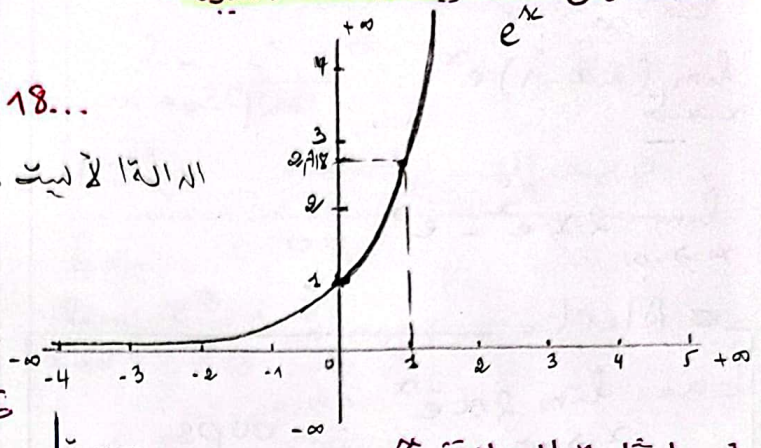
I. ملخص الدالة الأسية.

1- التمثيل البياني للدالة الأسية:



2- معلومات عامة:

الدوال الأسية:

- $f(x) = e^x$. $e \simeq 2,718...$

مجموعة التعريف:

- $D_f = \mathbb{R}$. الدالة الأسية معرفة على $\mathbb{R}$

- $e^0 = 1$
- $e^1 = 2,718... = e$.

3- إشارة الدالة e^x:

موجبة

- جابة فوق محور الفواصل علاش نقولو ⊕

x	$-\infty$	$+\infty$
e^x	+	

4- اتجاه تغير الدالة e^x:

- الدالة e^x: متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

5- النهايات:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

نهايات تأثيرية:

باستعمال التزايد المقارنة

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ حالة $\frac{\infty}{\infty}$ (استبار هاذي)
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$ حالة $0 \times \infty$
- $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ حالة $\frac{0}{0}$

6- الاشتقاقية:

- $(e^{u(x)})' = u' e^{u(x)}$.

Ex:

- $(e^{\sqrt{x}})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$.
- $e^{x^2} = 2x e^{x^2}$.

7- المعادلات والمتراجحات:

1. $\ln e^x = x$. سهلة طريقة دخال ln على الطرفين

Ex:

$e^{4x} = 2 \Leftrightarrow \ln e^{4x} = \ln 2$

$4x = \ln 2 \Leftrightarrow$

$x = \frac{\ln 2}{4}$.

2. $e^a = e^b = a = b$
3. $e^a > e^b = a > b$
4. $e^a < e^b = a < b$.

حالات عدم التعيين

$\frac{\infty}{\infty}$

إخراج الحد الأكثر تأثير كعامل مشترك "من البسط والمقام"

Ex:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x e^x}{e^x + 1}$ $\frac{+\infty}{+\infty}$ = oups.

إخراج e^x كعامل مشترك من البسط والمقام.

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x \cdot x}{e^x\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{1 + \frac{1}{e^x}}$

$= \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

$-\infty + \infty$

إخراج الحد الأكثر تأثير كعامل مشترك.

Ex:

$\lim_{x \to +\infty} e^x - x$ $+\infty - \infty$ = oups.

إخراج e^x كعامل مشترك:

$\lim_{x \to +\infty} e^x\left(1 - \frac{x}{e^x}\right) = +\infty$

النهايات المهيرة:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} x e^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ مقلوبها

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = \frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$

بالتشتيت

$0 \times \infty$

Ex:

$\lim_{x \to -\infty} (2x - 1) e^x$ $-\infty \cdot 0$ = oups.

بالتشتيت:

$\lim_{x \to -\infty} 2x e^x - e^x$ $0 - 0 = 0$

Alert:

Ex: $\lim_{x \to +\infty} 2x e^{-x}$ $+\infty \cdot 0$ = oups.

$= \frac{1}{e^x}$ إذا e^{-x} من لي تقال

$\lim_{x \to +\infty} 2\left(x \cdot \frac{1}{e^x}\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{e^x} = 0$

Note:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x}$

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{2x+1}$ $+\infty$

ط و: التفكيك

"تصلح برك كي تكون فوق e دالة تألفية".

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x} =$ $\frac{+\infty}{+\infty}$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x \cdot e \cdot e^x}{x} = +\infty$

حذاري هنا لازم تنتبه بالك دي طريقة مخصصة لحل غير كي تكون دالة تألفية تقدر تفكك

ط و: تغيير المتغير:

نضع: $t = 2x + 1$ --- (1)

إذن: $x = \frac{t-1}{2}$ و $t \to +\infty$

$\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{\frac{t-1}{2}} =$

$\lim_{x \to +\infty} e^t \cdot \frac{2}{t-1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2e^t}{t-1}$

بإستخراج العامل المشترك:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^t \cdot 2}{t\left(1 - \frac{1}{t}\right)} = +\infty$

$+\infty$ $1 - 0$

Note : $\frac{+\infty}{+\infty}$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x}$$ = oups.

لا نستعمل التماثل :

بالضرب والقسمة $\frac{2x+1}{2x+1}$ = 1

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x} \cdot \frac{2x+1}{2x+1}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{2x+1} \cdot \frac{2x+1}{x} = 2$$

($2x+1 \to +\infty$ ، $\frac{2x}{x} = 2$)

نغير المتغير :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x+1}}{x}$$

نضع :

$t = 2x+1$ ... (1)

إذن :

$x = \frac{t-1}{2}$

$t \to +\infty$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{\frac{t-1}{2}} =$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^t \cdot \frac{2}{t-1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2e^t}{t-1}$$

نستخرج العامل المشترك :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^t \cdot 2}{t\left(1 - \frac{1}{t}\right)} = +\infty$$

($e^t \to +\infty$ ، $1 - \frac{1}{t} \to 1$)

$\frac{0}{0}$

- بإستعمال النهاية الشهيرة :

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

- تعريف العدد المشتق .

Ex.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{2x}\overset{\frac{0}{0}}{=}\text{oups}$$

$$\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=\frac{1}{2}\cdot$$

($\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$)

حل المتراجحات والمعادلات :

1 - بإدخال ln على الطرفين .
2 - بإخراج العامل المشترك .
3 - تغيير المتغير .

← المعادلة $e^x = b$:

Ex-

1) $e^x = e$

- إدخال ln :

$\Leftrightarrow \ln e^x = \ln e$

$x = 1$

---

2) $e^x - e^{-x} = 0$

$\Leftrightarrow e^x = e^{-x}$

إدخال ln :

$\Leftrightarrow \ln e^x = \ln e^{-x}$

$\Leftrightarrow x = -x$

$\Leftrightarrow x + x = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$

$x = 0$

---

3) $e^x + e^{-x} = 0$ لا يمكن إدخال ln لأن ln (سالب) مكانش

$e^x = -e^{-x}$ المعادلة ليس لها حلول.

$\ln -e^{-x}$ ✗ مكانش معنى.

---

4) $2e^{2x} - 2e^{2x} = 0$

إخراج العامل المشترك :

$e^{2x}(x-2)=0$

$e^{2x}\neq 0$ I.s.p

$x-2=0$ و $e^{2x}\neq 0$

ومنه : $x = 2$.

---

5) $(e^x+2)(e^{2x}-1)$.

$e^x+2=0$ أو $e^{2x}-1=0$

أي :

$e^{2x}=1$ أو $e^x=-2$ معادلة ليس لها حلول.

$\ln e^{2x} = \ln 1$

$2x = 0$

$x = 0$.

---

6) $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

$2(e^x)^2 - 5e^x + 2 = 0$.

تغيير المتغير :

نضع $t = e^x$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$ Δ ⇐ II.د.ص

$t_2 = 2$; $t_1 = \frac{1}{2}$

ومنه $e^x = \frac{1}{2}$: فإن $t_1 = \frac{1}{2}$: ل.ح.

$x = \ln\frac{1}{2}$

ومنه $e^x = 2$: فإن $t_2 = 2$ ل.ح.

$x = \ln 2$

٥. المتراجحات:

1) $e^{2x} > e$

بإدخال ln:

$\ln e^{2x} > \ln e$

$x > 1$

ومنه:

$x \in]1, +\infty[$

---

2) $e^{-x} > 0$

بإدخال ln:

$\ln e^{-x} > \ln 0$ (غير موجود)

مكانش منها ln0

دقيقة

ومنه: $x \in]-\infty, +\infty[$ ← دومًا

---

3) $e^{2x} - 1 \geq 0$

$e^{2x} \geq 1$

بإدخال ln:

$\ln e^{2x} \geq \ln 1$

$2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

$x \in [0, +\infty[$.

---

4) $xe^{-x} - 3e^{-x} < 0$

باخراج العامل المشترك:

$\underbrace{e^{-x}}_{>0}(x-3) < 0$

$x < 3$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$-$	

إذن

$x \in]-\infty, 3[$.

$2e^{2x} - 5e^{x} + 2 < 0$

$2(e^{x})^2 - 5e^{x} + 2 < 0$

نضع $t = e^{x} > 0$

$\downarrow t > 0$

$2t^2 - 5t + 2 < 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2t^2-5t+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن $\frac{1}{2} < t < 2$ $\Leftrightarrow$ $t \in]\frac{1}{2}; 2[$

أي:

$\frac{1}{2} < e^{x} < 2$

بإدخال ln:

$\ln \frac{1}{2} < \ln e^{x} < \ln 2$.

$\ln \frac{1}{2} < x < \ln 2$

$x \in]\ln \frac{1}{2}; \ln 2[$.

---

6) $e^{x} + e^{-x} < 2$

$\Leftrightarrow \frac{e^{x}}{1} + \frac{1}{e^{x}} - \frac{2}{1} < 0$ نوحد المقامات:

$\frac{e^{2x} - 2e^{x} + 1}{e^{x}} < 0$

$e^{x} > 0$

إذن $e^{2x} - 2e^{x} + 1 < 0$ ومنه

نضع $t = e^{x}$

$t^2 - 2t + 1 < 0$ من الدرجة الثانية

x	$-\infty$		1		$+\infty$
t^2-2t+1		$+$	0	$+$	

الإشارة موجب

المتراجحة ليس لها حلول.