 \times 3600}{\ln(2)}$

$\Rightarrow N(6ans) = 2,18 \times 10^{18}$ Bq

$t = 6ans \Rightarrow r = \frac{A_0 - A(t=6ans)}{A_0} \times 100$ /16

$\Rightarrow r = \frac{4 \times 10^{10} - 0,3 \times 10^{10}}{4 \times 10^{10}} \times 100$

$\Rightarrow r = \frac{3,7 \times 10^{10}}{4 \times 10^{10}} \times 100$

$\Rightarrow r = 92,5\%$

الأستاذ العلوم الفيزيائية
زدون محمد الأمين

Scanned with CamScanner