الدوال الاصلية و الحساب التكاملي

عدد التمارين : 101

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد

Maths
Without pain

لا تتكاسل !

يوم واحد من المماطلة يفسد شهر من الانضباط

اخر تحديث : 6 أفريل 2023

السنة الدراسية
2023 - 2022

المحتويات

I بطاقة تعريفية للدوال الاصلية و الحساب التكاملي 3

II تمارين تدريبية 9

III مواضيع بكالوريات جزائرية 14

1 شعبة علوم تجريبية 15

2 شعبة تقني رياضي 20

3 شعبة رياضيات 24

IV مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة 27

4 علوم تجريبية 28

5 شعبة رياضيات 30

...

القسم I

بطاقة تعريفية للدوال الاصلية و الحساب التكاملي

الدوال الاصلية

تعريف

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I.
نقول ان دالة F هي دالة اصلية للدالة f على المجال I اذا تحقق الشرطان

- F قابلة للاشتقاق على المجال I
- $F'(x) = f(x)$

خواص

كل دالة مستمرة على مجال I تقبل دوال اصلية على I

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
اذا كانت F دالة اصلية للدالة F على المجال I فان :
جميع الدوال الاصلية للدالة f معرفة على I بما يلي : $(k \in \mathbb{R})\ x \mapsto F(x) + k$

كل دالة f مستمرة على مجال I. x_0 عدد حقيقي من I و y_0 عدد حقيقي كيفي.
توجد دالة اصلية وحيدة F للدالة f على المجال I تحقق الشرط $F(x_0) = y_0$ تقبل دوال اصلية على I

دوال اصلية لـ $f + g$ و kf

- اذا كانت F و G دالتين اصليتين على الترتيب لـ f و g على مجال I فان $F + G$ دالة اصلية لـ $f + g$ على I
- اذا كانت F دالة اصلية للدالة f على مجال I فان kF دالة اصلية للدالة kf على I $(k \in \mathbb{R})$

الدوال الاصلية لدوال مالوفة

تم الحصول على النتائج الملخصة في الجدول الموالي انطلاقا من قراءة عكسية لمشتقات دوال مالوفة.
الدوال الاصلية للدالة f على المجال I هي الدوال F. يمثل c عددا حقيقيا كيفيا

$f(x) =$	$F(x) =$	$I =$
a (عدد حقيقي)	$ax + c$	$\mathbb{R}$
x	$\frac{1}{2}x^2 + c$	$\mathbb{R}$
$(n \in \mathbb{N}^*)\ x^n$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + c$	$]0;+\infty[$ او $]-\infty;0[$
$(n \geq 2$ و $n \in \mathbb{N})\ \frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + c$	$]0;+\infty[$ او $]-\infty;0[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$	$]0;+\infty[$
e^x	$e^x + c$	$\mathbb{R}$
$(b \in \mathbb{R}$ و $a \in \mathbb{R}^*)\ e^{ax+b}$	$\frac{1}{a}e^{ax+b} + c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$	$]0;+\infty[$
$(a \in \mathbb{R})\ \ln(x-a)$	$(x-a)\ln(x-a) - x + c$	$]a;+\infty[$

الدوال الاصلية و العمليات على الدوال

u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I

الدالة f	الدوال الاصلية للدالة f على I	شروط على الدالة u
$(n \in \mathbb{N}^*)\ u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	
$(n \geq 2$ و $n \in \mathbb{N})\ \frac{u'}{u^n}$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}} + c$	من اجل كل x من I ، $u(x) \neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$	من اجل كل x من I ، $u(x) > 0$
$u'e^u$	$e^u + c$	
$\frac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert + c$	$u(x) \neq 0$
$u'\cos u$	$\sin u$	
$u'\sin u$	$-\cos u$	

المعادلات التفاضلية

المعادلات التفاضلية	حلول المعادلة
$y' = ay$	$y = Ce^{ax}$
$y' = ay + b$	$y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$
$y' = f(x)$	$y = F(x) + c$
$y'' = f'(x)$	$y = F(x) + c_1x + c_2$
$y'' = -\omega^2 y$	$y = c_1 \cos \omega x + c_2 \sin \omega x$

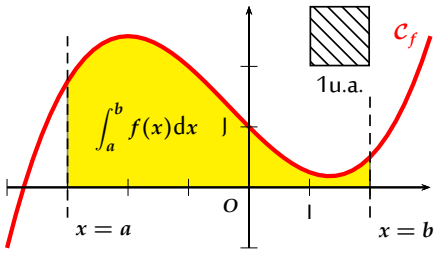
الحساب التكاملي

تعريف

لتكن f دالة مستمرة على مجال I و F دالة اصلية للدالة f على المجال I.
تكامل الدالة f من a الى b هو العدد الحقيقي :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

الدالة الاصلية و مساحة حيز تحت منحن



■ f دالة مستمرة و موجبة تماما على مجال I. a و b عددان حقيقيان من I حيث $a \leq b$. (C_f) منحنى f في معلم متعامد و متجانس و F دالة اصلية لـ f على I. مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها $x = a$ ، $x = b$ و $y = 0$ هو العدد الحقيقي $\int_a^b f(x)dx$

■ وحدة المساحة هي مساحة المستطيل ذو الضلعين OI و OJ

■ اذا كانت f سالبة فان مساحة الحيز هي $-\int_a^b f(x)dx$

الدالة الاصلية لدالة و التي تنعدم من اجل قيمة

f دالة مستمرة على مجال I و a عدد حقيقي من I.
الدالة الاصلية الوحيدة للدالة f على I و التي تنعدم من اجل a هي الدالة $F : \mapsto \int_a^x f(t)dt$

خواص التكامل

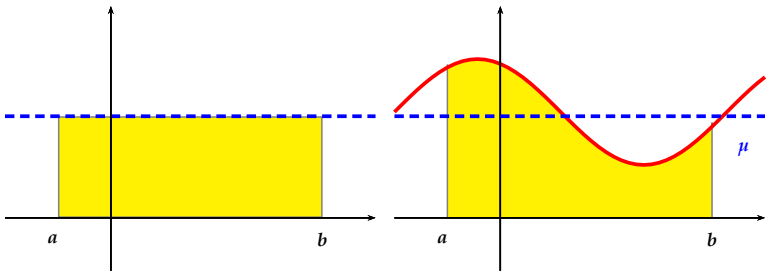
f و g دالتان مستمرتان على المجال $[a,b]$

التكامل المحدود	$\int_a^b f(x)dx = [F(b) - F(a)]$
التكامل الغير محدود	$\int f(x)dx = F(x) + C$
علاقة شال	$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$
الخطية	$\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$
المكاملة بالتجزئة	$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$
المقارنة	اذا كان من اجل كل x من $[a;b]$ ، $f(x) \geq g(x)$ فان $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

القيمة المتوسطة على مجال

f دالة مستمرة على مجال $[a,b]$.

القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[a,b]$ هي العدد الحقيقي : $m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$



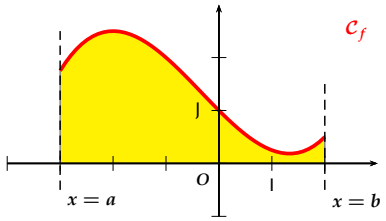
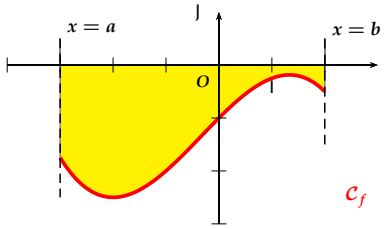
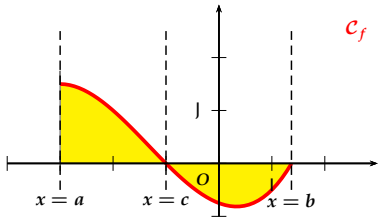
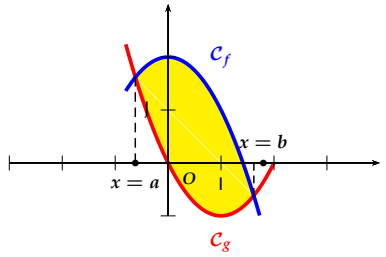
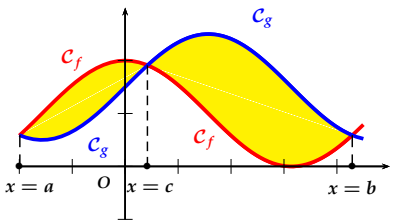
حصر القيمة المتوسطة

f دالة مستمرة على مجال $[a;b]$

اذا وجد عددان حقيقيان m و M بحيث من اجل كل x من $[a;b]$ ، $m \leq f(x) \leq M$ فان :

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

حساب المساحات و الحجوم

المساحات S	التمثيل البياني لها
$S = \int_a^b f(x)dx$	
$S = \int_a^b -f(x)dx$	
$S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b -f(x)dx$	
$S = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$	
$S = \int_a^c [f(x) - g(x)]\,dx + \int_c^b [g(x) - f(x)]\,dx$	

ملاحظة هامة

كل المساحات يجب ان تضرب في الوحدة ua حيث $ua = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$

...

القسم II

تمارين تدريبية

1 عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

1) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=x^4-4x^3+3x^2-6x+1$

2) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{x^2}+2x$

3) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{-2}{x^2}+3x^3$

4) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{-2}{\sqrt{x}}+x^2-3$

5) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=-3\sin x+2\cos x+1$

6) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)+2\sin(\pi+x)$

7) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=x^2+2x-e^x$

8) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=e^{-x}+\frac{2}{x}$

9) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=2x+\ln x$

10) $I=]1;+\infty[\ ،\ f(x)=x^2+\ln(x-1)$

2 عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

1) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=(x-1)^4$

2) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{(x+2)^3}{5}$

3) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=3(3x+4)^5$

4) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=(x-1)(x^2-2x+4)^3$

5) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=e^x(e^x+1)^2$

6) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{x}(\ln x)^2$

7) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=x^2(x^3+1)^4$

8) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=e^{-2x}(e^{-2x}+3)^3$

3 عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

1) $I=]2;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{5}{(x-2)^7}$

2) $I=]-1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{-2}{(x+1)^3}$

3) $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[\ ،\ f(x)=\frac{2}{(2x-1)^3}$

4) $I=]1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{x(\ln x)^2}$

5) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$

6) $I=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{x-1}{(x^2-2x+1)^2}$

7) $I=]-1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{6x^2}{(x^3+1)^4}$

8) $I=[0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{-e^x-2}{(e^x+2x)^2}$

9) $I=[0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{x(\ln x+2)^2}$

10) $I=]1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$

11) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

12) $I=]-\infty;2[\cup]2;3[\cup]3;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{4x-10}{(x^2-5x+6)^3}$

13) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{e^x}{(e^x+1)^4}$

14) $I=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[\ ،\ f(x)=\frac{\sin x}{cos^3x}$

4 عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

1) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=e^{4x+1}$

2) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=xe^{-x^2}$

3) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{3}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

4) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\sin xe^{cosx}$

5) $I=]-1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{-1}{\sqrt{x+1}}e^{\sqrt{x+1}}$

6) $I=]0;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{(x)^2}e^{\frac{1}{x}}$

7) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=(-x+\frac{1}{2})e^{x^2-x-3}$

8) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=e^{2x+3}$

5 عين في كل حالة من الحالات التالية دالة اصلية للدالة f المعرفة و الموجبة تماما على المجال I :

1) $I=]1;+\infty[\ ،\ f(x)=\frac{1}{x-1}$

2) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{x}{x^2+1}$

3) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

4) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{6x+3}{x^2+x+1}$

5) $I=\mathbb{R}\ ،\ f(x)=\frac{-2e^x}{e^x+1}$

6) $I=]1;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$

7) $I=]1;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$

8) $I=]0;\pi[$ ، $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x}$

6 عين في كل حالة من الحالات التالية دالة اصلية للدالة f على المجال I :

1) $I=]1;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$

2) $I=]2;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-4}}$

3) $f(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x-6}}$

4) $I=]-\infty;2[$ ، $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+3$

5) $I=]0;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{2e^x}{\sqrt{e^x-1}}$

6) $I=]3;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x-3}}$

7) $I=]0;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{2x^3+x}{\sqrt{x^4+x^2}}$

8) $I=]1;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{\ln x}}$

7

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;1[$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}$$

1) عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;1[$ يكون:

$$f(x)=\frac{a}{x^2}+\frac{b}{(x-1)^2}$$

2) استنتج دالة اصلية F للدالة f على المجال $]0;1[$ و التي تأخذ القيمة 6 من اجل القيمة $\frac{1}{2}$.

8 لتكن الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{6e^x}{e^{2x}-1}$$

1) عين العددين الحقيقين a و b بحيث يكون من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{ae^x}{e^x-1}+\dfrac{be^x}{e^x+1}$

2) استخدم النتيجة السابقة لايجاد دالة اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

9 لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+2)e^x$

.

عين العددين الحقيقين a و b حتى تكون الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=(ax+b)e^x$ دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

10 لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$$

1) احسب الدالة المشتقة الثانية f'' للدالة f .

2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$$

3) استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

11 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3^x-2^x$

عين دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

12 احسب التكاملات التالية:

1) $\displaystyle\int_0^1(3x+1)dx$

2) $\displaystyle\int_1^3(-x+3)dx$

3) $\displaystyle\int_1^3\pi dx$

4) $\displaystyle\int_{-5}^{-2}(4x+3)dx$

5) $\displaystyle\int_0^2(x^2-x)dx$

6) $\displaystyle\int_1^2(x+1)^3dx$

13

احسب التكاملات التالية:

1) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^2 2t-1+\frac{1}{t^2}dt$

2) $\displaystyle\int_1^4\frac{1}{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

3) $\displaystyle\int_1^2 2x(x^2-1)dx$

4) $\displaystyle\int_1^{10}\frac{1}{\sqrt{t}}dt$

5) $\displaystyle\int_2^3\frac{5x}{(x^2-2)^3}dx$

6) $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3}e^x dx$

7) $\displaystyle\int_0^3\frac{1}{\sqrt{t+1}}dt$

8) $\displaystyle\int_1^2\frac{t^3}{t^4+1}dt$

9) $\displaystyle\int_0^1\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}dx$

10) $\displaystyle\int_0^3\frac{1}{(2t+1)^2}dt$

14

احسب التكاملات التالية:

1) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$

2) $\displaystyle\int_0^{\pi}\sin 2x dx$

3) $\displaystyle\int_1^2\frac{1}{\sqrt{2x+1}}dx$

4) $\displaystyle\int_{-2}^{-1}\frac{x-2}{x}dx$

5) $\displaystyle\int_1^2\frac{1}{2x+3}dx$

6) $\displaystyle\int_0^{\pi}\sin(t+\frac{\pi}{4})dt$

7) $\displaystyle\int_{-2}^2\frac{x}{x^2-9}dx$

8) $\displaystyle\int_0^1 3e^{4x}dx$

9) $\displaystyle\int_0^1 te^{t^2-1}dt$

10) $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\sin x\cos x dx$

15

باستعمال الخواص احسب التكاملات التالية

1) $\int_1^e \ln x dx + \int_1^e x + \ln(\frac{1}{x}) dx$

2) $\int_1^e \ln(x^2+1) dx + \int_e^1 x + \ln(x^2+1) dx$

3) $\int_1^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx - \int_1^{\frac{7\pi}{6}} \cos 2x dx$

16 احسب التكامل I حيث $I = \int_{-1}^1 |x| + |x+1| dx$

17

احسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال I في الحالات التالية

1) $f(x) = 2x+3$ و $I = [-1;1]$

2) $f(x) = |x|$ و $I = [-2;2]$

18 (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_n = \int_0^1 (1+x^n) dx$

1) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة.

2) هل (u_n) متقاربة؟

19 f دالة معرفة على $]-\infty;+\infty[$ بـ

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$$

احسب التكاملات التالية:

1) $I = \int_0^3 f(x) dx$

2) $J = \int_2^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

20

باستعمال التكامل بالتجزئة احسب التكاملات التالية:

1) $\int_1^e x \ln x dx$

2) $\int_2^e \ln(x-1) dx$

3) $\int_0^{\pi} x \cos x dx$

4) $\int_0^1 x e^x dx$

5) $\int_{-1}^0 x\sqrt{1-x} dx$

6) $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{2x-3}} dx$

7) $\int_1^2 (x-2)e^x dx$

8) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 3x \sin 3x dx$

21

1) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x :

$$\frac{1}{1+e^x} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$$

2) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_0^1 \frac{xe^x}{(e^x+1)^2} dx$

22 باستعمال التكامل بالتجزئة مرتين متتابعتين احسب

$$\int_0^1 x^2 e^x dx$$

23 باستعمال التكامل بالتجزئة مرتين متتابعتين احسب

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sin x dx$$

24 من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع:

$$I_n = \int_0^{\pi} x^2 \cos(nx) x dx$$

باستعمال التكامل بالتجزئة مرتين احسب I_n بدلالة n .

25 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2e^{\frac{x}{2}+1} - x - 2$ نسمي (C) منحناها في معلم متعامد.

1) ادرس اشارة $f(x) - (-x-2)$ على $\mathbb{R}$.

2) احسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها

$x = 0$ ، $x = \alpha$ ، $y = -x-2$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما.

3) نعرف المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n = A(n) + 4e$.

اثبت ان (u_n) متتالية هندسية يطلب اساسها و حدها الاول.

26 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-2x} \ln(1+2e^x)$

1) بين ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) + 2f(x) = \frac{2e^{-x}}{1+2e^x}$$

2) استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

3) α عدد حقيقي موجب تماما. احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ منحنى الدالة f و حامل مجور الفواصل و المستقيمان اللذان معادلتهما $x = 0$ و $x = \alpha$

27 (C) منحنى الدالة f على المجال $[0;1]$ حيث

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

1) احسب α مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل على المجال $[0;1]$

2) احسب V الحجم المولد بدوران المنحنى (C) حول محور الفواصل

28 حل المعادلات التفاضلية التالية :

1) $y' = 3y$ 3) $2y' + 5y = 0$

2) $y' + 2y = 0$ 4) $\frac{1}{2}y' = 4y$

29

1) حل المعادلات التفاضلية $2y' + 2y = 0$

2) عين الحل الخاص f الذي يحقق $f(\ln 4) = 1$

30 f هي الدالة المعرفة من الشكل $y' = ay + b$ حيث تكون الدالة f حلا لهذه المعادلة.

31 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية

1) $y' = 2x^2 + x - 1$ 3) $y' = \frac{x^2+1}{x^2}$

2) $y' = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$ 4) $y' = 3\sin(2x)$

32 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية

1) $y'' = 4x^3 - 3x^2 - 1$ 3) $y'' = \frac{x^4+x^3+1}{x^2}$

2) $y' = \cos(2x+3)$ 4) $y'' = \cos(2x) - 2\sin x$

33 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية

1) $y'' + y = 0$

2) $y'' + 9y = 0$

3) $4y'' + \pi^2 y = 0$

34 حل المعادلة التفاضلية $4y'' + 121y = 0$ ، ثم عين الحل F الذي يحقق الشرطين التاليين :

$$F(\pi) = 1 \text{ و } F'(-\pi) = 2$$

35

الجزء الاول

لتكن المعادلة التفاضلية $y' + y = e^{-x}$

1) بين ان الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $u(x) = xe^{-x}$ حل للمعادلة

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية $y' + y = 0$.

3) بين ان الدالة v المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) اذا و فقط اذا كانت $v - u$ حلا للمعادلة

4) استنتج جميع حلول المعادلة (E) .

5) عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) و التي تأخذ القيمة 2 من اجل $x = 0$.

الجزء الثاني

k عدد حقيقي معطى. نرمز بـ f_k الى الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f_k(x) = (x+k)e^{-x}$ و نرمز بـ (C_k) الى منحناها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I};\vec{J})$

1) عين نهايات الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) ادرس تغيرات الدالة f_k .

الجزء الثالث

نعتبر متتالية التكاملات (I_n) المعرفة بـ: $I_0 = \int_{-2}^{0} e^{-x}$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n = \int_{-2}^{0} x^n e^{-x} dx$

1) احسب I_0 .

2) باستعمال التكامل بالتجزئة بين ان:

$$I_{n+1} = (-2)^{n+1}e^2 + (n+1)I_n$$

3) استنتج قيم I_1 و I_2 .

القسم III

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

1 | شعبة علوم تجريبية

36 علوم تجريبية - 2022 - الموضوع الأول (07 نقاط)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-\ln x\right)e^{-x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى امعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

4) F الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=e^{-x}(2+\ln x)$$

ا) تحقق ان الدالة F دالة اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) نضع $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق:

$$0<\lambda<\frac{1}{2}$$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

37 علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]2;+\infty[\cup]0;2[$ بـ:

$$f(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

5) H الدالة المعرفة على المجال $]3;+\infty[$ بـ:

$$H(x)=\int_3^x \ln(t)dt$$

حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة x

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين: $x=3$ و $x=4$

38 علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
تؤخذ وحدة الطول $2cm$
(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=e^x-\frac{1}{2}ex^2 \quad \text{و} \quad g(x)=e^x-ex$$

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5) ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (يعطى $e^2-2e\approx 2$)

6) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g)

39 علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=2x+1-xe^{-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$.

6) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الاصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من اجل $x=1$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=3$ و $y=2x+1$.

40 علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

III) n عدد طبيعي حيث $n>1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معالتيهما $x=1$ و $x=n$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$:

$$I_n = \ln(1 + n\ln n)$$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

41 علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الأول

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

2) بين ان المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$. والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى $(C_)$ بالنسبة الى (Γ)

6) ليكن n عددا طبيعيا و $(A(n))$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (γ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.
احسب العدد الحقيقي l حيث

$$l = A(0) + A(1) + \cdots A(2016)$$

42 علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

ا) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1 + 2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$.

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ كمايلي:

$$g(x) = 2\left[-x + \ln(2x+1)\right]$$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $1.2 < \alpha < 1.3$

ج) استنتج اشارة $g(x)$.

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 :

$$I_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$$

- اثبت ان : من اجل كل $x \geq \frac{3}{2}$ ،

$$0 < f(x) < \frac{1}{2x+1}$$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} I_n$

43 علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

2) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$-0.7 < \alpha < -0.6$$

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$$

- تحقق ان F دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما:

$$x = 0 \text{ و } x = 1 .$$

44 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول

ا) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$
(حيث العدد e هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

ا) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث:

$$-0.34 < \alpha < -0.33$$

ج) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) ا) بين ان $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = -\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) ارسم المنحنى (C_f) (نقبل ان: $f(\alpha)\approx 3.16$)

2) ا) بين ان الدالة: $x\mapsto \frac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

45 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (5.06 نقطة)

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

4) ا) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

7) أ) جد دالة اصلية للدالة $x\mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معالتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.

ج) عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n>n_0$ فان: $I_n>2$

46 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الثاني

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $1cm$).

ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى للمستقيم (Δ).

III) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ:

$H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ و $h(x)=x+f(x)$

1) عين الاعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة اصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) ا) احسب التكامل التالي :

$A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$.

47 علوم تجريبية - 2015 - دورة جوان، الموضوع الاول (5.06 نقطة)

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=(1-\frac{1}{x})(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ (C_f) على المجال $]0;e^2]$

III) F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(1)=-3$

1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بين ان $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة F

48 علوم تجريبية - 2015 - الموضوع الثاني

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=xe^{2x+2}-x+1$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

6) ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$$

ب) استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

49 علوم تجريبية - 2012 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي:

$$f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ كمايلي:

$$g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\ln(1-x)$$

بين ان g دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

50 علوم تجريبية - 2012 - الموضوع الثاني

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$g(x) = 1 - xe^x$$

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$h(x) = (ax+b)e^x$$

ا) عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) استنتج دالة اصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

51 علوم تجريبية - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

2) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا α.

1) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;2[$.

3) α عدد حقيقي.

بين ان الدالة $x \mapsto (x-\alpha)\ln(x-\alpha) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ،

$$g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$$

ثم عين دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

52 علوم تجريبية - 2011 - الموضوع الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - ex - 1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهيما:

$$x = 0 \text{ و } x = \alpha.$$

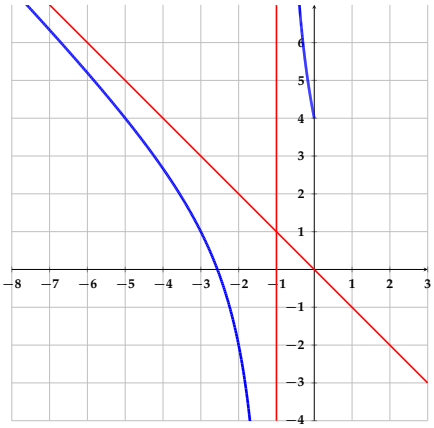
ب) اثبت ان: $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات).

53 علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الأول (5.7 نقطة)

I) f دالة معرفة على المجال $I =]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ:

$$f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل.



2) g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x + \frac{4}{x+1}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس.

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي :

$$k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{h\overset{>}{\to}0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h\overset{<}{\to}0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

ب) اعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) اكتب معادلتي نصف المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

3) ارسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها :

$$x=-\frac{1}{2}\text{ ، }x=\frac{1}{2}\text{ ، }y=0$$

54 علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

5) احسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها:

$$x=1\text{ و }x=0\text{ ، }y=x-1$$

55 علوم تجريبية - 2008 - الموضوع الأول

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$$

H الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ كماياتي:

$$H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$$

حيث α و β عددان حقيقيان.

و) عين α و β بحيث تكون H دالة اصلية للدالة :

$$x\mapsto g(x)-1$$

استنتج الدالة الاصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0.

56 علوم تجريبية - 2008 - دورة جوان، الموضوع الثاني(7 نقاط)

2) f هي الدالة العددية المعرفة على المجال بما يأتي : $]-1;+\infty[$:

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

4) ا) اكتب $f(x)$ على الشكل :

$$f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$$

، حيث a و b عددان حقيقيان.

ب) عين F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تحقق : $F(1)=2$

...

2 | شعبة تقني رياضي

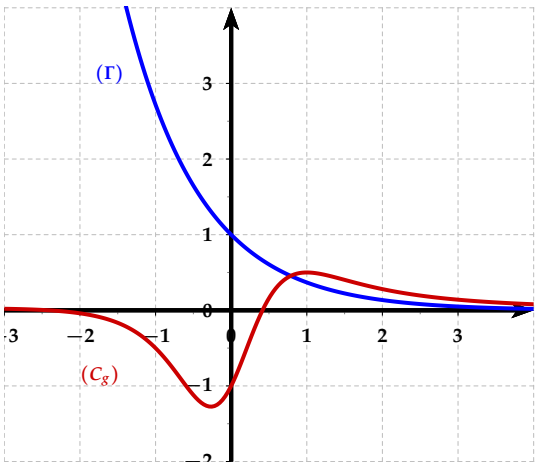
57 | تقني رياضي - 2022 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = \frac{x^2+2x-1}{(x^2+1)^2}$$

α فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و (Γ)

(كما هو مبين في الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x) - e^{-x}$

2) تحقق حسابيا ان $0.7 < \alpha < 0.8$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x) = e^{-x} - \frac{x+1}{x^2+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا.

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f'(x) = g(x) - e^{-x}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - e^{-x}]$ و فسر النتيجة بيانيا

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ)

4) أ) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

ب) انشئ (T) و (Γ) و (C_f) (ناخذ $f(\alpha) \approx -0.6$)

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$

5) علما انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;0]$:

$$\frac{1}{2}x + 1 \leq \frac{1}{x^2+1} \leq \frac{5}{4(1-x)}$$

أ) عين حصرا للعدد I حيث: $I = \int_{-1}^{0} \frac{dx}{x^2+1}$

ب) احسب J حيث : $J = \int_{-1}^{0} \frac{x}{x^2+1}$ ثم استنتج حصرا لـ A ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (Γ) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = -1$ و $x = 0$

58 | تقني رياضي - 2022 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = 1 + (x-1)\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى العلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة كل من $\ln x$ و $\frac{x-1}{x}$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة $\ln x + \frac{x-1}{x}$

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) h الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x) = x - 2 + \ln x$$

ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب) برهن ان المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$ ثم بين ان $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$

ج) بين ان : $y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha}x$ معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α

4) انشئ (T) و (C_f) على $]0;4]$

(ناخذ $\frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} \approx 0.8$)

5) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f(x) - x = (x-1)(-1 + \ln x)$$

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما اشارة $f(x) - x$

6) K الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$K(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 2x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\ln x$$

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما

$$K'(x) = f(x) - x$$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = x$ ، $x = 1$ و $x = e$

7) g الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ :

$g(x) = (x-1)\ln(x+2)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ،

$$g(x) = f(x+2) - 1$$

- استنتج ان (C_g) صورة (C_f) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. (لا يطلب انشاء (C_g))

59 تقني رياضي - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x) = (x+3)e^x - 1$$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) احسب $f(x) - g(x)$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

60 تقني رياضي - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$:

$$\ln x < x + 1$$

ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$:

$$\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$$x = e^2 - 1 \text{ ، } x = e - 1$$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان :

$$(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$$

61 تقني رياضي - 2018 - الموضوع الأول

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ :

$f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

6) ا) بين انه من اجل كل x من $[-1;0]$:

$$\frac{x}{x-1} \leq f(x) \leq e^{-x}$$

ب) تحقق انه من اجل كل x من $[-1;0]$:

$$\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

ثم بين ان :

$$1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^{0} f(x)dx < e - 1$$

62 تقني رياضي - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الأول

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+2+\frac{-1+\ln x}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1\leq\lambda\leq e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ و $x=\lambda$

ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$

63 تقني رياضي - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

2) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) بالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.

- احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$.

64 تقني رياضي - 2017 - الموضوع الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=-2x+3+2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

6) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

7) بين ان الدالة : $h:x\mapsto(x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ اصلية للدالة $x\mapsto\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=-2x+3$ ، $x=\beta$ و $x=3$.

65 تقني رياضي - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$g(x)=x^3+6x+12$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]-1.47;-1.48[$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=\frac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ)

3) بين ان: $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f). نرمز بـ S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=0$ و $y=0$.

اثبت ان : من اجل كل $x\in[\alpha;0]$ ،

$$-3\leq f(x)\leq f(\alpha)$$

ثم بين ان : $\frac{3}{2}\alpha^2\leq S\leq-3\alpha$

66 تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$ و (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $H(x) = \frac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$

ا) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة $x \mapsto (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x = 2$ و $x = 1$ ، $y = 0$

67 تقني رياضي - 2015 - دورة جوان، الموضوع الأول (5.07 نقطة)

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2}\ln(x+2)$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

4) ج) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x = 1$ و $x = -1$ ، $y = 0$

68 تقني رياضي - 2015 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي :

$$f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$$

$(C_f$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) ج) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ا) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0.92 < \alpha < 0.93$ و $-1.56 < \beta < -1.55$

1) ا) بين ان الدالة : $x \mapsto xe^x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto (x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 0$ ، $x = \alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)أ)).

ج) جد حصرا للعدد A.

69 تقني رياضي - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

2) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x) = \frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$$

و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

3) أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $h(x) = \frac{1+\ln(2x)}{2x}$. احسب $h'(x)$

ب) تحقق ان : $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

70 تقني رياضي - 2009 - الموضوع الاول (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + \frac{2}{e^x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

7) احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات :

$y = x+2$ ، $x = 0$ و $x = \alpha$

بين ان $A(\alpha) = 2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$.

...

3 | شعبة رياضيات

71 **رياضيات - 2019 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3cm$

6) λ عدد حقيقي حيث: $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر:

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{1} -x^2 \ln x dx$$

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

ب) احسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\to} 0} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

72 **رياضيات - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)**

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين ان المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما α حيث: $-1.28 < \alpha < -1.27$

3) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم استنتج دالة اصلية لـ g على $\mathbb{R}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x = 0 \text{ و } x = -1$$

73 **رياضيات - 2018 - دورة جوان، الموضوع الأول**

f الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[\cup]0;1[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \dfrac{1}{\ln x}; & x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري).

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$h(x) = 1 - x + x\ln x$$

ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) بين انه من اجل كل $x > 1$:

$$f(x) - x + \frac{1}{x\ln x} = \frac{h(x)}{x\ln x}$$

ج) واستنتج انه من اجل $x > 1$:

$$x - \frac{1}{x\ln x} < f(x) < x + 1$$

7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما:

$x = \alpha$ و $x = e$. (e هو اساس اللوغاريتم النيبيري)

- بين ان

$$\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha+1) < A < \frac{1}{e}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$$

74 **رياضيات - 2017 - دورة جوان، الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)**

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x}\right)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

1) نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها

$x+2y=e$ و $x=1$ ، $x=\alpha$.

تحقق ان : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2 cm^2$

75 رياضيات - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=1cm$.

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x)=(x+1)^2e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني.

II) ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m\neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m).

5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (C_3) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب : $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

76 رياضيات - 2017 - الموضوع الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x}; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$F(x)=\int_1^x f(t)dt$$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ ،

$$\frac{1}{x}+1\leq f(x)\leq f(\alpha)$$

- اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

77 رياضيات - 2016 - الموضوع الأول

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

III) من اجل كل عدد طبيعي n نضع :

$$u_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)+x]\,dx$$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

2) اعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0.

3) احسب u_n بدلالة n.

4) نضع : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$. احسب S_n بدلالة n.

78 رياضيات - 2016 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) ϕ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$\phi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\phi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\phi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ϕ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $\phi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق ان : $2.79<\alpha<2.80$

3) استنتج اشارة $\phi(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x)-g(x)=\frac{(2x-1)\phi(x)}{x^2-x+1}$$

ب) ادرس اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g)

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x=1$ و $x=2$

79 رياضيات - 2015 - الموضوع الأول

f الدالة المعرفة بـ : $f(0)=1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$.

(C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=|f(x)|$.

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من اجل القيمة 1.

6) t عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha[$. نضع

$$F(t) = \int_t^{\alpha} f(x)dx$$

ا) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha[$ ، $F(t) = \dfrac{-3tf(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$.

ج) احسب $\lim\limits_{t\to 0} F(t)$

7) m عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha[$.
$S(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m.
نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x = -\alpha$ و $x = \alpha$ ، هي : A حيث : $A = \dfrac{2}{9}(\alpha^3 + 6\alpha)\ ua$ (ua هي وحدة المساحة)

ا) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $S(m) = 2A$.

ب) علما ان $3.140 < \pi < 3.142$ اعط حصرا للعدد m

80 رياضيات - 2014 - الموضوع الأول (06 نقاط)

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :
$f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$ (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

5) λ عدد حقيقي اكبر او يساوي 1.

ا) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث :
$a(\lambda) = \int_1^{\lambda} [f(x) - 1]\,dx$

ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ الى $+\infty$.

81 رياضيات - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = (1 + 2\ln x)(-1 + \ln x)$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس تغيرات الدالة f

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e اساس اللوغاريتم النيبيري)

ج) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;e^2[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \ln x$
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) ادرس تغيرات الدالة g

ب) عين الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0;e^2[$

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$h(x) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x$

ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة : $x \mapsto (\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) احسب العدد : $\int_{\frac{1}{e}}^{e} [f(x) - g(x)]\,dx$

82 رياضيات - 2013 - الموضوع الأول (06 نقاط)

II) الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 2$ و $x = \dfrac{1}{2}$

83 رياضيات - 2011 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :
$f(x) = (3x + 4)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t\,dt$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\dfrac{4}{3}$
احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -\dfrac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

...

القسم IV

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

4 | علوم تجريبية

84 **بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2022 - دورة جوان ،الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستو المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول هي $2cm$

II) **1)** بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون :
$f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} - 1$ ، ثم استنتج دالة اصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$

2) احسب بـ : cm^2 مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (D) و حامل محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته $x = 1$

85 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2022 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x - 1$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) بين ان الدالة $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$

ب) باستعمال التكامل بالتجزئة عبر عن العدد $A(\lambda)$ حيث : $0 < \lambda < 1$ و

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{1} (\ln x)^2 dx$$

ج) احسب بدلالة λ مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى (C_f) ، المماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتيهما :

$$x = \lambda \text{ ، } x = 1$$

86 **بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2021 - دورة جوان ،الموضوع الأول (06 نقاط)**

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$ ، (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

1) **ا)** اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y = 2x - 1$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

II) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = (x-1)e^{-x+1}$$

1) باستعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الاصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم عند 0

2) ليكن λ عددا حقيقيا حيث : $\lambda > 1$ ، $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما :

$$x = 1 \text{ و } x = \lambda$$

- احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ، ثم احسب :

$$\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$$

87 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)**

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) **ا)** بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

2) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
$x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عين قيمة λ يحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

88 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي ،الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2e.e^{\frac{-x}{2}}-e^{-x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) λ عدد حقيقي اكبر تماما من -2.

ا) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=-2$ ، $x=\lambda$ و $y=0$

ب) عين قيمة λ التي من أجلها يكون $S(\lambda)=2e+1$.

ج) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

89 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

ا) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و (C) ثمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) برهن ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (D)
(لاحظ ان $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ ، $x\in]1;+\infty[$)

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان :

$$\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$$

- استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمات : $y=x$ ، $x=2$ ، $x=4$

90 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2016 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=(-2x-3)e^{-x}+x$$

، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) ا) عين العددين الحقيقين a و b حتى تكون الدالة $H:x\mapsto(ax+b)e^{-x}$
دالة اصلية للدالة $h:x\mapsto(-2x-3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب بـ : cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C_f و المستقيمات المعرفة بالمعادلات: $y=x$ ، $x=\alpha$ و $x=2$ (α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء الأول). حيث $\alpha\in]-0.74;-0.73[$

91 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ و من اجل كل x من المجال

$]0;+\infty[$

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$$:

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

1) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

الجزء الثاني

1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$ بدلالة n

2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}A(n)$

...

5 | شعبة رياضيات

92 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2022 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) من اجل كل n عدد طبيعي غير معدوم، نعرف على المجال $]-\frac{1}{2};+\infty[$ الدالتين f_n و g_n حيث :

$$f_n(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^n \ln(x+\frac{1}{2})$$

و

$$g_n(x)=n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{2x-1}{2x+1}$$

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $(2cm)$

1) ا) ادرس تغيرات الدالة g_n

ب) احسب $g_n\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج اشارة g_n على المجال $]-\frac{1}{2};+\infty[$

2) ا) بين انه من اجل كل $x>\frac{1}{2}$:

$$f_n'(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\times g_n(x)$$

ب) بفرض n فردي، ادرس تغيرات وشكل جدول تغيراتها.

ج) بفرض n زوجي، ادرس تغيرات وشكل جدول تغيراتها

3) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2)

ب) ارسم المنحنيين (C_1) و (C_2) في نفس المعلم

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)dx$$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$0\le v_n\le\frac{\ln 2}{n+1}$$

ثم استنتج نهاية المتتالية (v_n)

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$v_n=\frac{\ln 2}{n+1}-\frac{2^{-n}}{n+1}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\frac{(2x-1)^{n+1}}{2x+1}dx$$

3) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و باعتبار $\frac{1}{2}\le x\le\frac{3}{2}$ نعتبر المجموع:

$$S_n(x)=1-\left(x-\frac{1}{2}\right)+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+(-1)^n\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$$

ا) بين ان : $S_n(x)=\frac{2}{2x+1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^n\frac{(2x-1)^{n+1}}{2x+1}$

ب) استنتج ان

$$v_n=\frac{\ln 2}{n+1}-\frac{(-1)^{n-1}}{n+1}\left[\ln 2-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right]dx$$

93 **بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2022 - دورة جوان ،الموضوع الاول (07 نقاط)**

I) n عدد طبيعي غير معدوم، f_n العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$f_n(x)=\frac{e^x}{(x+1)^n}$$

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $2cm$

1) برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^n}{x}=0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}$

2) ادرس تبعا لقيم n تغيرات الدالة f_n ، ثم استنتج ان جميع المنحنيات (C_n) تقبل مستقيمان مقاربان.

3) بين ان جميع المنحنيات (C_n) تمر بنقطة ثابتة w يطلب تعيين احداثياتها

4) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2).

ب) عين المعادلة الديكارتية للمماس (T_1) للمنحنى (C_1) و المماس (T_2) للمنحنى (C_2) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$

ج) ارسم في نفس المعلم، المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنيين (C_1) و (C_2)

5) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 :

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)dx$$

1) ا) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ب) بين ان المتتالية (u_n) محدودة من الاسفل، استنتج انها متقاربة.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$:

$$\frac{1}{n-1}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right) \leq u_n \leq \frac{e}{n-1}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) ا) عبر عن f'_n بدلالة f_n و f_{n+1}

ب) جد علاقة بين u_n و u_{n+1} ، ثم استنتج ان

$$\lim_{n\to+\infty} nu_{n+1} = 1$$

94 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2021 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:

$$f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) بين ان الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:

$$F(x) = \left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}(\ln x^2)^2 + 2\ln|x|\right]$$

هي دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}^*$

ب) عين دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم من اجل $x = 1$

ج) نعتبر λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$. احسب التكامل : $I = \int_1^\lambda f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

95 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2021 - دورة جوان ،الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية I المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$I(x) = \int_0^x (x-t)e^t dt$$

1) اثبت بواسطة مكاملة بالتجزئة ان :

$$I(x) = e^x - (1+x)$$

2) ليكن x عدد حقيقي موجب. اثبت من اجل كل t من $[0;x]$ ان :

$$1 \leq e^t \leq e^x$$

ثم استنتج ان :

$$\frac{x^2}{2} \leq I(x) \leq \frac{x^2e^x}{2}$$

3) ليكن x عدد حقيقي سالب. اثبت من اجل كل t من $[x;0]$ ان :

$$e^x \leq e^t \leq 1$$

، ثم استنتج ان :

$$\frac{x^2e^x}{2} \leq I(x) \leq \frac{x^2}{2}$$

4) استنتج ان : $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

96 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f_n(x) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$$

ونرمز بـ: (C_n) الى المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) دراسة الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$

1) ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$f_1(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$$

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر هندسيا النتائج المحصل عليها

2) ا) بين ان الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$0 < f_1(x) < 4$$

3) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها :

$$x = 3 \text{ و } x = 1 \text{ ، } y = 0$$

97 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)**

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ:

$$f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h: x\mapsto \ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x=0$

ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2}<\lambda\leq\frac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها

$$x=\frac{3}{2}\ ،\ x=\lambda \text{ و } y=0.$$

ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} S(\lambda)$

98 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{(\ln x)^2}{x}$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع:

$$I_n=\int_1^{e^2}\frac{(\ln x)^n}{x^2}dx$$

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان:

$$I_1=1-\frac{3}{e^2}$$

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان:

$$I_{n+1}=\frac{-2^{n+1}}{e^2}+(n+1)I_n$$

حيث: $n\geq 1$

3) استنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

99 **بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2017 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)**

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f_n(x)=\frac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$$

ونرمز بـ: (C_n) للمنحنى الممثل للدالة f_n.

ا) في هذا الجزء نهتم فقط بالدالتين f_0 و f_1 حيث:

$$f_0(x)=\frac{e^x}{1+e^x}\ ،\ f_1(x)=\frac{e^x}{e^x(1+e^x)}$$

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$u_n=\int_0^1 f_n(x)dx$$

ا) احسب التكامل $u_0=\int_0^1 f_0(x)dx$ و تحقق ان:

$$u_0=\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$$

و احسب بـ cm^2 المساحة A الحيز المستوي المحدد بـ (C_0) و محور الفواصل و المستقيمين معادلتاهما

$$x=0 \text{ و } x=1$$

ب) بين ان $u_0+u_1=1$ و استنتج القيمة المضبوطة للعدد u_1 و بين ان المتتالية (u_n) موجبة.

2) نضع $K(x)=f_{n+1}(x)-f_n(x)$

ا) بين انه من اجل x من $\mathbb{R}$ فان:

$$K(x)=\frac{1-e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$$

ب) ادرس اشارة $K(x)$ من اجل $x\in[0,1]$ و استنتج ان المتتالية (u_n) متناقصة.

100 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بمايلي:

$$g(x)=\frac{x}{x-1}+\ln|x-1|$$

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;1[$ فان:

$$\frac{x^2}{x-1}=x+1+\frac{1}{x-1}$$

ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين على المجال $]0;1[$ دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم من اجل القيمة 0

2) λ عدد حقيقي من المجال $]0;1[$. احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها:

$$x=0 \text{ و } x=\lambda\ ،\ y=0$$

احسب $\lim\limits_{\lambda \to 1} S(\lambda)$

101 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)**

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ و من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

I) 1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

II) 1) ادرس قابلية الاشتقاق لـ f عند 0

2) اثبت ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ ، تحقق ان : $4.6<\alpha<4.7$

4) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، بـ:

$$g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$$

أ) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' ، استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ (C_f) و (D)

الجزء الثاني

1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2\ln x\,dx$ بدلالة n

2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} A(n)$

102 **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث :

$$f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=[\ln(x-1)]^2$$

أ) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.