الدوال اللوغاريتمية

عدد التمارين : 97

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد

Pratiquez, pratiquez, pratiquez

Pratiquez autant que possible.

La seule façon de vraiment apprendre à résoudre des problèmes est d'en faire.

اخر تحديث : 16 ديسمبر 2023

السنة الدراسية

2024 - 2023

المحتويات

I بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية 3

II تمارين تدريبية 5

III مواضيع بكالوريات جزائرية 11

1 شعبة علوم تجريبية 12

2 شعبة تقني رياضي 20

3 شعبة رياضيات 27

IV مواضيع بكالوريات أجنبية 34

V مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة 39

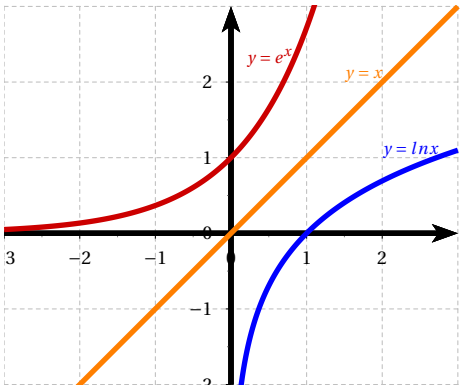
4 شعبة علوم تجريبية 40

5 شعبة رياضيات 44

...

القسم I

بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية



◄الخواص الجبرية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $\ln 1 = 0$ ، $\ln e = 1$

من اجل كل عدد حقيقي $a > 0$ و $b > 0$:

- $\ln ab = \ln a + \ln b$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

حالة خاصة :

من اجل كل a من $]0;+\infty[$ ،

- $\ln \frac{1}{a} = -\ln a$

من اجل كل $a \in]0;+\infty[$ و من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

- $\ln(a^x) = x\ln a$; $a^x = e^{x\ln a}$

من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ و من اجل كل $y \in]0;+\infty[$ ،

- $x = \ln y$ يكافئ $y = e^x$

من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$ و $a > 0$:

- $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$

◄النهايات الشهيرة للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \ln x = -\infty$

التزايد المقارن

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} x\ln x = 0$
- $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} x^n \ln x = 0$

◄مشتقة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$. **مثال :** $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

اذن

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$$

◄حل معادلات و متراجحات

- من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a = \ln b$. $a = b$

- **تغيير المتغير :** الاكثر الاستعمالا بوضع

$X = \ln x$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن لوغاريتم الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية،...)

- من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a \geq \ln b$ $a \geq b$

(الدالة اللوغاريتمية متزايدة تماما على $]0;+\infty[$)

...

القسم II

تمارين تدريبية

1

بسط العبارات التالية :

- $\ln 6 - \ln 2$
- $e^{2\ln 5}$
- $\ln(e^2)$
- $e^{-\ln 3}$
- $\ln(\frac{1}{e^x})$
- $\ln\sqrt{e}$
- $e^{\ln 4}$
- $\ln(e^{-x})$

2

احسب النهايات التالية:

- $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+2)}{x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3+3x-\ln(1+2x)$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}2\ln x-\ln(x+1)$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+1)}{x}$
- $\lim\limits_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}$
- $\lim\limits_{x\to0^+}(x+2)\ln x$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}[(\ln x)^2-\ln x+3]$
- $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{1}{2x-1}+\ln(2x-1)$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^n}{x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(e^{2x}-e^x+1)$

3

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln(1+x^2)$
2) $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
3) $f(x)=\ln(\ln x)$
4) $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln x}$
5) $f(x)=e^{-x}\ln x$
6) $f(x)=e^{x\ln x}$
7) $f(x)=\ln(1+e^x)$
8) $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$

4

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:
   - $\ln x-1=0$
   - $\ln|x^2-1|=0$
   - $\ln x(\ln x-1)=0$
   - $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+3\ln x=0$
   - $\frac{2-\ln x}{1+\ln x}=0$
   - $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$
   - $(\ln x)^2-\ln x-6=0$
   - $\ln|e^{2x}-1|=x$
2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:
   - $\ln x\geq 1$
   - $\ln x+\ln(x+1)\leq\ln(x^2-2x+2)$
   - $\ln(x+1)\leq 0$
   - $(\ln x)^2-\ln x\geq 0$
   - $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)\leq 1$
   - $(\ln x+1)(\ln x-1)>0$
   - $\ln(x^2-2x)\leq\ln(4x-5)$
   - $\frac{2-\ln x}{1+\ln x}<0$
   - $\ln|x^2-1|\leq 0$
   - $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+3\ln x>0$

5

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=x^2+2-2\ln(x)$$

1) ادرس تغيرات الدالة g و احسب $g(1)$.
2) استنتج انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$، $g(x)>0$

II) f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=x+\frac{2\ln x}{x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$.
   ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) ذاالمعادلة $y=x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$
   ج) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D).
2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
   ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3) ا) بين انه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_f) ، موازيا للمستقيم (D).
   ب) اكتب معادلة (Δ) .
   ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$
   د) انشئ المستقيمين (Δ) و (D) و المنحنى (C_f).
   هـ) ناقش بيانيا، حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx-2\ln(x)=0$.

6

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا على المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1.5<\alpha<2$
   ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.
   ب) عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ) و (C_f)

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

III) h هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=\frac{|\ln x|}{x^2+1}$$

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h اعتمادا على (C_f) ، ثم ارسم (C_h).

7

f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ، نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$.)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$$

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف E يطلب تعيين احداثيها.

ب) اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) الذي يشمل المبدأ O.

3) ارسم (Δ) ، (D) و (C).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m ، عدد حلول المعادلة $m^x=x$

8

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-x^2-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x اشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D).

بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1-\frac{1}{e}$ يمس المنحنى في نقطة A يطلب تعيين احداثيتها.

4) ارسم (Δ) ، (D) و C_f.

9

نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{1}{2}x+\ln(1+e^{-x})$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ ، على الشكل:

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln(1+e^{x})$$

2) برهن ان الدالة f زوجية.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما.

6) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=\ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)$$

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=f(\ln x)$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة g

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

10

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=2x-1-\ln x$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

3) تحقق ان $g(1)=1$ و بين ان المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا اخرا α حيث $0.1<\alpha<0.3$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(0)=0 \text{ و } f(x)=x^2-x\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

$$f'(x)=g(x)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

د) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ا) اثبت ان $f(x)=x[g(x)-x+1]$ ، ثم احسب $f(\alpha)$.

ب) اعط حصرا لـ $f(\alpha)$

4) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') ميلاهما يساوي 1 ، يطلب كتابة معادلة كل منهما.

5) ارسم (T) ، (T') و المنحنى (C_f).

11

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة:

$$f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) : $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما.

3) احسب $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-0.71;-0.70[$

5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ و يمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب حساب احداثيات كل منهما، اكتب معادلة المماس (T)

6) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

7) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

8) h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث:

$$h(x)=1+\frac{\ln x^2}{|x|}$$

ا) بين ان h دالة زوجية.

ب) دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك.

12

الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الترتيب 0.

4) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثياها.

5) بين ان المنحنى (C) يقطع المستقيم (d) ذا المعادلة $y=\dfrac{1}{2}$ في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $0.4<\alpha<0.5$ و $5.3<\beta<5.4$

6) ارسم كلا من (T) و (C).

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln x^2}{2x}$

وليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

1) بين ان الدالة g فردية.

2) بين ان $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

3) دون دراسة الدالة g شكل جدول تغيراتها.

4) اعتمادا على المنحنى (C) ، اشرح كيفية رسم المنحنى (γ) ، ثم ارسمه.

13

f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ا) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$$

1) بين انه، من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$

2) ادرس اشارة $g'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$0.5<\alpha<0.6$$

4) حدد اشارة $g(x)$

II 1) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$ ، يمكن وضع $t=\frac{1}{x^2}$

ب) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل

$$f(x)=x\ln(x^2+1)-2x\ln x$$

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0

4) انشئ جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم (C) . نأخذ $f(\alpha)\approx 0.8$

14

I) g هي الدالة المعرفة على $]-1;3]$ كمايلي :

$$g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم x اشارة $g(x)$

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x)=[g(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h.

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي :

$$u(x)=\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) بين ان: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;3]$ فان :

$$x-\ln(x+1)\geq 0$$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

15

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$g(x)=\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل :

$$f(x)=e^x\ln(2+e^{-x})$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{e^x}$)

2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)=-xe^x+e^x\ln(1+e^x)$$

- استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

- استنتج مجموعة صور $\mathbb{R}$ بواسطة الدالة f

4) بين ان المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α.

5) ارسم (C_f) منحنى الدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الجقيقي m عدد حلول المعادلة : $e^x\ln(1+e^{-x})-m=0$

16

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln x}{1-\ln x} & x\in]0;e[\cup]e;+\infty[\\ f(0)=-1 \end{cases}$$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين ان $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-1$ (يمكن وضع $t=\ln x$) ثم ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f'(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)^2} : x\in]0;e[\cup]e;+\infty[$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين انه من اجل $x\in]0;e[\cup]e;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{1+\ln x}{x^2(1-\ln x)^3}$ ثم استنتج ان المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6) احسب $f(4)$ ارسم (T) و (C_f)

7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-e;e\}$ بـ :

$$g(x)=f(|x|)$$

ا) بين ان الدالة g زوجية.

ب) اشرح كيفية الحصول على (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g)

17

f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x} & x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $1cm$)

1) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 0

2) ا) ادرس اتجاه تغيرا الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(1+x)-\left(x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}\right)$

ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج انه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $\ln(1+x)\le x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$

ج) بطريقة مماثلة بين انه اذا كان $x\ge 0$ فان :

$$\ln(1+x)\ge x-\frac{x^2}{2}$$

د) تحقق انه اذا كان $x>0$ فان :

$$-\frac{1}{2}\le\frac{\ln(1+x)-x}{x^2}\le-\frac{1}{2}+\frac{x}{3}$$

هـ) استنتج ان f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 و ان :

$$f'(x)=-\frac{1}{2}$$

3) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$h(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(1+x)$$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارتها على المجال $[0;+\infty[$

ب) بين انه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ لدينا :

$$f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$$

، واستنتج اتجاه تغير الدالة f.

ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها.
(نقبل ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

4) ارسم المنحنى (C).

18

لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1+\log_{\frac{1}{2}}(x)}{x}$.
وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا. (نقبل ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

4) ارسم (C).

...

القسم III

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

1 | شعبة علوم تجريبية

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

Albert Einstein

19 | علوم تجريبية - 2023 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=((\ln x)^2-3)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) (ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$

(ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0;e^{-1}]$ و $[e;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $[e^{-1};e]$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) (ا) عين معادلة المماس (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(ب) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

(ج) ارسم (T) و (C_f) على المجال $]0;e^2]$

4) F الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=x((\ln x)^3-3(\ln x)^2+3\ln x-3)$$

(ا) تحقق ان F دالة اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيز الستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=e$

5) h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=((\ln x)^2-3)|\ln x|$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه على المجال $]0;e^2]$

20 | علوم تجريبية - 2022 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x^2}+\ln x$$

1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

2) (ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$1.2<\alpha<1.3$$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-\ln x\right)e^{-x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى امعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) (ا) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

(ب) فسر النتيجتين السابقتين بيانيا

2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) انشئ المنحنى (C_f). (ناخذ: $f(0.65)\approx 0$ و $f(\alpha)\approx -0.4$)

4) F الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=e^{-x}(2+\ln x)$$

(ا) تحقق ان الدالة F دالة اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) نضع $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق :

$$0<\lambda<\frac{1}{2}$$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

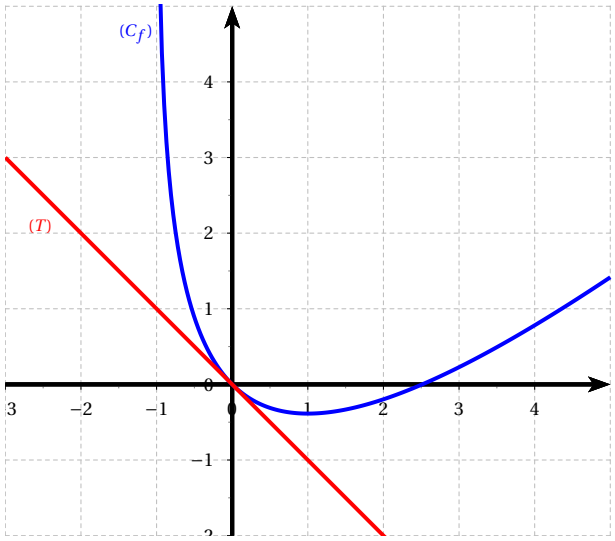
21 | علوم تجريبية - 2022 - الموضوع الثاني (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=ax-2\ln(x+1)$$

حيث a عدد حقيقي. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كماهو مبين في الشكل المقابل



1) بقراءة بيانية، عين $f'(0)$ و اعط معادلة للماس (T)

2) بين ان $a=1$

3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x)+x-m=0$

4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$g(x)=|x+1|-1-2\ln|x+1|$$

و (c_g) تمثيلها البياني.

(ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 ،

$$g(-2-x)=g(x)$$

ثم فسر النتيجة بيانيا

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ،

$$g(x)=f(x)$$

(ج) انشئ (C_g) في المعلم السابق

22 | علوم تجريبية - 2021 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=2x^3-2x^2+3x-2$$

1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق :

$$0.7<\alpha<0.8$$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=2x-1+\ln\left(1+\frac{1-x}{x^2}\right)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x(x^2-x+1)}$$

ب) استنتج ان f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0[$ و $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)

4) بين ان (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة 2 ثم اكتب معادلة له

5) بين ان (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق : $-0.5<\beta<-0.4$

6) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C). (ناخذ : $f(\alpha)\approx 0.87$)

23 | علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$$

(C_f) التمثيل البياني لـ f في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

2) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x^3-1+2\ln x$$

ا) بين ان g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

3) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين ان التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.

5) انشئ (T) ، (Δ) و (C_f)

6) الدالة العددية h معرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ :

$$h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$$

ا) بين ان h دالة زوجية

ب) اشرح كيف يتم انشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f). (لا يطلب انشاء (C_h))

24 | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3) نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f)

5) H الدالة المعرفة على المجال $[3;+\infty[$ بـ :

$$H(x)=\int_3^x \ln(t)\,dt$$

حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة x

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين :

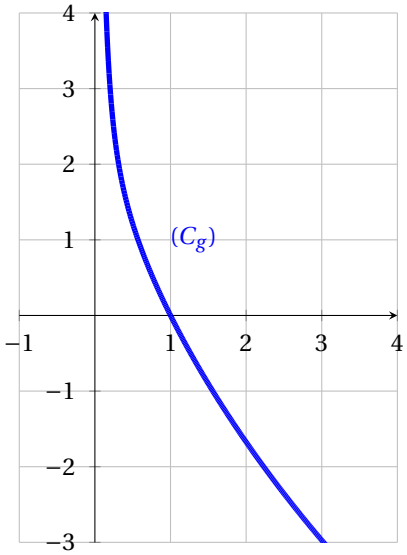
$$x=3 \text{ و } x=4$$

6) g الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ : $g(x)=f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها.

25 علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل :



- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا اشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ وبين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين ان $y=\left(\frac{e^2}{e-1}x-\frac{e}{e-1}\right)$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x)=e^2x-me$ حلين متمايزين

III) n عدد طبيعي حيث $n>1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معالتيهما $x=1$ و $x=n$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n>1$:

$$I_n=\ln(1+n\ln n)$$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

26 علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ا) بين ان: من اجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ،

$$f'(x)=\frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$.

4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها، ثم انشئ (C_f).

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي:

$$g(x)=2\left[-x+\ln(2x+1)\right]$$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $1.2<\alpha<1.3$

ج) استنتج اشارة $g(x)$.

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 :

$$I_n=\int_n^{n+1}f(x)dx$$

- اثبت ان : من اجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}I_n$

27 علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{2}{3}x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين ان الدالة f فردية ثم فسر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) ا) بين انه من اجل كل x من D ، $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$1.8<\alpha<1.9$$

5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=\frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

6) انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$$

28 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$$

(حيث العدد e هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث:

$$-0.34<\alpha<-0.33$$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{e}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) بين ان $\lim\limits_{x\to-1\atop x>-1} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) ارسم المنحنى (C_f) (نقبل ان: $f(\alpha)\approx 3.16$)

2) ا) بين ان الدالة: $x\mapsto\frac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

3) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1;1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة k زوجية.

ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيرات الدالة k).

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$

29 | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (5.06 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=x^2+1-\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to0\atop x>0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

4) ا) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C)

6) ا) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$

7) ا) جد دالة اصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

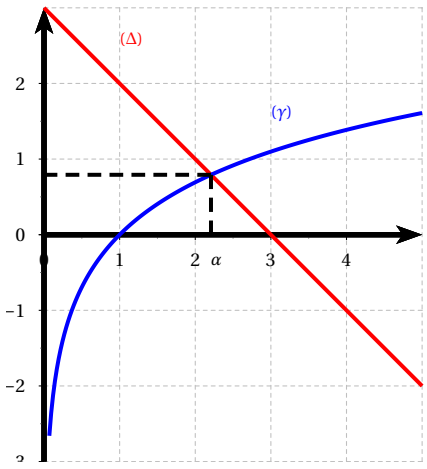
ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معالتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.

ج) عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n>n_0$ فان:

$$I_n>2$$

30 علوم تجريبية - 2015 - الموضوع الاول (5.06 نقطة)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x+3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة الى (Δ) على $]0;+\infty[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x-3+\ln x$$

استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

3) تحقق ان: $2.2 < \alpha < 2.3$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = (1-\frac{1}{x})(\ln x - 2)$$

و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) اثبت انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين انه: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ (C_f) على المجال $]0;e^2]$

III) F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(1) = -3$

1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بين ان $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة F

31 علوم تجريبية - 2014 - الموضوع الاول (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0.4} < \alpha < e^{-0.3}$

3) انشئ (T) و (C_f)

4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كمايلي: $h(x) = 1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم،

$$h(x) - h(-x) = 0$$

ماذا تستنتج؟

ب) انشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f).

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

32 علوم تجريبية - 2013 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x^2+2x+4-2\ln(x+1)$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج انه من اجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x) > 0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق ان $0 < \alpha < 0.5$

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) نقبل ان المستقيم (T) ذا المعادلة : $y = x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

ا) احسب x_0.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f).

ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

33 علوم تجريبية - 2012 - الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي:

$$f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ،

$$f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث

$$-3.5<\alpha<-3.4 \quad \text{و} \quad -1.1<\beta<-1$$

5) انشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

6) ا) نعتبر النقطتين

$$A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right) \text{ و } B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$$

ب) بين ان: $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

ج) بين ان المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين احداثيتها.

7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ كمايلي:

$$g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$$

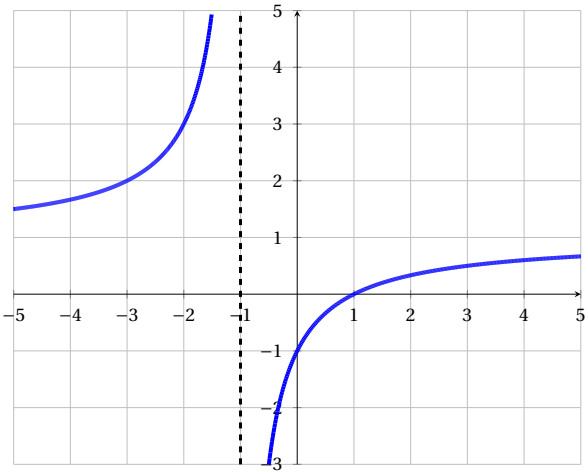
بين ان g دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

34 علوم تجريبية - 2011 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$g(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:



ا) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$

ج) عين بيانيا قيم x التي يكون من اجلها $0<g(x)<1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ،

$$g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$$

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) باستعمال الجزء ا) السؤال جـ، عين اشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) α عدد حقيقي.

بين ان الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\frac{2}{x+1}$ ثم عين دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

35 علوم تجريبية - 2010 - الموضوع الأول (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ:

$$f(x)=1+\ln(2x-1)$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} h(x)$

2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$

4) ا) اثبت انه من اجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f)

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ:

$$g(x)=f(x)-x$$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} g(x)$ ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) احسب $g(1)$ ثم بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

- تحقق ان $2<\alpha<3$

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right[$ في المعلم السابق.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (d)

5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فان: $f(x)$ ينتمي الى المجال $]1;\alpha[$

III) نسمي (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايأتي:

$$u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$$

ا) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون:

$$u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$$

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

36 علوم تجريبية - 2009 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الاول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$$h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها.

3) احسب $h(0)$ و استنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني :

لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن ان $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$

ج) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

2) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

4) ارسم (C_f)

5) احسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها:

$$x=1 \text{ و } x=0 \text{ ، } y=x-1$$

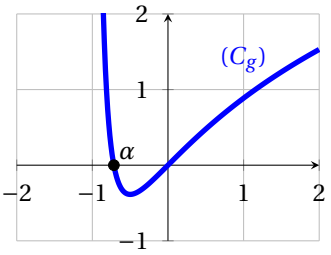
...

2 | شعبة تقني رياضي

37 | تقني رياضي - 2023 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

(c_g) تمثيلها البياني، يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما α و 0 (لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$

2) تحقق ان : $-0.72<\alpha<-0.71$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=(2x+3)\ln(x+1)-3x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x من المجال $]-1;+\infty[$ ،

$$f(x)=x\left[\left(2+\frac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$$

ثم استنتج ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ و متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0;+\infty[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) ارسم (C_f) في المجال $]-1;4]$ (ناخذ : $f(3)\approx 3.5$ ، $f(4)\approx 5.7$ و $f(\alpha)\approx 0.2$)

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول بالضبط

4) F الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x)=(x^2+3x+2)\ln(x+1)-2x^2-2x$

ا) تحقق ان F اصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

ب) استنتج بالسنتمتر المربع A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\alpha$ و $x=0$

ج) تحقق ان $A=(6\alpha^2+4\alpha)cm^2$

38 | تقني رياضي - 2022 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=1+(x-1)\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى العلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1) ا) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة كل من $\ln x$ و $\dfrac{x-1}{x}$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة $\dfrac{x-1}{x}+\ln x$

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) h الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=x-2+\ln x$$

ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب) برهن ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5<\alpha<1.6$ ثم بين ان $\ln(\alpha)=2-\alpha$

ج) بين ان : $y=\dfrac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}x$ معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α

4) انشئ (T) و (C_f) على $]0;4]$ (ناخذ $\dfrac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}\approx 0.8$)

5) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f(x)-x=(x-1)(-1+\ln x)$$

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة $f(x)-x$

6) K الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$K(x)=-\frac{3}{4}x^2+2x+\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)$$

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما

$$K'(x)=f(x)-x$$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=x$ ، $x=1$ و $x=e$

7) g الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x-1)\ln(x+2)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ،

$$g(x)=f(x+2)-1$$

- استنتج ان (C_g) صورة (C_f) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.
(لا يطلب انشاء (C_g))

39 | تقني رياضي - 2021 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=2\ln x-1-\frac{1}{x^2}$$

1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$1.89<\alpha<1.90$$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x اشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=-x-2+\frac{3+2\ln x}{x}$$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{1}{x^2}g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]$ ثم استنتج ان (C) يقبل مستقيم مقاربا (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى (Δ)

4) بين ان (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

5) ارسم (T) ، (Δ) و (C)
(ناخذ: $\frac{1}{\alpha}\approx 0.53$ و $f(\frac{1}{\alpha})\approx 0.73$)

6) الدالة h معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=|x|+2-\frac{3+\ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

ا) بين ان الدالة h زوجية.

ب) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$h(x)=-f(x)$$

ج) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

40 | تقني رياضي - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=-1+x+2\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{-2+(x-2)\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β ، ثم تحقق ان: $0.5<\alpha<0.6$ و $2.9<\beta<3$

4) ارسم (Γ) ثم (C_f).

41 | تقني رياضي - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$$

احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{e\ln x}{x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقق ان : $0.7<\alpha<0.8$

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x+1)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ)

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين.

6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$

ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$:

$$\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :
$x=e-1$ $x=e^2-1$
- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان :

$$(e^2-e)\ln 2<S<e^3$$

42 تقني رياضي - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ :

$$g(x)=2-x+\ln x$$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0;1[$

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :
$0.15<\alpha<0.16$

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{1-2x+\ln x}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{1-2x}{x-1}+\dfrac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$$

ب) بين ان f متزايدة تماما على $\left]1;\dfrac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y=-2$

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)\approx -1.8$)

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حلين متمايزين.)

43 تقني رياضي - 2017 - الدورة الأستثنائية، دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=-\frac{1}{2}+\frac{2-\ln x}{x^2}$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$1.71<\alpha<1.72$$

ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+2+\frac{-1+\ln x}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) نقبل ان $f(\alpha)\approx 0.87$ و $f(\beta)=f(\gamma)=0$ حيث

$$0.76<\beta<0.78 \text{ و } 4.19<\gamma<4.22$$

- انشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1<\lambda\leq e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ و $x=\lambda$

ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$

44 تقني رياضي - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث

$D_f=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=-2x+3+2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to 1^{<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2^{>}} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين انه من اجل x من D_f ، $f'(x)=-2-\frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) تحقق ان : من اجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x)\in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$

ب) استنتج ان (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثييه.

4) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.45;0.46[$ ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصر له.

5) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

6) ارسم (Δ) و (C_f)

7) بين ان الدالة : $h:x\mapsto(x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ اصلية للدالة $x\mapsto\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$$y=-2x+3 \text{ ، } x=\beta \text{ و } x=3$$

45 تقني رياضي - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^{>}} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$0.4<\alpha<0.5$$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب) بين ان : $f(\alpha)=-\alpha+4-\frac{4}{\alpha+1}$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

(تدور النتائج الى 10^{-2})

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$h(x)=f(x)-[f'(a)(x-a)+f(a)]$$

ا) تحقق انه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$:

$$h'(x)=f'(x)-f'(a)$$

ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عين اشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغير h على $]-1;+\infty[$

ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (T_a)

4) ا) بين انه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما

ب) ارسم المماسين و المنحنى (C)

5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$H(x)=\frac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$$

ا) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة

$x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$

46 | تقني رياضي - 2016 - الموضوع الثاني (5.06 نقطة)

ا) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x-x\ln x$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$3.5<\alpha<3.6$$

3) استنتج اشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$

1) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما

$$x=0 \text{ و } y=0$$

2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$$

ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا

3) بين ان : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$

ا) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

ب) ارسم (C_f)

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي :

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)...(E)$$

ا) تحقق ان المعادلة (E) يؤول حلها الى حل المعادلة :

$$f(x)=\frac{1}{2}x-m$$

ب) عين بيانيا قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي

ا) بين ان الدالة h زوجية

ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

47 تقني رياضي - 2015 - الموضوع الثاني (5.07 نقطة)

ا) h الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي :

$$h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج انه من اجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي :

$$f(x)=x+1+\frac{2}{x+2}\ln(x+2)$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثيها

ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

ج) احسب بالستنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$$x=1 \text{ و } x=-1 \text{ ، } y=0$$

III) g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=|x+1|+\frac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$$

ا) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى g ؟

ب) اعط تفسيرا لهذه النتيجة.

ج) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

48 تقني رياضي - 2014 - الموضوع الأول (06 نقاط)

المتسوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

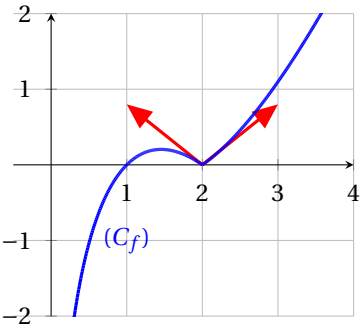
I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $g(x)=x\ln x+x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثم تحقق ان $1.45<\alpha<1.46$

ب) استنتج اشارة $g(x)-2$

II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو الدالة f المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $f(x)=|x-2|\ln x$



ا) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

ب) اثبت ان صحة تخمينك

ج) ادرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كمايلي :

$$h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$$

ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ; حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

49 تقني رياضي - 2013 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة:

$$g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$

2) بين المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.31<\alpha<0.32$ وان : $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II) الدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$$f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$$

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) اثبت انه، من اجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2(1+(\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) مثل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2]$

III) (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\ln(x+1)$.

A النقطة ذات الاحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x

1) اثبت ان المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$

2) الدالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$$k(x)=\sqrt{f(x)}$$

ا) بين ان للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$

ب) عين احداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن

ج) بين ان : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$

50 تقني رياضي - 2012 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=x^2+a+b\ln(x)$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

II) **1)** عين a و b علما ان التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

2) نضع $a=-2$ و $b=2$

ا) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

III) f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) **ا)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق ان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ج) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2) **ا)** بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

ب) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.

ج) ناخذ $\alpha=1.25$. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0.6<x_1<0.7$ و $2.7<x_2<2.8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

3) نقاش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$

51 تقني رياضي - 2011 - الموضوع الأول (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{a+b\ln 2x}{4x^2}$$

حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين a و b بحيث المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=\frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$$

و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$

د) انشئ (C_g)

3) **ا)** h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=\frac{1+\ln(2x)}{2x}$$

احسب $h'(x)$

ب) تحقق ان : $g(x)=\dfrac{1}{4x^2}+\dfrac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

52 تقني رياضي - 2009 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

1) g دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=2x+\ln x$

ا) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x الى $+\infty$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g

ج) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فان

$$g(x)\neq 0$$

2) لتكن f دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$

ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من اجل $x\in[1;+\infty[$

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f

د) شكل جدول تغيرات f ، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) برمز الى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) شكل جدول تغيرات الدالة h

ب) جد معادلة للماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1

ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق

...

3 | شعبة رياضيات

Failure is not the opposite of success - it's part of success

Arianna Huffington

53 رياضيات - 2023 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x-3)\ln x+x$

1) ا) احسب من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)$ و $g''(x)$

ب) بين ان الدالة g' متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2) ا) بين ان المعادلة $g'(x)=0$ تقل حلا وحيدا α حيث

$$1.3<\alpha<1.4$$

ب) علما ان $g(\alpha)\approx 0.85$ ، استنتج انه : من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=(x-\frac{3}{2}\ln x)\ln x$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ،

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x}$$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4) ا) ارسم (T) ، (T') و (C_f) (ناخذ : $f(6)\approx 5.9$)

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ ثلاثة حلول بالضبط

5) F الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=\left(\frac{1}{2}x^2+3x\right)\ln x-\frac{3}{2}x(\ln x)^2-\frac{1}{4}x^2-3x$$

ا) تحقق ان F اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) استنتج بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها

$$x=e \text{ و } x=1 \text{ ، } y=0$$

54 رياضيات - 2022 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) h الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=x+\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة h

2) ا) بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$0.5<\alpha<0.6$$

ب) استنتج اشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x-x\ln x+(\ln x)^2$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f'(x)=\frac{(2-x)h(x)}{x}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

4) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=x^2+x-2+2\ln x$$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g و احسب $g(1)$

ب) بين ان (C) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثيها

ج) اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة A

5) انشئ (T) و (C) في المجال $]0;5]$

6) k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=f(e^{-x})$

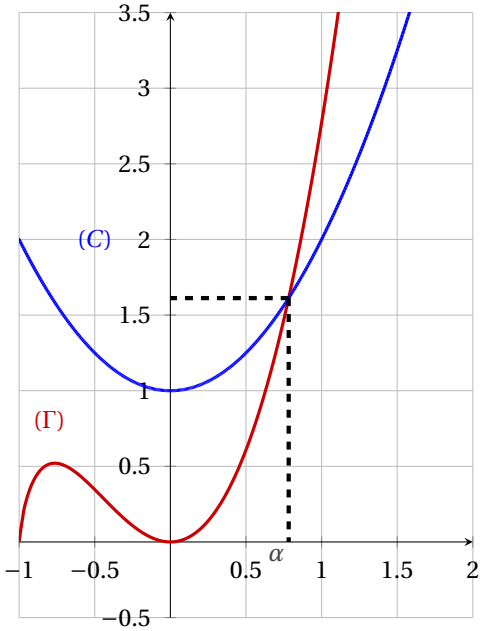
ا) دون حساب عبارة $k(x)$ ، ادرس اتجاه تعير الدالة k ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}k(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة k

55 رياضيات - 2021 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس.

في الشكل المقابل (C) و (Γ) هما على الترتيب التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين المعرفتين على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $x\mapsto 1+x^2$ و $x\mapsto 2x(1+x)\ln(x+1)$



(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق :

$$0.78<\alpha<0.79$$

الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1+x^2-2x(1+x)\ln(x+1)$$

1) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ وضعية (C) بالنسبة الى (Γ)

2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ اشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x>-1}}f(x)$ و بين ان : $=0$

ب) فسر النهايتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين ان : $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

د) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدا O

3) ارسم (T) و (C_f) (ناخذ : $f(\alpha\approx 0.36)$)

4) الدالة العددية h معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\frac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) بين ان الدالة h زوجية

2) بين ان الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثم فسر ذلك بيانيا.

3) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

56 رياضيات - 2020 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\ln(\sqrt{9x^2+1}+3x)$$

ليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x)=\frac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=f(x)-x$$

ا) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$:

$$g'(x)=\frac{-9x^2+8}{(\sqrt{9x^2+1})(3+\sqrt{9x^2+1})}$$

ج) ادس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها. (ناخذ $g(\frac{2\sqrt{2}}{3}) \approx 0.8$)

3) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty\right[$ ثم تحقق ان : $2.83 < \alpha < 2.84$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على $[0;+\infty[$

ج) حدد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ و المنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$

4) نعتبر الدالة k المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $k(x)=\ln(6x)$ و ليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان (γ) هو صورة منحنى الدالة : $x\ln x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-k(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

5) بين ان الدالة f فردية

6) انشئ كلا من (Δ) ، (γ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج انشاء المنحنى (C_f) على $\mathbb{R}$

57 رياضيات - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x; & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3cm$

1) برهن ان :

- اذا كان : $x>1$ فان : $1-x-2x\ln x<0$
- اذا كان : $0<x<1$ فان : $1-x-2x\ln x>0$

2) ا) اثبت ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ: (Δ) و (C_f)

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) ا) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ)

ب) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $[1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق ان : $1.76<\alpha<1.77$

ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha;0)$.

- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$

5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$

6) λ عدد حقيقي حيث : $0<\lambda<1$ ، نعتبر:

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1} -x^2\ln x\,dx$$

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

ب) احسب $\lim\limits_{\lambda\overset{>}{\to}0} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

58 رياضيات - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x}; & x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري).

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) بين ان f مستمرة عند 0 بقيم اكبر.

ب) احسب $\lim\limits_{h\overset{>}{\to}0} \frac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1.49<\alpha<1.5$

ثم بين ان معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y=\left(\alpha+3+\frac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$

5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $h(x)=1-x+x\ln x$

ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $[1;+\infty[$

ب) بين انه من اجل كل $x>1$: $f(x)-x+\frac{1}{x\ln x}=\frac{h(x)}{x\ln x}$

ج) واستنتج انه من اجل $x>1$: $x-\frac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$

7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما :
$x=\alpha$ و $x=e$. (e هو اساس اللوغاريتم النيبيري)
- بين ان $\frac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<A<\frac{1}{e}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$

59 رياضيات - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=x+2-\ln x$$

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(-x+e-\frac{\ln(x^2)}{x}\right)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم،

$$f'(x)=\frac{-g(x^2)}{2x^2}$$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) ا) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) ا) اثبت انه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما.

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :

$$2<\alpha<2.1 \text{ و } -0.5<\beta<-0.4$$

5) ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e-2m)=\ln(x^2)$ حلا وحيدا.

7) نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=1$ و $x+2y=e$.
تحقق ان : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2cm^2$

60 رياضيات - 2017 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.76;1.77[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x}; & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) اثبت ان الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين، ثم احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

2) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ،

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$$

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$

ا) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x)>0$ ، و استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

ب) ارسم (C_f). (ناخذ $f(\alpha)\approx 2.31$)

5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$F(x)=\int_1^x f(t)dt$$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ ،

$$\frac{1}{x}+1\leq f(x)\leq f(\alpha)$$

- اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

61 رياضيات - 2016 - الموضوع الأول (5.06 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1+x^2+2\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0.52;0.53[$ حلا وحيدا α

3) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) تحقق ان : $f(\alpha)=2\left(\frac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم عين حصرا له.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث :

$$0.22<x_0<0.23 \text{ و } 2.11<x_1<2.13$$

انشئ (T) ، (Δ) و (C_f).

5) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$

III) من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)+x]\,dx$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$

ب) اعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0

ج) احسب u_n بدلالة n.

د) نضع : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$. احسب S_n بدلالة n

62 رياضيات - 2015 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ : $f(0)=1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$

(C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;+\infty[$

ب) تحقق ان $1.531<\alpha<1.532$

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$.

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس شفعية الدالة g

ب) انشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2;2]$

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة $x\mapsto x^2\ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من اجل القيمة 1

6) t عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$. نضع

$$F(t)=\int_1^{\alpha} f(x)dx$$

ا) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha]$ ،

$$F(t)=\frac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$$

ج) احسب $\lim\limits_{t\overset{>}{\to}0} F(t)$

7) m عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$.

$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m.

نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ، هي : A حيث : $A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)\,ua$ (ua وحدة المساحات)

ا) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\delta(m)=2A$

ب) علما ان $3.140<\pi<3.142$ اعط حصرا للعدد m

63 رياضيات - 2014 - الموضوع الثاني (5.5 نقطة)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1-\ln x$$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) عين الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g)

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$$

أ) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة: $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]\,dx$

64 رياضيات - 2012 - الموضوع الثاني (08 نقاط)

أ) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي:

$$g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق: $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم اشارة $g(x)$

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

5) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي:

$$\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}; & x\neq 0\\ f(0)=0\end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم و المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

2) أ) بين انه من اجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ،

$$f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$$

، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) بين ان: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;3]$ فان:

$$x-\ln(x+1)\geq 0$$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للماس (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

65 رياضيات - 2011 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

1) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=x^2+\ln x^2-1$$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\ln x$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) بين ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و ان:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (δ) ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج؟

- ارسم (δ) و (C_f)

3) أ) x عدد حقيقي من المجال $[1;+\infty[$ ، باستعمال المكاملة بالتجزئة جد $\int_1^x\frac{1}{t^2}\ln t\,dt$

- تحقق ان: $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $[1;+\infty[$

- استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $[1;+\infty[$

ب) α عدد حقيقي اكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$

66 رياضيات - 2010 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=x-1-2\ln x$$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2) ا) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

ب) ادرس تغيرات الدالة g

ج) احسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفتين احدهما α حيث : $3.5 < \alpha < 3.6$

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

3) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ج) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة f.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين ان: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

4) ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$

...

القسم IV

مواضيع بكالوريات أجنبية

67 بكالوريا المغرب - 2019 -

الجزء الاول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$$

، استنتج ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

3) ا) بين ان من اجل كل x من $]0;1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$ وان من اجل كل x من $[1;+\infty[$: $(x-1)+\ln x\ge 0$

ب) بين ان لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{x-1+\ln x}{x}$

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) ا) بين ان من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$

ب) استنتج ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب ايجاد احداثييها.

5) ا) بين ان من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ،

$$f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$$

و استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)

ب) انشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم السابق.

6) (ا) بين ان الدالة $H: x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $h: x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

(ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان :

$$\int_1^e (\ln x-1)^2\,dx=e-2$$

(ج) احسب ب cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$

الجزء الثاني :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) (ا) برهن بالتراجع ان من اجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\le u_n\le e$

(ب) بين ان المتتالية u_n متزايدة

(ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

2) احسب نهاية المتتالية (u_n)

68 بكالوريا المغرب - 2015 -

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث :

$$f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$

وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$

I) 1) بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $]0;e[\cup]e;+\infty[$

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to e^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to e^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده

ج) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

(لاحظ : $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)

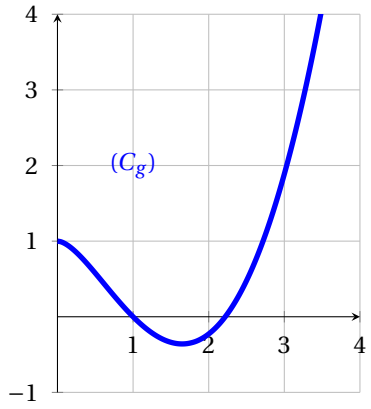
3) ا) بين انه من اجل كل x من D_f :

$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$

ب) بين ان الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f

II) لتكن الدالة g و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)



1) ا) حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$

ب) نعطي جدول القيم التالية:

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$g(x)$	−0.14	−0.02	0.12	0.28

بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث

$$2.2<\alpha<2.3$$

2) ا) تحقق من انه من اجل كل x من D_f :

$$f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

ب) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α

ج) حدد اشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $[1;\alpha]$

بين ان $f(x)-x\leq 0$ من اجل كل x من $[1;\alpha]$

د) انشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

69 بكالوريا المغرب - 2014 -

I) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :
$f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$
وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا.

2) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم ضع جدول تغيراتها.

4) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $(\ln x)^2+2\ln x+\frac{1}{x^2}+1\geq 0$

5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم انشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) لتكن الدالة العددية h و المعرفة على $]-\infty;2[$ كمايلي :

$$h(x)=(1+\ln(2-x))^2+\frac{1}{(2-x)^2}$$

وليكن (C_h) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.
بين انه يمكن استنتاج المنحنى (C_h) من (C_f) ثم انشئه في المعلم السابق.

70 بكالوريا المغرب - 2003 -

الجزء 1

f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=x-2\sqrt{x}+2$$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين.

2) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج اشارة $f(x)$

الجزء 2

g الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=\ln(x-2\sqrt{x}+2)$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-\ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{g(x)-g(0)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ادرس تغيرات الدالة g.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المنحنى (Γ) الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$

5) انشئ المنحنيين (Γ) و (C)

6) اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C') الممثل للدالة k المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بالعبارة
$k(x)=\ln(ex-2e\sqrt{x}+2e)$ ، ثم ارسم المنحنى (C').

71 بكالوريا تونس - 2018 -

في الجزء المرفق الشكل Γ يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب الى معلم م تعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $u(x)=x-1-4\ln x$

Γ يقبل مقاربين احدهما حامل محور التراتيب و الاخر مائل (D) ذو المعادلة $y=x$ بجوار $+\infty$

(Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي حور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4

(Γ) يقطع المحور $(O;\vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب.

1) بقراءة بيانية :

ا) احسب كلا من : $u(1)$ ، $u(\alpha)$ ، $u'(4)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{u(x)}{x}$ ،

ب) عين اشارة كلا من: $u(x)$ و $u'(x)$

2) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$$

وليكن (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) تحقق انه من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ فان : $f(x) = e^{u(x)} - u(x)$

4) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ تحقق انه من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ فان:

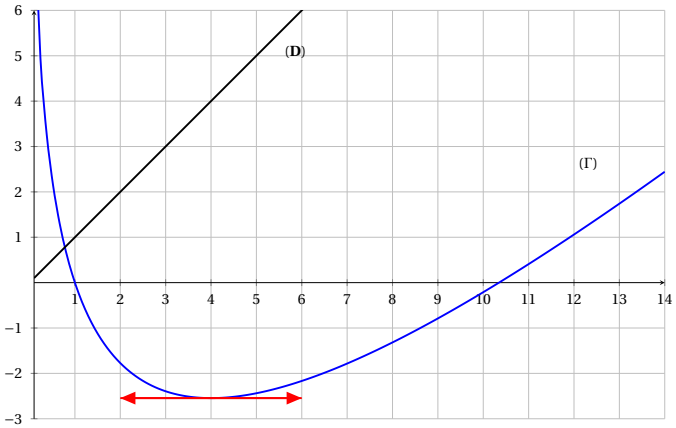
$$f'(x) = u'(x)\left[e^{u(x)-1}\right]$$

5) بين انه يكون : $f'(x) > 0$ اذا وفقط اذا ، $x \in]1;4[\cup]\alpha;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

6) تحقق انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فان : $e^x - 2x > 0$

7) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) ; (Γ)

8) ارسم المنحنى (C) في الجزء المرفق على المجال $]0;15[$



72 بكالوريا فرنسا - 2015 -

1) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = \ln(x) + x - 3$$

ا) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $2 < \alpha < 3$

ج) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

2) الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)[\ln x - 2] + 2$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ليكن (C') التمثيل البياني للدالة $y = \ln x$

ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f(x) - \ln x = \frac{2 - \ln x}{x}$$

ب) استنتج ان (C) و (C') يتقاطعان في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثيها.

4) بين ان الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $H(x) = \frac{1}{2}[\ln x]^2$ هي دالة اصلية للدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{\ln x}{x}$

5) احسب $I = \int_1^{e^2} \frac{2 - \ln x}{x} dx$. فسر النتيجة هندسيا

73 بكالوريا فرنسا - 2014 -

لتكن المعادلة (E_1) :

$$e^x - x^n = 0$$

حيث x عدد حقيقي موجب تماما و n عدد طبيعي غير معدوم.

1) بين ان المعادلة (E_1) تكافئ المعادلة (E_2) :

$$\ln(x) - \frac{x}{n} = 0$$

2) من اجل اي قيمة لـ n تكون المعادلة (E_1) تقبل حلين؟

74 بكالوريا فرنسا - 2010 -

n عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f_n(x) = \ln(1 + x^n)$$

وليكن $I_n = \int_0^1 \ln(1 + x^n)dx$.

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب نهاية الدالة f_1 عند $+\infty$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f_1 على المجال $[0;+\infty[$

ج) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب I_1 ثم فسر النتيجة هندسيا (يمكن استعمال : من اجل كل عدد حقيقي $x \in [0;1[$: $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$)

2) ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$$0 \le I_n \le \ln 2$$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

ج) استنتج ان المتتالية (I_n) متقاربة

3) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=\ln(1+x)-x$$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب) استنتج اشارة الدالة g

ج) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ومن اجل كل عدد حقيقي x : $\ln(1+x^n)\leq x^n$

د) استنتج نهاية المتتالية (I_n)

75 بكالوريا فرنسا - 2010 -

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1;e]$.
اوجد حصرا لـ α سعته 10^{-1}

4) استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{\ln x}{1+x^2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ج) اثبت انه من اجل كل عدد حقيق $x\in[1;+\infty[$ ،

$$0\leq f(x)\leq\frac{\ln x}{x^2}$$

د) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

76 بكالوريا فرنسا - 2008 -

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\sqrt{x}-\ln x$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

2) استنتج اشارة الدالة g

3) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x>1$: $0<\frac{\ln x}{x}<\frac{\sqrt{x}}{x}$

4) استنتج ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم.

نعتبر f_n الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f_n(x)=\frac{\ln x}{x^{\frac{1}{n}}}$$

1) احسب نهاية الدالة f_n عند $+\infty$

77 بكالوريا فرنسا - 2007 -

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(C) و (C') التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\ln x \text{ و } g(x)=(\ln x)^2$$

1) ا) ادرس اشارة $(\ln x)(1-\ln x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (C') على المجال $]0;+\infty[$

2) M نقطة من المنحنى (C) ذات الفاصلة x و N نقطة من (C') ذات نفس الفاصلة x .

ا) الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

ادرس اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0;+\infty[$

ب) استنتج على المجال $[1;e]$ ، ان المسافة MN تكون اكبر ما يمكن عند $x=\sqrt{e}$

ج) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $(\ln x)^2-\ln x=1$

د) استنتج على المجال $]0;1[\cup]e;+\infty[$ انه يوجد عددين حقيقين a و b $(a<b)$ بحيث المسافة MN تساوي 1

3) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_1^e \ln x\,dx$

ب) تحقق ان الدالة G المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $G(x)=x[(\ln x)^2-2\ln x+2]$ هي دالة اصلية للدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$

ج) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين (C) و (C') و المستقيمات $x=1$ و $x=e$

...

القسم V

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

4 | شعبة علوم تجريبية

78 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2023 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

1) g دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=e(x+1)^2-1+\ln(x+1)$$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$

(ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$ ثم تحقق ان $-0.3<\alpha<-0.29$

(ج) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

2) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=ex+1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

3) (ا) احسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $(\Delta): y=ex-1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

6) بين ان : $f(\alpha)=e(2\alpha+1)-\dfrac{\alpha}{\alpha+1}$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

7) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثياتها

8) انشئ المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f)

9) (ا) عين دالة اصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=2$

79 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2022 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=\frac{\ln x}{x}+1$$

1) احسب نهايتي الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي الى المجال $]0.5;0.6[$

4) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+x-1$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر بيانيا النهاية عند 0

2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فان :

$$f'(x)=g(x)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) (ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (T)

4) انشئ (T) ، ثم مثل (C_f). (نضع : $f(\alpha)\approx-0.3$)

5) الدالة h معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$h(x)=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^2-|x|+1$$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

(ا) اثبت ان الدالة h زوجية

ب) اشرح كيفية تمثيل المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم مثله.

6) m وسيط حقيقي، نعتبر المستقيمات (Δ_m) المعرفة بالمعادلة $y = mx - m$:

ا) بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين حداثيها

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx - m$

7) ا) بين ان الدالة $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$

ب) باستعمال التكامل بالتجزئة عبر عن العدد $A(\lambda)$ حيث : $0 < \lambda < 1$ و

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{1} (\ln x)^2 dx$$

ج) احسب بدلالة λ مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى (C_f) ، المماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتهما :

$$x = \lambda \ , \ x = 1$$

80 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي :

$$g(x) = x^2 - \ln(x)^2$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم يكون :

$$g(x) > 0$$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب : $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$ تكون :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3) ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، و $-x \in \mathbb{R}^*$

$$f(x) + f(-x) = 0$$

، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا

ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصرا له.

4) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتهما.

ب) انشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

5) ا) نعتبر الدالة k المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x) = \left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1}\right]$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- بين انه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_k). (الانشاء غير مطلوب)

81 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

الجزء الأول:

g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 + 2\ln x$$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$0.75 < \alpha < 0.76$$

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

2) ا) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) أثبت أن : $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة :

$$\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$$

5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عين قيمة λ يحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

الجزء الثالث:

a عدد حقيقي موجب تماما، f_a دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f_a(x)=1-x+\frac{a}{x}(1+\ln(x))$$

وليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أن جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثيها.

2) نعتبر النقط

$A\left(-2;\frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln a}{a}\right)$ و $C(-2a;2a-2)$ ، ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

ا) عين بدلالة a احداثيي النقطة G_a

ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

82 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=-x+\ln(x+1)$$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج اشارة $g(x)$. ثم بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان

$$0<\ln(x+1)<x$$

II) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ فان :

$$f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$$

ثم شكل جدول تغيرات على المجال $]1;+\infty[$

1) برهن ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (D)

(لاحظ ان $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ ، $x\in]1;+\infty[$)

2) ارسم المستقيم (D) ثم انشئ المنحنى (C)

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان :

$$\int_2^4\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$$

- استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمات

$$x=4\ ،\ x=2\ ،\ y=x$$

III) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}-0;1$ كمايلي :

$$u_n=f(n)-n$$

1) برهن ان المتتالية (u_n) متناقصة

2) احسب قيمة المجموع : $S_n=u_2+u_3+\cdots+u_n$ بدلالة n

3) برهن انه من اجل كل $n\in\mathbb{N}-\{0;1\}$ فان $0<u_n<\frac{2}{n-1}$ ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

83 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(0)=1$ و من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

I) 1) احسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

II) 1) ادرس قابلية الاشتقاق لـ f عند 0

2) اثبت ان f قابلة للاشتقاق على المجال $[0;+\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ ، تحقق ان : $4.6<\alpha<4.7$

4) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، بـ :

$$g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$$

ا) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' ، استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ (C_f) و (D)

الجزء الثاني

1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$ بدلالة n

2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ : cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}A(n)$

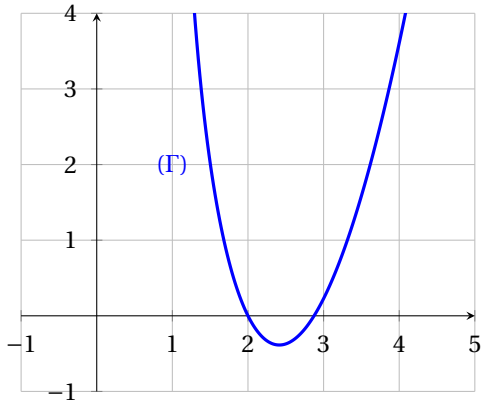
84 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث :

$$g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$$

(حيث : ln اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.



ا) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة :

$$g(x)=0$$

ب) احسب $g(2)$ ، ثم بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.87<\alpha<2.88$

ج) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

2) لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث :

$$f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ا) بين المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) ا) بين انه من اجل كل x من $]1;+\infty[$ لدينا :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f(\alpha\approx3.9)$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=[\ln(x-1)]^2$$

ا) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

...

5 | شعبة رياضيات

85 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2023 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n الدالة f_n المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=x^n\ln(1+x)$

I) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم نسمي h_n الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $h_n(x)=n\ln(1+x)+\dfrac{x}{x+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة h_n

2) احسب $h_n(0)$ ثم استنتج اشارة h_n

3) نفرض ان $n=1$

ا) بعد تبرير قابلية اشتقاق f_1 على $]-1;+\infty[$ اكتب $f_1'(x)$ بدلالة $h_1(x)$

ب) استنتج تغيرات الدالة f_1 على $]-1;+\infty[$

4) ليكن n طبيعي حيث $n\geq 2$

ا) اكتب $f_n'(x)$ بدلالة $h_n(x)$

ب) استنتج تغيرات الدالة f_n على $]-1;+\infty[$ (ميز الحالتين n فردي و n زوجي)

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي :

$$u_n=\int_0^1 f_n(x)dx$$

1) ا) عين الاعداد الحقيقية a ، b و c حيث من اجل كل x من $[0;1]$ فان : $\dfrac{x^2}{x+1}=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$

ب) استنتج قيمة التكامل $\int_0^1\dfrac{x^2}{x+1}dx$

ج) اثبت ان $u_1=\dfrac{1}{4}$

2) اثبت ان المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}^*$

ا) برر تقارب المتتالية (u_n) (لا يطلب حساب نهايتها)

ب) اثبت ان من اجل كل x من $[0;1]$ ان $0\leq\ln(x+1)\leq\ln 2$ ثم بين ان من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ان $0\leq u_n\leq\dfrac{\ln 2}{n+1}$ استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3) نضع

$$S_n(x)=1-x+x^2+\cdots+(-1)^nx^n=(-1)^kx^k$$

حيث x حقيقي ينتمي للمجال $[0;1]$ و n طبيعي حيث $n\geq 2$

ا) اثبت ان من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 2$ و كل جقيقي x من المجال $[0;1]$ ان :

$$S_n(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{(-1)^nx^{n+1}}{1+x}$$

ب) استنتج ان

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{k+1}=\ln 2+(-1)^n\int_0^1\frac{x^{n+1}}{1+x}dx$$

ج) اثبت باستعمال المكاملة بالتجزئة ان :

$$u_n=\frac{\ln 2}{n+1}+\frac{(-1)^n}{n+1}\left[\ln 2-\left(1-\frac{1}{2}+\cdots+\frac{(-1)^k}{k+1}+\cdots+\frac{(-1)^n}{n+1}\right)\right]$$

86 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2022 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) من اجل كل n عدد طبيعي غير معدوم، نعرف على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ الدالتين f_n و g_n حيث :

$$f_n(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

و

$$g_n(x)=n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{2x-1}{2x+1}$$

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $(2cm)$

1) ا) ادرس تغيرات الدالة g_n

ب) احسب $g_n\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج اشارة g_n على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) ا) بين انه من اجل كل $x>\frac{1}{2}$:

$$f_n'(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\times g_n(x)$$

ب) بفرض n فردي، ادرس تغيرات وشكل جدول تغيراتها.

ج) بفرض n زوجي، ادرس تغيرات وشكل جدول تغيراتها

3) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2)

ب) ارسم المنحنيين (C_1) و (C_2) في نفس المعلم

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(x-\frac{1}{2}\right)^n \ln\left(x+\frac{1}{2}\right) dx$$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$0 \le v_n \le \frac{\ln 2}{n+1}$$

ثم استنتج نهاية المتتالية (v_n)

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$v_n = \frac{\ln 2}{n+1} - \frac{2^{-n}}{n+1}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{(2x-1)^{n+1}}{2x+1} dx$$

3) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و باعتبار $\frac{1}{2} \le x \le \frac{3}{2}$ نعتبر المجموع:

$$S_n(x) = 1 - \left(x-\frac{1}{2}\right) + \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + (-1)^n \left(x-\frac{1}{2}\right)^n$$

ا) بين ان : $S_n(x) = \frac{2}{2x+1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \frac{(2x-1)^{n+1}}{2x+1}$

ب) استنتج ان

$$v_n = \frac{\ln 2}{n+1} - \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}\left[\ln 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right] dx$$

87 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2021 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي :

$$g(x) = x^2 - \ln(x^2)$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون : $g(x) > 0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) احسب : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ تكون :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3) ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $-x \in \mathbb{R}^*$ و

$$f(x) + f(-x) = 0$$

، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصرا له.

4) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما

ب) انشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$$h(x) = \left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1}\right]$$

وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- بين انه تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_h). (الانشاء غير مطلوب)

6) ا) بين ان الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}*$ بـ :

$$F(x) = \left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}(\ln x^2)^2 + 2\ln|x|\right]$$

هي دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}^*$

ب) عين دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم من اجل $x = 1$

ج) نعتبر λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$. احسب التكامل : $I = \int_1^{\lambda} f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

88 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات g

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]-1;+\infty[$

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$

2) بين ان من اجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

- شكل جدول تغيرات f

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ماذا تستنتج بيانيا؟

5) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x+1)+\ln(x+1)=0$

89 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$$

- برهن ان المستقيم (D) : $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (D)

4) اثبت ان المستقيم (T) : $y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (T)

5) ارسم (T) و (D) ثم المنحنى (C)

6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.

ا) بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$

7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$

ا) برهن ان الدالة h زوجية

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0=0$

ج) اشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم ارسم (Γ)

90 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ بـ:

$$f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

2) اثبت ان (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم اكتب معادلته

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$

4) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$-1.3<\alpha<-1.2$$

5) ارسم (T) و (D) ثم انشئ المنحنى (C) (علما ان (C) لا يقبل نقطة انعطاف)

6) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h:x\mapsto\ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x=0$

ب) λ عدد حقيقي حيث $-\dfrac{1}{2}<\lambda\leq\dfrac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\dfrac{3}{2}$ ، $x=\lambda$ و $y=0$. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} S(\lambda)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=-3x+m$

8) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ:

$$g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-2\ln|2x+1|$$

برهن ان المستقيم (K) الذي معادلته $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g

- اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C) ثم انشئه.

91 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{(\ln x)^2}{x}$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1) برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)$ وفسر النتائج بيانيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$:

$$f''(x)=\frac{2\left[(\ln x)^2-3\ln x+1\right]}{x^3}$$

ثم استنتج ان المنحنى (C) يقبل تقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

4) $\alpha\in]0;+\infty[$ نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحني (C) في A

ا) بين ان $(T_{(\alpha)})$ يمر المبدأ O اذا و فقط اذا كان

$$f(\alpha)-\alpha f'(\alpha)=0$$

ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمران بالمبدأ O ثم عين معادلة كل من (T_a) و (T_b)

5) ارسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثم انشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=mx$

II) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع:

$$I_n=\int_1^{e^2}\frac{(\ln x)^n}{x^2}dx$$

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان: $I_1=1-\frac{3}{e^2}$

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان:

$$I_{n+1}=\frac{-2^{n+1}}{e^2}+(n+1)I_n$$

حيث: $n\geq 1$

3) استنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

92 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بمايلي:

$$g(x)=\frac{x}{x-1}+\ln|x-1|$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم احسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$.

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ:

$$f(x)=x\ln|x-1|$$

ليكن (C) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلةالمماس (Δ) للمنحنى (C) عند هذه النقطة.

4) ارسم المنحنى (C) و المماس (Δ)

5) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1[$ فان:

$$\frac{x^2}{x-1}=x+1+\frac{1}{x-1}$$

ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين على المجال $[0;1[$ دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم من اجل القيمة 0

λ عدد حقيقي من المجال $[0;1[$. احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها:

$$x=\lambda\ ،\ y=0$$

و $x=0$ احسب $\lim\limits_{\lambda\to 1}S(\lambda)$

93 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016- دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ بالعبارة:

$$f(x)=\ln(\alpha x+1)-\alpha x$$

(C_α) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

الجزء الاول

1) ادرس تغيرات الدالة f_α

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون

$$\ln(\alpha x+1)<\alpha x$$

3) بين ان جميع المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

الجزء الثاني :

ناخذ $\alpha=1$:

1) باستعمال السؤال (2) من الجزء الاول، بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم β يكون

$$\ln(1+\beta)-\ln\beta<\frac{1}{\beta}$$

2) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون :

$$\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

3) استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$

4) عين احداثي النقطة w التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) يساوي 1

5) عين معادلة لمماس المنحنى (C_1) عند النقطة w ثم انشئ (C_1) و المماس.

الجزء الثالث :

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+|x|)-|x|$

ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر.

ب) بين كيف يمكن انشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g اعتمادا على (C_1) ثم انشئ (C_g) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

تمارين للتعمق

94 بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}$

$$\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-\ln(\sqrt{1+x^2}-x)$$

95

1) بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$: $\ln(1+x)-x\le 0$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$:

$$\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}\ge 0$$

3) استنتج انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$

$$x-\frac{x^2}{2}\le\ln(1+x)\le x$$

4) استنتج $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{\ln(1+x)}{x}$

تطبيق عدد الارقام في الكتابة العشرية

كل عدد حقيقي $N\ge 1$ هو محصور بين قوتين للعدد 10

في هذه الحالة N يشمل على $p+1$ رقما.

بما ان الدالة log متزايدة تماما، لدينا

$$\log 10^p\le\log N\le 10^{p+1}$$

$$p\le\log N\le p+1$$

اذن $E(\log N)=p$ هي الدالة الجزء الصحيح

النتيجة : عدد ارقام العدد N هو اذن : $E(\log N)+1$

تطبيق : ما هو عدد ارقام العدد 2013^{2014}

96

بحلول جانفي 2013 ، اكتشف $CurtisCooper$ العدد الاولي الثمن و الاربعون لاعداد $Mersenne$

(و هي الاعداد الاولية التي تكتب على شكل 2^p-1 مع p عدد اولي) هذا العدد هو $M_{48}=2^{57885161}-1$

1) عين بالالة الحاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log(M_{48})$

2) استنتج الحصر $10^{17425169}\le M_{48}<10^{17425170}$

3) ما هو عدد ارقام العدد M_{48} ؟

97 نعتبر العدد الطبيعي n حيث $n=2^{1234}$

1) عين باستعمال حاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log n$

2) استنتج الحصر التالي : $10^{371}\ge n<10^{372}$

3) حدد عدد الارقام في الكتابة العشرية للعدد n