المبدا الاساسي للعد

نعتبر تجربة تتطلب نتائجها p اختيارا
اذا كان الاختيار الاول يتم بـ n_1 كيفية مختلفة
وكان الاختيار الثاني يتم بـ n_2 كيفية مختلفة
وكان الاختيار p يتم بـ n_p كيفية مختلفة
فان عدد النتائج الممكنة هو الجداء :

$$n_1 \times n_2 \cdots \times n_p$$

الاعداد $n!$ ،A_n^p وC_n^p

$n \in \mathbb{N}^*$

$0! = 1$ $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$			
$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$		$C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$	
$C_n^{n-1} = n$	$C_n^0 = 1$	$C_n^n = 1$	$C_n^1 = n$
$C_n^{p-1} + C_n^p = C_{n+1}^p$		$C_n^p = C_n^{n-p}$	

بعض الانواع السحب

نسحب p عنصر من بين n عنصر $(p \leq n)$
نلخص النتائج في الجدول التالي :

طريقة السحب :	عدد السحبات الممكنة :	الترتيب :	التكرار :
في ان واحد	$C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$	غير مهم	-
على التوالي و بارجاع	$n^p = \underbrace{n \times n \times \cdots \times n}_{p \text{ مرة}}$	مهم	يسمح التكرار ولا شرط على n و p
على التوالي و بدون ارجاع	$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$	مهم	لا يسمح التكرار $n \geq p$

ملاحظات

- اذا كان السحب على التوالي فيجب اخذ الحيطة و الحذر من معامل الترتيب ← عند استعمال الترتيبة و ارقامها.
- معامل الترتيب يحسب بالطريقة التالية : $A_{n_1}^{p_1} \times A_{n_2}^{p_2} \times \cdots \times A_{n_k}^{p_k} \times \alpha$

حيث :

$$\alpha = \frac{(p_1 + p_2 + \cdots + p_k)!}{p_1! \times p_2! \times \cdots p_k!}$$

مثل : $A_4^2 \times A_1^1$

$\alpha = \dfrac{(2+1)!}{2! \cdot 1!} = \dfrac{6}{3} = 2$.

مصطلحات

الخاصية	لغة الحوادث
$0 \leq P(A) \leq 1$	A جادثة كيفية
$P(\Phi) = 0$	الحادثة المستحيلة
$P(\Omega) = 1$	الحادثة الاكيدة
$P(A) = 1 - P(\overline{A})$	$\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A و B كيفيتان
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	A و B غير متلائمتان
$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	الاحتمال الشرطي (A علما ان B)
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	A و B حادثتان مستقلتان

ملاحظة هامة

- حرف "و" في الاحتمالات معناه **التقاطع** و يعني كذلك **الجداء**
- كلمة "أو" في الاحتمالات معناه **الاتحاد** و يعني كذلك **الجمع**
- يجب قراءة نص السؤال جيدا وان لا نخلط بين $P_A(B)$ و $P(A \cap B)$.

طريقة :

نستعين بالعبارات "علما ان" ، "اذا كان B، احتمال A"...

في حالة تساوي الاحتمالات

بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : "لكل الامكانيات نفس الاحتمال"، "زهرة نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقدية متوازنة"، "كريات لا نفرق بينها باللمس"...

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

المتغير العشوائي

الامل الرياضياتي للمتغير X	$E(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$
التباين	$V(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i(x_i-E(X))^2=\sum_{i=1}^{n}(p_i x_i^2)-(E(X))^2$
الانحراف المعياري	$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

حالة خاصة

اذا كان $E(X)$ يمثل الربح المتوسط الذي يامله اللاعب بعد تكرار اللعبة مرات كثيرة فان :

- $E(X)=0$ اللعبة عادلة
- $E(X)>0$ اللعبة مربحة
- $E(X)<0$ اللعبة ليست في صالح اللاعب

خواص الامل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي

X المتغير العشوائي و a ، b عددان حقيقيان :

- $E(aX+b)=aE(X)+b$
- $V(aX+b)=a^2V(X)$
- $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

دستور الاحتمالات الكلية

- لتكن B_1 ، $B2$ ، $\cdots$ ، B_n تشكل تجزئة للمجموعة Ω ، لدينا من اجل كل حادثة A :

$$P(A)=P(A\cap B_1)+P(A\cap B_2)+\cdots+P(A\cap B_n)$$

شجرة الاحتمالات

