◄ الشكل الجبري

z عدد مركب $z = x + iy$ حيث : $\begin{cases} x = Re(z) \\ y = Im(z) \end{cases}$

مرافقه : $\overline{z} = x - iy$

طويلته : $|z| = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

عمدته : $(\vec{u}; \overrightarrow{OM}), |z| \neq 0$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \dfrac{x}{|z|} \\ \sin\theta = \dfrac{y}{|z|} \end{array}\right\} \theta + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

حالات خاصة:

- نقول ان z عدد حقيقي يكافئ: $\begin{cases} Im(z) = 0 \\ z = \overline{z} \\ \arg(z) = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
- نقول ان z تخيلي صرف يكافئ: $\begin{cases} Re(z) = 0 \\ z = -\overline{z} \\ \arg(z) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

◄ خواص الطويلة

- من اجل كل $z \in \mathbb{C}$ ، $|\overline{z}| = |z|$
- من اجل كل $z' \in \mathbb{C}^*$ $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$
- من اجل كل كل $z \in \mathbb{C}$ و $z' \in \mathbb{C}$ ، $|zz'| = |z||z'|$

◄ خواص العمدة

من اجل كل $z \in \mathbb{C}^*$ و $z' \in \mathbb{C}^*$

- $\arg(zz') = arg(z) + arg(z')$
- $\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$
- $\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$
- $n \in \mathbb{Z}$ مع $\arg(z^n) = n\arg(z)$

◄ خواص المرافق

من اجل كل الاعداد المركبة z و z' :

- $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$
- $\overline{z \times z'} = \overline{z} \times \overline{z'}$
- $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ ، حيث $z' \neq 0$
- $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ ، $n \in \mathbb{N}^*$

◄ الشكل المثلثي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله المثلثي يعطى بـ:

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

حيث $r = |z|$ طويلة z و θ عمدة z

دستور مو افر :

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

◄ الشكل الاسي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله الاسي يعطى بـ:

$$z = |z|e^{i\theta} = re^{i\theta}$$

العدد المركب الذي طويلته 1 و θ عمدة له يكتب (ترميز اولر):

$$z = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

دساتير أولر :

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \qquad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

◄ توظيف خواص الطويلة والعمدة في الهندسة

◄ حساب المسافات

A و B نقطتان لاحقتهما على الترتيب : z_A و z_B لدينا :

$$AB = |z_B - z_A|$$

◄ حساب الزوايا

A و B نقطتان لاحقتهما على الترتيب : z_A و z_B لدينا :

- $\arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{AB})$
- $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

◄ تطبيقات

▼ استقامية ثلاث نقط

A و B و C على استقامية اذا وفقط اذا كان

$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ حقيقي.

▼ التعامد

نقول ان المستقيمان (AB) و (AC) متعامدان اذا وفقط اذا كان العدد المركب

$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ تخيلي صرف.

▼ طبيعة المثلث

- المثلث ABC متقايس الاضلاع اذا كان :

$$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ و } \left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$$

حيث $k \in \mathbb{Z}$

- المثلث ABC متقايس الساقين اذا كان :

$$\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$$

- المثلث ABC قائم و متساوي الساقين اذا كان :

$$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ و } \left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$$

حيث $k \in \mathbb{Z}$

ملاحظة

اذا تحقق احد الشرطين فقط يكون المثلث اما قائم او متساوي الساقين

◄ التحويلات النقطية

العبارة المركبة للتحويل النقطي f هو : $z' = az + b$

- العبارة المختصرة للانسحاب f الذي شعاعه $\vec{u}$ ذات اللاحقة b هو

$$z' = z + b$$

- العبارة المختصرة للتحاكي f الذي نسبته $k = a$ و مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة z_Ω :

$$z' - z_\Omega = k(z - z_\Omega)$$

- العبارة المختصرة للدوران f الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و الزاوية θ :

$$z' - z_\Omega = e^{i\theta}(z - z_\Omega)$$

- العبارة المختصرة للتشابه المباشر f الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω ونسبته k و زاويته θ :

$$z' - z_\Omega = ke^{i\theta}(z - z_\Omega)$$

◄ التشابه المباشر

تركيب تشابهين مباشرين :

تركيب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر نسبته جداء $k \times k'$ النسبتين وزاويته مجموع الزاويتين $\theta + \theta'$

ملاحظة

تركيب تشابهين مباشرين ليس تبديلي، يعني انه اذا كان S و S' تشابهين مباشرين ليس دائما $S \circ S'$ يساوي $S' \circ S$

التشابه المباشر و الاشكال الهندسية :

التشابه المباشر الذي نسبته k يحول :

- مستقيما الى مستقيم
- المسافات بضربها في العدد $|k|$ ، المساحات بضربها في العدد k^2
- دائرة ذات المركز w ونصف القطر r الى دائرة ذات المركز w' ونصف القطر $k \times r$

◄ تعيين الاعداد الطبيعية n بحيث z^n عدد مركب خاص

z^n حقيقي	$n\theta = k\pi$	تخيلي صرف	$n\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi$
z^n حقيقي موجب	$n\theta = 2k\pi$	تخيلي صرف و $Im(z^n) > 0$	$n\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
z^n حقيقي سالب	$n\theta = \pi + 2k\pi$	تخيلي صرف و $Im(z^n) < 0$	$n\theta = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

◄ العلاقات المثلثية

الزوايا المرفقة :

$$\cos(2\pi + x) = \cos(x) \qquad \sin(2\pi + x) = \sin(x)$$
$$\cos(\pi + x) = -\cos(x) \qquad \sin(\pi + x) = -\sin(x)$$
$$\cos(\pi - x) = -\cos(x) \qquad \sin(\pi - x) = \sin(x)$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x) \qquad \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x) \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$$

دساتير الجمع :

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + cos(a)\sin(b)$$
$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - cos(a)\sin(b)$$

دساتير الزوايا المضاعفة :

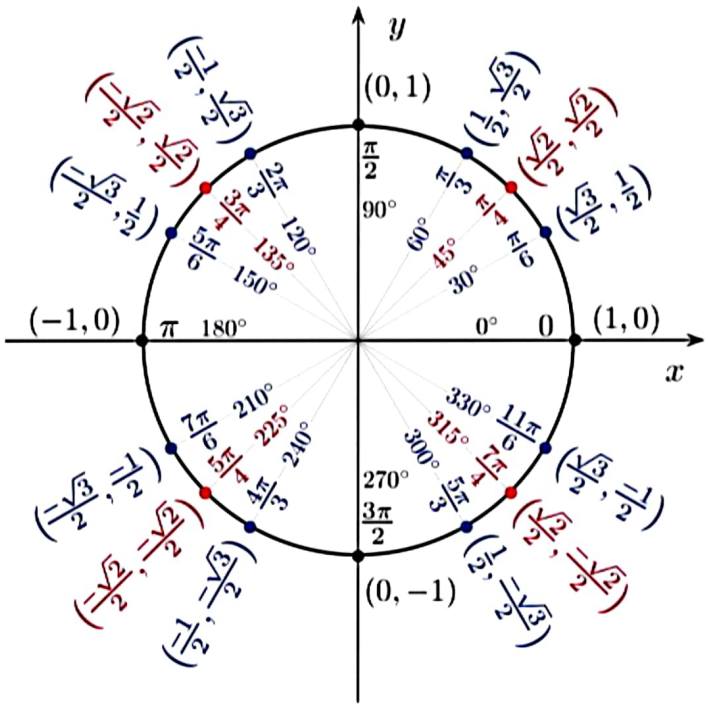
$$\cos(2x) = \cos^2(x) - sin^2(x)$$
$$\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$$
$$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$$
$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

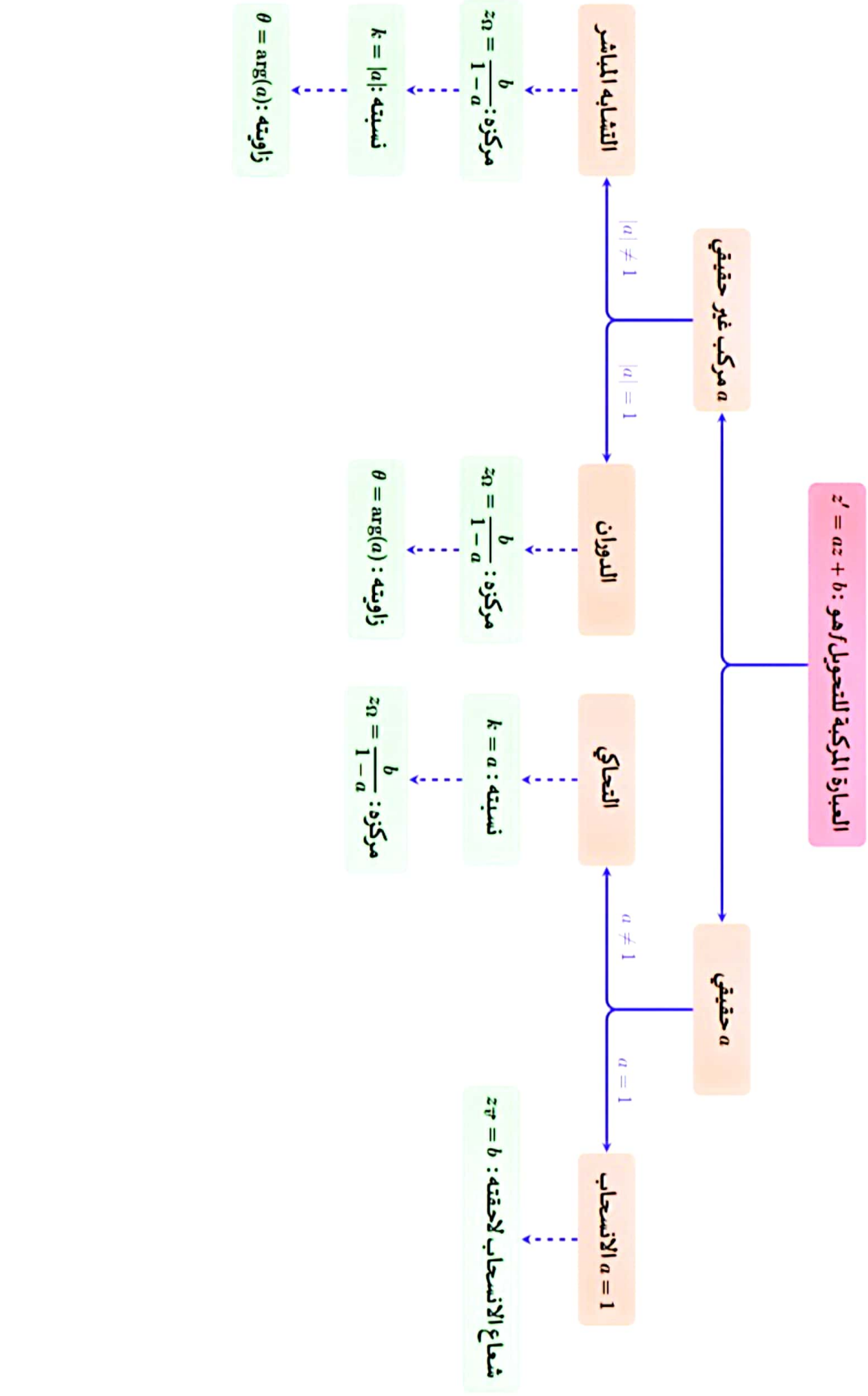
دساتير الخطية :

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$
$$sin^2(x) = \frac{1 - cos(2x)}{2}$$

دساتير تحويل الجداء الى جمع :

$$\sin(x)\cos(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$$




العبارة المركبة للتحويل/هو: $z' = az + b$
a حقيقي
$a = 1$ الانسحاب
شعاع الانسحاب لاحقته: $z_{\vec{w}} = b$
$a \neq 1$
التحاكي
نسبته: $k = a$
مركزه: $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$
a مركب غير حقيقي
$|a| = 1$
الدوران
مركزه: $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$
زاويته: $\theta = \arg(a)$
$|a| \neq 1$
التشابه المباشر
مركزه: $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$
نسبته: $k = |a|$
زاويته: $\theta = \arg(a)$