الدوال الاسية

عدد التمارين : 105

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد

The only way to LEARN Mathematics, is to do Mathematics.

اخر تحديث : 13 نوفمبر 2023

السنة الدراسية

2024 - 2023

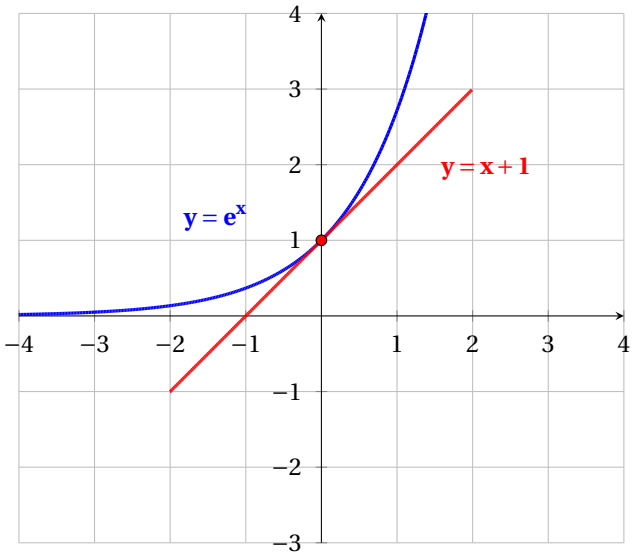
المحتويات

...

القسم I

بطاقة تعريفية للدالة الأسية

الدالة الأسيةذات الاساس $e \approx 2.718$



الخواص الجبرية للدالة الاسية

- $e^0 = 1$ ، $e^1 \approx 2.718$

من اجل كل عدد حقيقي a و b :

- $e^{a+b} = e^a e^b$
- $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$
- $(e^a)^b = e^{ab}$
- **حالة خاصة :**

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $\dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $\sqrt{e^x} = e^{\frac{1}{2}x}$

النهايات الشهيرة للدالة الاسية

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

التزايد المقارن

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$

مشتقة الدالة الأسية

- $(e^u)' = u' e^u$.

مثال : $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ اذن $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

حل معادلات و متراجحات

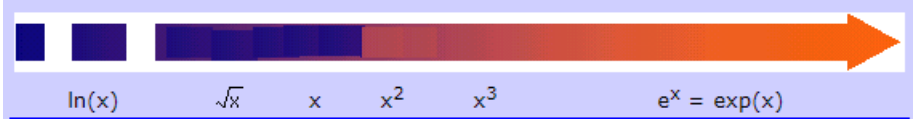
- $e^a = e^b$ يكافئ $a = b$.
- **تغيير المتغير :** الاكثر الاستعمالا بوضع

$X = e^x$ $X = e^{-x}$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن اسية الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية،...)

- $e^a \geq e^b$ يكافئ $a \geq b$

(الدالة الاسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$)



...

القسم II

تمارين تدريبية

تبسيط عبارات

1

بسط العبارات التالية:

1) $(e^x)^3e^{-2x}$ 2) $\dfrac{e^{x-1}}{e^{x+2}}$ 3) $\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x}$ 4) $e^{-x}e^2$ 5) $\dfrac{e^{3x}}{(e^{-x})^2\times e^x}$ 6) $\dfrac{e^xe^y}{e^{x-y}}$ 7) $(e^{5x})^2$ 8) $e^x(e^x+e^{-x})$ 9) $\dfrac{e^{-4x}e}{(e^{-x})}$

حساب النهايات

2 ©

احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{2x+1}$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{\frac{1}{x}}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x^2+2x-1}$ 4) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{3x+1}{x-5}}$ 5) $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}e^{\frac{1}{x-1}}$ 6) $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}}e^{\frac{1}{x-1}}$ 7) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{x}$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x+1}$

3 (إزالة حالة عدم التعيين)

احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xe^x}{e^x+1}$ اخراج e^x كعامل مشترك

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^x-3e^{2x}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}-3e^x+4}{e^x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-x)$ اخراج x كعامل مشترك

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{x+1}-2x-3)$

6) $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x-1)e^x$ النشر

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+2x-1)e^x$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty}2xe^{-x}$ الانتقال بين $e^{u(x)}$ و $e^{-u(x)}$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x+1}}{x}$ انشاء التماثل

4

احسب النهايات التالية:

1) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{2x}$ عند 0 ، $+\infty$ و $-\infty$

2) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{2e^x+1}$ عند $+\infty$ و $-\infty$

3) $f(x)=e^{2x}-e^x+1$ عند $+\infty$ و $-\infty$

4) $f(x)=2x-1+e^x$ عند $+\infty$ و $-\infty$

5) $f(x)=\dfrac{1}{x}(e^{2x}-1)$ عند 0 و $+\infty$

6) $f(x)=x+2+xe^x$ عند $-\infty$

5

احسب النهاية الاتية : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{x}\right)$

6

احسب الدالة المشتقة للدوال الاتية:

1) $f(x)=(x^2-2x)e^x$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{x}e^x$ 3) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{2e^x+1}$ 4) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x-x}$ 5) $f(x)=x^2-2(x-1)e^x$ 6) $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ 7) $f(x)=e^{\frac{1+x}{1+x^2}}$ 8) $f(x)=e^{x^2+x}$

حل معادلات و متراجحات

7 ©

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

- $e^x=e$ ■ $e^x-e^{-x}=0$ ■ $xe^{2x}-2e^{2x}=0$ ■
- $e^{-x}=1$ ■ $e^{x^2+5}=(e^{x+2})^2$ ■ $(e^{2x}-1)(e^x+2)=0$ ■
- $e^{2x-1}=e$ ■ $e^x+e^{-x}=0$ ■ $e^{2x-3}=1$ ■
- $e^{x^2+x}=1$ ■ $e^{3x+1}=e^{-2x+3}$ ■ $e^{2x}-9=0$ ■

8 ©

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

- $e^x<e$ ■ $e^x<1$ ■ $e^{2x}-1\geq0$ ■
- $e^{-x}\leq1$ ■ $e^{-x}>0$ ■ $xe^{-x}-3e^{-x}<0$ ■
- $e^{2x-1}>e^x$ ■ $e^{-x}>1$ ■ $e^{2x^2}\leq e^{5x+3}$ ■
- $e^x+e^{-x}<2$ ■ $e^x-e^{-x}>0$ ■ $2e^{2x}-5e^x+2<0$ ■

اتجاه تغير دالة

9

ادرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة:

1) $f(x)=x+1+e^x$ على $\mathbb{R}$

2) $f(x)=\dfrac{e^x+2}{e^x-1}$ على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$

3) $f(x)=(x^2-3)e^x$ على $\mathbb{R}$

4) $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$. على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

...

القسم III

مسائل شاملة

S'il n'y a pas de difficultés, il n'y a pas de progrès.

Frederick Douglass

10

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-2e^{x}+1$ ، و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

2) ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ مفسرا النهاية عند $-\infty$ بيانيا.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الاحداثيات.

5) احسب $f(-1)$ و $f(1)$ ثم انشئ (C).

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-f(x)$
اعتمادا على المنحنى (C) ، انشئ (γ) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

11

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+e^{x}$ ، و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

2) ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

3) احسب $f(0)$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ حسب قيم x.

4) شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب لـ (C) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ).

6) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C) عند النقطة O.

7) انشئ (Δ) ، (T) و (C) في نفس المعلم.

8) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=2x+m$.

12 DM

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{e^{x}+2}{e^{x}-1}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f(-x)+f(x)=-1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى المنحنى (C_f)

3) ارسم (C_f)

4) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=|f(x)|$

ا) اكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ حسب قيم x.

ب) ارسم في نفس المعلم (C_g) التمثيل البياني للدالة g اعتمادا على (C_f).

13

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$.
و (C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$. فسر النتائج بيانيا.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) بين ان النقطة $A(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C).

3) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة A.

4) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}-f(x)$

ا) بين انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{(e^{x}-1)^{2}}{4(1+e^{x})^{2}}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g ، ثم استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$

ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (T).
ماذا تمثل النقطة A في المنحنى (C).

د) ارسم (T) و (C).

14

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x-\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$ وليكن (C) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان الدالة f فردية.

2) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

3) ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x :
$f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^{x}+1}$ و $f(x)=x+1-\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}$

ب) استنتج ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب للمنحنى (C) عند $+\infty$
ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ).

ج) استنتج ان المستقيم (Δ') الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) عند $-\infty$
ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ').

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C) في نفس المعلم.

15 © |

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x) = e^x + x + 1$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) بين ان $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم استنتج تغيرات f على $\mathbb{R}$.

2) بين ان $f(\alpha) = \alpha + 1$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) عين معادلة المماس (d) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (d) و (C_f).

4) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ: (C_f) في جوار $+\infty$.

5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) ، ثم ارسم (d) و (Δ) و (C_f).

16

1) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = x + 2 - e^x$$

ا) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$)

ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[0; +\infty[$ ، ثم برر ان: $1.14 < \alpha < 1.15$

ج) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[0; +\infty[$.

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$
و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

ا) بين انه من اجل كل x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان: $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha + 1}$ ، ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-3}.

د) ارسم (C).

17 © |

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$
(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حدد معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

4) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) + f(-x) = 2$. و فسر النتيجة هندسيا.

5) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي1 ، يطلب كتابة معادلة له. 👁

6) احسب احداثي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسم كلا من (T) و (C_f).

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(3 - m)e^x = m + 1$.

18

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = (2 - x)e^x - 1$

1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) ا) ادرس تغيرات الدالة g.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β بحيث $-1.2 < \alpha < -1.1$ و $1.8 < \beta < 1.9$.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ (حيث العدد α المعرف في السؤال 3 الجزء I).

ب) عين حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.
(تدور النتائج الى 10^{-1}).

ج) ارسم (C_f).

19

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $f(x) + f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي x ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين ان المستقيم ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) احسب $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

4) أ) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-1.7 < \alpha < -1.6$

ب) من اجل اي قيمة للعدد الحقيقي k يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x) = k$.

5) ارسم (C_f) و مستقيميه المقاربين.

20

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
(ناخذ: $g(1-\sqrt{2}) = -0.25$ و $g(1+\sqrt{2}) = 1.43$)

2) أ) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان احدهما معدوم و الاخر α حيث: $-0.8 < \alpha < -0.7$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

2) أ) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.
(يرمز f' الى الدالة المشتقة للدالة f).

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.
(ناخذ: $f(\alpha) \approx -0.9$).

3) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب) مثل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f)

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2 + me^x = 0$

21 © |

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$ ، (C_f)
تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = e^x - x - 1$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) استنتج ان $g(x) \geq 0$ من اجل كل عدد حقيقي x

3) علل انه، من اجل كل عدد حقيقي x، $e^x - x > 0$

II) 1) أ) احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) فسر النتائج هندسيا

2) أ) احسب $f'(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها0.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (T).

ج) علل ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يطلب تعيين احداثيها

4) ارسم (T) و (C_f).

22

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + (x-1)e^x$.

1) احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كمايلي:

$$f(x)=x+(x-2)e^{x}$$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فان $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1.6<\alpha<1.7$

6) احسب $f(0)$ ، $f(1)$ ثم ارسم (Δ) ، (T) و المنحني (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

23

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(1-x)e^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;+\infty[$

3) تحقق ان $1.27<\alpha<1.28$ ، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{e^{x}+x+1}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ ، مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ') هو المستقيم ذو المعادلة $y=1$

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) بين ان $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5) ا) اثبت ان (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ 👁

ب) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة $M(-\alpha;0)$ موازيا للمستقيم (Δ) 👁

ج) اكتب معادلة (T)

6) ارسم (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=x+f(m)$

24

I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2x+4-4e^{x}$

ا) ادرس تغيرات الدالة g

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $-1.6<\alpha<-1.59$

ج) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2e^{x}-1}{2xe^{x}+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{e^{x}g(x)}{(2xe^{x}+1)^{2}}$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$ 👁

5) بين ان: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ 👁

6) ارسم المنحنى (C_f)

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة: $2mx-2+(m+1)e^{-x}=0$

25

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$

3) استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بين ان المستقيم (d) ذا المعادلة $y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

5) بين ان المنحنى يقبل نقطة انعطاف

6) بين ان $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$

7) ارسم (d) و (C_f) ، ناخذ $\alpha\approx -0.375$

III) (Δ_β) مستقيم معادلته $y=2x+\beta$ حيث β عدد حقيقي.

1) عين β حتى تكون (Δ_β) مماسا للمنحنى في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

2) ناقش بيانيا، حسب قيم العدد الحقيقي β ، عدد حلول المعادلة: $-\dfrac{x}{e^x}+1-\beta=0$

26

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=\frac{e^x-1}{xe^x+1}$$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) 1) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=xe^x+1$

ا) ادرس تغيرات الدالة h.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $h(x)>0$.

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$g(x)=x+2-e^x$$

ا) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β مع $\alpha>\beta$ ثم تحقق ان $1.14<\alpha<1.15$.

د) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) 1) احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتائج هندسيا.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) تحقق ان: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$.

ب) عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}.

4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) ا) تحقق ان $f(x)-x=\dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ حيث

$$u(x)=e^x-xe^x-1$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة u ثم استنتج اشارة $u(x)$.

ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C) بالنسبة الى المماس (T).

6) ارسم (T) و (C) .

(نقبل ان $-1.85<\beta<-1.84$ و $-1.19<f(\beta)<-1.18$)

27

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=ax+b-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

نرمز بـ (C_g) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- عين a و b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A(\ln 2;\ln 2)$ و يقبل عند النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$

2) احسب نهايتي الدالة عند $-\infty$ و $+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$

- استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

5) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها.

6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1.7<\alpha<-1.6$

7) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

- عين اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

القسم IV

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

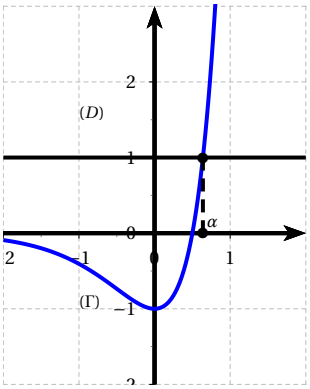
1 | شعبة علوم تجريبية

Tout le monde est un génie. Mais si vous jugez un poisson sur ses capacités à grimper à un arbre, il passera sa vie à croire qu'il est stupide.

Albert Einstein

28 © | علوم تجريبية - 2023 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \mapsto (2x-1)e^{2x}$
و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=1$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (Γ) و (D) (لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية، حدد وضعية (Γ) بالنسبة الى (D)

2) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2x-1)e^{2x}-1$
استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ ثم تحقق ان: $0.6<\alpha<0.7$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)(e^{2x}-1)$
(C_f) تمثيلها البيانيا في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

3) أ) بين انه : من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له

4) أ) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)
(ناخذ : $f(1.4)\approx 6.2$ و $f(\alpha)\approx -0.9$)

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين ان :

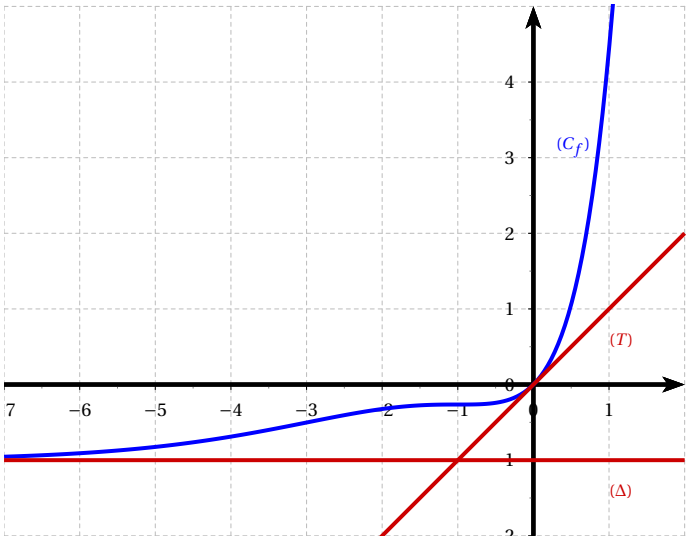
$$\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1)e^{2x}dx=\frac{3-2e}{4}$$

ب) استنتج، بالسنتمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$$y=-x+1 \text{ و } x=\frac{1}{2} \text{ ، } x=0$$

29 © | علوم تجريبية - 2022 - الموضوع الأول (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبين في الشكل المقابل



1) بقراءة بيانية : عين $f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}$ واعط معادلة للماس (T)

2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

3) بين ان $a=1$ و $b=-1$ اذا علمت ان $f(x)=(x^2+x)e^x+b$

4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

بين ان الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية انشاء (C_g) من (C_f) و انشئ (C_g)

30 © | علوم تجريبية - 2022 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-2x}-\frac{9}{2}e^{-x}-2x+4$$

، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنوسب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و بين ان $=+\infty$

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f'(x)=-\frac{1}{2}e^{-2x}(e^x-2)(4e^x-1)$$

ب) بين ان f متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-\ln 4]$ و $[\ln 2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-\ln 4;\ln 2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-2x+4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) انشئ (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) على المجال $[-1.9;+\infty[$

(ناخذ $f(-1.9)\approx 0$ و $f(-\ln 4)\approx -3.2$)

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$h(x)=-\frac{1}{2}e^{-2x}+\frac{9}{2}e^{-x}+2x-2$$

، (C_h) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين العددين الحقيقين a و b حيث، من اجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)=af(x)+b$

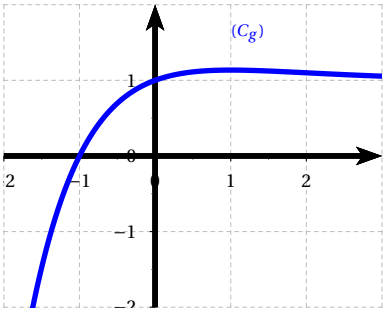
2) اشرح كيف يمكن انشاء (C_h) اعتمادا على (C_f) (لا يطلب انشاء (C_h))

31 © | علوم تجريبية - 2021 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=1+xe^{-x-1}$$

، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل)



1) احسب $g(-1)$

2) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x+1)e^{-x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(x)=x\left[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}\right]$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4) ا) بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$0.3 < \alpha < 0.4$ و $-1.9 < \beta < -1.8$

ب) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ :

$$h(x) = -|x| + (|x|-1)e^{|x|-1}$$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة h زوجية.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2;0]$:

$$h(x) = f(x)$$

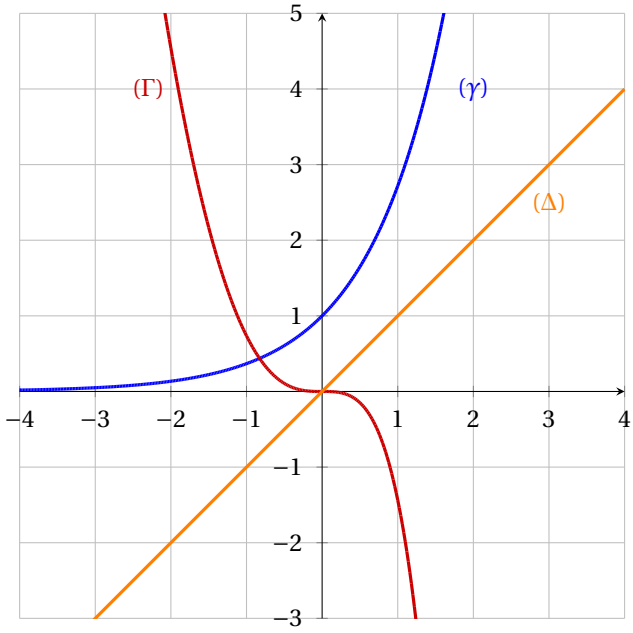
ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه

32 © | علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

ا) المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1) برر انه من اجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$

2) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما ان

$$g(0) = 0$$

II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون :

$$f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) اكتب معادلة المماس لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون:

$$f(x) - (2x+1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$$

ج) استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة الى (C_f) ؟

4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق ان: $-0.6 < \alpha < -0.5$

5) انشئ المماس (T) و المستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f)

33 © | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

تؤخذ وحدة الطول $2cm$

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x) = e^x - ex \quad \text{و} \quad f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g

ب) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f

3) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5) ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (يعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

6) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g)

7) h الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ كمايلي :

$$h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين ان h دالة زوجية.

ب) من اجل $x\in[0;2]$ احسب $h(x)+f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

34 DC | علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$g(x)=2+(x-1)e^{-x}$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta):y=2x+1$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) (ناخذ $f(\alpha)=0.8$).

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^x$.

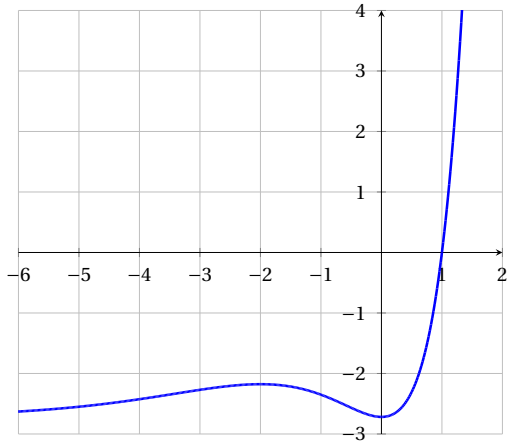
6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الاصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من اجل $x=1$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=3$ و $y=2x+1$.

35 © | علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).



- احسب $g(1)$.
- بقراءة بيانية عين اشارة $g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب النهايات الاتية: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بين ان المنحنى (γ) الذي معادلته: $y=e^{-x}-2$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (γ).

3) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا :

$$f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$$

4) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة : $x\mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

6) ليكن n عددا طبيعيا و $(A(n))$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (γ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^n$ و $x=-e^{n+1}$.
احسب العدد الحقيقي l حيث

$$l = A(0) + A(1) + \cdots + A(2016)$$

36 علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثمّ احسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$h(x) = 1 - xe^{1-x}$$

أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان: $h(x) \geq 0$ ، ثّم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T).

ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$-0.7 < \alpha < -0.6$$

ج) انشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

د) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$F(x) = 2x + (x^2+2x+2)e^{1-x}$$

تحقق ان F دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما:

$$x=0 \quad \text{و} \quad x=1$$

37 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2+x-1)e^{-x}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، احدهما معدوم و الاخر α حيث : $-1.52 < \alpha < -1.51$.

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = -x + (x^2+3x+2)e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $1cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$.
(حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.38$).

د) عين دون حساب: $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أ) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى للمستقيم (Δ).

ج) بين ان للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m-x)e^x + (x^2+3x+2) = 0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = x + f(x) \quad \text{و} \quad H(x) = (ax^2+bx+c)e^{-x}$$

1) عين الاعداد الحقيقية a,b و c حتى تكون الدالة H دالة اصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) أ) احسب التكامل التالي : $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

38 © | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.

1) أ) احسب $g'(x)$ من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$.

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$-1.38<\alpha<-1.37$$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين انه، من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$
(حيث f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين ان $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) انشئ المنحنى (C_f). (تعطى $f(\alpha)\approx 0.29$)

39 علوم تجريبية - 2015 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان: $0.36<\alpha<0.37$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$

ب) استنتج ان الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

5) انشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0.1$.

6) أ) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$$

ب) استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

40 DC | علوم تجريبية - 2013 - الموضوع الأول (5.06 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ،
و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\stackrel{<}{\to}1}f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

2) احسب $f'(x)$. بين ان الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α. باستعمال جدول القيم اعلاه جد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5) عين بيانيا مجموعة قيم الاعداد الحقيقية m التي من اجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الاشارة.

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	−0.005
0.23	−0.026
0.24	−0.048
0.25	−0.070

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $(g(x)=f(2x-1))$.
(عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) تحقق من ان: $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين ان:

$$g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$$

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقق من ان: $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة المستقيم (T).

41 علوم تجريبية - 2012 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$g(x)=1-xe^x$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب) تحقق ان $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كمايلي:

$$f(x)=(x-1)e^x-x-1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فان : $f'(x)=-g(x)$.

استنتج اشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) بين ان $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ).

5) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث

$-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$

ب) انشئ (Δ) و (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=(ax+b)e^x$

ا) عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x\mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) استنتج دالة اصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

42 علوم تجريبية - 2011 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=e^x-ex-1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا α.

د) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;2]$.

3) ا) احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب) اثبت ان: $A(\alpha)=\left(\dfrac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$

(ua هي وحدة المساحات).

43 علوم تجريبية - 2010 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب:

$y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ').

4) اثبت ان النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث:

$\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$.

44 علوم تجريبية - 2008 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كمايأتي $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي الى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و فسر هذه النتيجة بيانيا.
(نذكر ان $\lim\limits_{x\to-\infty} ue^{u}=0$).

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم انشئ جدول تغيراتها.

ج) بين ان المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثيها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) ارسم (C_g).

و) H الدالة العددية المعرفة على $[-2;+\infty[$ كماياتي:

$$H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$$

حيث α و β عددان حقيقيان.
عين α و β بحيث تكون H دالة اصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$
استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0.

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كماياتي:

$$k(x)=g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

45 R.O.C

الهدف من هذا التمرين هو اثبات ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$
لدينا المعطيات التالية :

- الدالة الاسية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتساوي دالتها المشتقة
- $e^0=1$
- من اجل كل عدد حقيقي x ، $e^x>x$
- لتكن الدالتين ϕ و ψ معرفتان على المجال $[A;+\infty[$ حيث A عدد حقيقي موجب.

اذا كان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[A;+\infty[$ ، $\psi(x)\le\phi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\psi(x)=+\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to+\infty}\phi(x)=+\infty$

1) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=e^x-\frac{x^2}{2}$$

بين انه من اجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $g(x)\ge 0$

2) استنتج ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

...

2 | شعبة تقني رياضي

46 تقني رياضي - 2023 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الجدول المقابل يمثل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = -1 + (2x-1)e^x$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	-1	↘	$g(-\frac{1}{2})$	↗	$+\infty$

1) اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$0.7 < \alpha < 0.8$$

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x+4+(2x-3)e^x$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+4$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج ان f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ) اثبت ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(ناخذ : $f(2)\approx 9.4$ و $f(\alpha)\approx 0.1$)

ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x+m$ حلين بالضبط

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = (-2x+5)e^x$

أ) تحقق ان F اصلية للدالة $x \mapsto (-2x+3)e^x$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات المقاربة التي معادلاتها

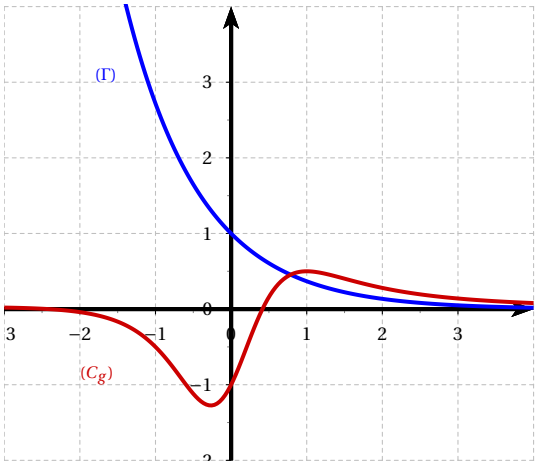
$x=0$ و $x=-1$ ، $y=-x+4$

47 تقني رياضي - 2022 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \frac{x^2+2x-1}{(x^2+1)^2}$

α فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و (Γ)

(كما هو مبين في الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة

$$g(x) - e^{-x}$$

2) تحقق حسابيا ان $0.7 < \alpha < 0.8$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x} - \frac{x+1}{x^2+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا.

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-e^{-x}]$ و فسر النتيجة بيانيا

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ)

4) ا) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

ب) انشئ (T) و (Γ) و (C_f) (ناخذ $f(\alpha)\approx -0.6$)

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)-m=0$

5) علما انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;0]$:

$$\frac{1}{2}x+1\le\frac{1}{x^2+1}\le\frac{5}{4(1-x)}$$

ا) عين حصرا للعدد I حيث: $I=\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2+1}$

ب) احسب J حيث : $J=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}$ ثم استنتج حصرا لـ A ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (Γ) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=-1$ و $x=0$

48 تقني رياضي - 2021 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x^2-5+e^{x-1}$$

1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.71<\alpha<1.72$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x اشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+1+(-x^2-2x+3)e^{1-x}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)e^{1-x}$

ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ و متناقصة تماما على $[0;\alpha]$

ج) بين ان : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)

3) بين ان (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة (T))

4) ا) بين ان (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1+\sqrt{6})$

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C)

(ناخذ $f(\alpha\approx 1.1)$ ، $f(\sqrt{5})\approx 1.4$ و $f(1+\sqrt{6})\approx 3.1$)

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ :

$$h(x)=-x+1+(-x^2+2x+3)e^{1+x}$$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$:

$$h(x)=f(-x)$$

ب) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

49 DC | تقني رياضي - 2020 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^2$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$

ب) ادرس اشارة $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ج) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-\frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل مماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف تعيينها.

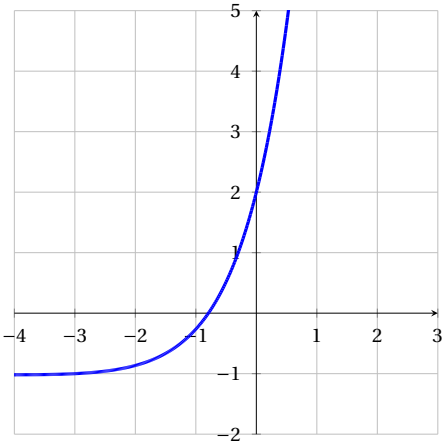
5) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى البياني (C_f).

6) ليكن m وسيطا حقيقيا. عين مجموعة قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

50 تقني رياضي - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(x+3)e^x-1$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بقراءة بيانية



1) حدد اشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

2) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق ان : $-0.8<\alpha<-0.7$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)(e^x-1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ)

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة h زوجية

ب) تاكد انه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فان :

$$h(x)=f(x-2)+1$$

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3;3]$

51 تقني رياضي - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to\leq1}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$:

$$f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$$

و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ :

$$h(x)=e^{-x}+x-1$$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq0$

4) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T). فسر النتيجة بيانيا.

5) اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$

6) ا) بين انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$.

ب) تحقق انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$

ثم بين ان : $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0}f(x)<e-1$

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ،

حيث $x\in[-2;1[$

52 DC | تقني رياضي - 2017 - الدورة الإستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

ا) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=1-2xe^{-x}$.

- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين ان : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له

4) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.

- احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim_{\alpha\to+\infty}$.

53 تقني رياضي - 2015 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $g(x)=(x+2)e^x-2$

1) احسب : $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، ثم احسب

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$

ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) أ) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث :

$0.92<\alpha<0.93$ و $-1.56<\beta<-1.55$

ب) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$

4) أ) بين ان الدالة : $x\mapsto xe^x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ ، $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)أ)).

ج) جد حصرا للعدد A.

54 تقني رياضي - 2014 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان $1.27<\alpha<1.28$

ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة الى (T)

ج) ارسم (T) و (C_f)

4) عين قيم العدد الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و تمثيلها البياني.

أ) بين ان الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث a ، b عددان حقيقيان.

عين a ، b حتى يكون : من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=f(x)$

55 DC | تقني رياضي - 2013 - الموضوع الثاني (5.07 نقطة)

I الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(x-1)e^x$

1) ادرس تغيرات g

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x\geq 0$

II الدالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x}\ ;\ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1) أ) بين ان f مستمرة على $[0;+\infty[$

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) تحقق انه، من اجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{1+(x-1)e^x}{x^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

III n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ ، f_n الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :

$$f_n(x)=\frac{e^x-1}{x}+n\ln x$$

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\x>0}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1})

4) بين ان جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين احداثيتها.

5) ا) بين انه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0.3;0.4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$

ب) بين انه، من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فان : $f_n(\alpha_1)<0$ ، ثم برهن انه يوجد عدد حقيقي α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$

6) 1) بالاعتماد على الجزء II ، بين انه من اجل كل x من $]0;1]$: $\frac{e^x-1}{x}\leq e-1$

2) استنتج انه، من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $\ln(\alpha_n)\geq\frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha\geq e^{\frac{1-e}{n}}$

3) جد نهاية المتتالية (α_n)

56 تقني رياضي - 2012 - الموضوع الاول (07 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث : $1.59<\alpha<1.60$

3) استنتج اشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) بين ان (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$$

ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x ، اشارة $f(x)$

3) ا) بين ان : $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

ج) ارسم (C_f).

4) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة : $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=[f(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج اشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h.

57 تقني رياضي - 2011 - الموضوع الثاني (5.07 نقطة)

1) f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) ادرس تغيرات الدالة f.

3) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

4) بين ان للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة للماس (C_f) عندها

5) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x)=f(x)-x$$

ا) ادرس تغيرات الدالة g.

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$2.7<\alpha<2.8$$

6) ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

ب) ارسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ و المنحنى (C_f)

7) (u_n) المتتالية المعرفة كمايلي : $u_0=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

ا) باستخدام (C_f) و المستقيم (Δ) مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $1\leq u_n<\alpha$

ج) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما

د) استنتج ان (u_n) متقاربة و بين ان : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\alpha$.

58 تقني رياضي - 2010 - الموضوع الاول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2) احسب نهاية الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها.

3) بين ان f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4) ا) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$. بين ان (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث

$$0.9<x_0<0.91 \text{ و } -1.66<x_1<-1.65$$

ج) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$$f(x)+f(-x)$$

فسر النتيجة هندسيا.

د) ارسم (D) و (D') و (C_f)

هـ) m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة

$$y=x+m$$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة :

$$f(x)=x+m$$

5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي :

$$g(x)=[f(x)]^2$$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

59 DC | تقني رياضي - 2009 - الموضوع الاول (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $f(x)+f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

2) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3) بين ان المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث

$$-1.7<\alpha<-1.6$$

5) ارسم (C_f) من اجل $x\in\mathbb{R}$

6) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

7) احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات :

$$y=x+2 \text{ ، } x=0 \text{ و } x=\alpha$$

بين ان $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$.

...

3 | شعبة رياضيات

Quoi que tu rêves d'entreprendre, commence-le.
L'audace a du génie, du pouvoir, de la magie.

Johann Wolfgang von Goethe

60 رياضيات - 2023 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(6x-3)e^{-2x}$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) ا) اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.2<\alpha<0.3$

ب) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-3xe^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(-x)$

ب) استنتج ان f متزايدة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متناقصة تماما على $[-\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) اثبت ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$
(ناخذ: $f(0.25)\approx 0$ ، $f(-1.3)\approx 0$ و $f(-\alpha)\approx 1.2$)

ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين بالضبط

4) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب العدد الحقيقي $\int_{-\alpha}^{0}xe^{2x}dx$

ب) استنتج بالسنتمتر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=x+1$ ، $x=-\alpha$ و $x=0$

ج) تحقق ان $A=2\left(\frac{4\alpha-1}{2\alpha-1}\right)$

61 رياضيات - 2022 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;1[$ كمايلي: $f(x)=\frac{e^x-x^2}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $e^x-x>0$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;1[$ ،

$$f'(x)=\frac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x-1$

4) اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث

$$-0.8<\alpha<-0.7$$

ب) انشئ (T) ، (Δ) و (C)

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة: $\frac{e^x-x^2+x-1}{x-1}=mx$

7) g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=\dfrac{|e^x-x^2|}{x-1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

- اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم انشئ (C_g)

62 رياضيات - 2021 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-3)e^x+3$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق :

$$1.53<\alpha<1.54$$

ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)

ج) بين ان (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق : $2.03<\beta<2.04$

د) بين ان (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ) (لا يطلب كتابة معادلة لـ (T) و (T'))

4) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C) على $\left]-\infty;1+\sqrt{2}\right]$

(ناخذ : $\alpha\approx1.53$ ، $f(\alpha)\approx-2.3$ ، $f(\sqrt{3})\approx-2.1$

و $f(-\sqrt{3})\approx-3.2$)

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$h(x)=f[\ln x]$$

أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

63 DC | رياضيات - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كمايلي : $g(x)=-2e^x$ و $h(x)=x(e^x+1)$ حدد اشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ :

$$f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2.$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty;0]$:

$$f'(x)=h(x)+g(x)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$

2) احسب $f(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق ان: $-1.5<\alpha<-1.4$

4) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto\frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f)

ج) انشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

5) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

64 رياضيات - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

3) أ) احسب $f_k'(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من اجل k عدد حقيقي موجب تماما.

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الاوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1})

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) أ) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما α حيث : $-1.28<\alpha<-1.27$

ب) عين قيم العدد الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

3) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+1)e^{-2x}$

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$$

ثم استنتج دالة اصلية لـ g على $\mathbb{R}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

65 رياضيات - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$$

1) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$$

و استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.9<\alpha<1$ ، و استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$

ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{-\frac{1}{x}}-x\right)=-1$ (يمكن وضع $t=-\frac{1}{x}$) ثم استنتج ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

ب) تحقق ان $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f). ناخذ ($f(\alpha\approx1.73)$)

5) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث :

$$u_n=\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{n^2}{n+1}$$

أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بين ان المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول u_1

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n=\left(\frac{1}{2}f(1)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)+\cdots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right)$$

66 رياضيات - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=1cm$.

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$.
(C) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) اثبت ان المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C).

II) ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$
وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) اثبت ان جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين احداثيها.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_m و استنتج قيم m التي من اجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m=1-m$
اثبت انه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فان M_m ينتمي الى منحن يطلب تعيين معادلة له.

4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m\neq2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m).

5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (C_3) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب :
$\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$

67 رياضيات - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

ب) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2.

3) h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=x^2e^{-x+2}-4$$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج اشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (T) على المجال $[0;+\infty[$.

4) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

5) نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $(E)\ldots f(x)=m(x-2)$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

اعتمادا على السؤال رقم (1) ، شكل جدول تغيرات الدالة g.

68 رياضيات - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) ϕ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$\phi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\phi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\phi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ϕ ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $\phi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق ان : $2.79<\alpha<2.80$

3) استنتج اشارة $\phi(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=(2x-1)e^{-x+1}\quad\text{و}\quad g(x)=\frac{2x-1}{x^2-x+1}$$

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x)-g(x)=\frac{(2x-1)\phi(x)}{x^2-x+1}$$

ب) ادرس اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g)

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=1$ و $x=2$

III) 1) احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. اعط تخمينا لعبارة $f^n(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

($f^{(x)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f)

2) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=(-1)^n[2x-(2n+1)]e^{1-x}$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كمايلي : $u_n=f^n(1)$

ا) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع : u_k+u_{k+1}

ب) استنتج بدلالة n ، المجموع : $u_1+u_2+\cdots+u_{2n}$

69 رياضيات - 2015 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ: $f(0)=0$ و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار

2) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) ا) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له.

5) g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\frac{f(x)}{x}$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

ج) انشئ المنحنى (C_f).

7) (u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0=-3$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<0$

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) بين ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

8) m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب) باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$

70 رياضيات - 2014 - الموضوع الأول (06 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين ان المعادلة: $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث

$$-1.2<\alpha<-1.1 \text{ و } 1.8<\beta<1.9$$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

5) λ عدد حقيقي اكبر او يساوي 1.

أ) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث :

$$a(\lambda)=\int_1^{\lambda}[f(x)-1]\,dx$$

ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ الى $+\infty$.

71 رياضيات - 2013 - الموضوع الأول (06 نقاط)

I) 1) الدالة u معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$u(x)=e^x-3x+4-e$$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة u.

ب) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

$$e^x-e>3x-4$$

2) الدالة v معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$$

أ) بين ان: $v'(1)=0$. (يرمز v' الى الدالة المشتقة للدالة v)

ب) اثبت انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\le 0$

ج) استنتج، انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\frac{-1+\ln x}{x^2}\le 3x-4$

3) اثبت انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}>0$

II) الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى (C_f) على المجال $\left]0;\frac{5}{2}\right]$.

(ناخذ: $f(2)\approx 2.3$ ، $f(1.64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5.75$).

4) احسب مساحة الجيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما

$$x=2 \text{ و } x=\frac{1}{2}$$

72 رياضيات - 2012 - الموضوع الأول (08 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2-xe^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان: $0.8<\alpha<0.9$

3) عين، حسب قيم x ، اشارة $g(x)$

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{2x+2}{e^x+2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين ان المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$
، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) بين ان : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

6) ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

III) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n<\alpha$

2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 و u_2 ، ثم خمن اتجاه تغير (u_n).

3) برهن ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

73 رياضيات - 2011 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=(3x+4)e^x$$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فان :
$f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$ حيث : f' ، f'' ، ... ، $f^{(n)}$
المشتقات المتتابعة للدالة f

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية : $y''=(3x+16)e^x$

2) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب) بين ان ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

4) ا) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t\,dt$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\frac{4}{3}$
احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
$y=0$ ، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

74 رياضيات - 2010 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(3-x)e^x-3$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين احدهما معدوم والاخر α حيث : $2.82<\alpha<2.83$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O

2) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين انه من اجل $x\neq 0$ فان : $f'(x)=\frac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

ج) تحقق ان $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له.

د) انشئ جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $f(x)+x^3$ و استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$
بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]$ وفسر النتيجة هندسيا.

4) انشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f)

75 رياضيات - 2008 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) بين ان C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω.

- اثبت ان ω مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

- استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

4) بين ان C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.77;-2.76[$.

- احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيمه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

C_g منحنى الدالة g.

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $g(x) = f(-x)$.

- استنتج انه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f الى C_g

2) انشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g)

...

القسم V

مواضيع بكالوريات أجنبية

76 بكالوريا المغرب - 2019 - الدورة الاستراكية

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = 2 + 8(\frac{x-2}{x})^2 e^{x-4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) تحقق ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب) تحقق ان : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} = +\infty$ ، فسر النتيجة هندسيا

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) ا) بين انه من اجل كل x غير معدوم،

$$f'(x) = \frac{8(x-1)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$$

ب) ادرس اشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) انشئ (C_f)

5) ا) بين ان الدالة $x \mapsto \frac{1}{x}e^{x-4}$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$ على المجال $[2;4]$

ب) تحقق ان : $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32\frac{(x-1)}{x^2}e^{x-4}$

ج) احسب التكامل : $\int_2^4 e^{x-4}dx$

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين التي معادلتيهما :

$$x = 4 \text{ ، } x = 2$$

II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[2;4]$ بـ:

$$g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$$

1) ا) احسب $g(4)$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $[2;4]$ ،

$$g(x) = -(x-4)^2 e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$$

ج) تحقق انه لكل x من المجال $[2;4]$ ، $e^{x-4} - 1 \leq 0$. ثم استنتج ان لكل x من المجال $[2;4]$: $g(x) \leq 0$

2) ا) تحقق انه من اجل كل من المجال $[2;4]$ ،

$$f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$$

ب) استنتج انه من اجل كل x من المجال $[2;4]$: $f(x) \leq x$

3) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ، و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ،

$$2 \leq u_n \leq 4$$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج انها متقاربة

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n)

77 بكالوريا المغرب - 2007 -

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$e^{-x} + x \geq 1$$

II) نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي: $f(x) = \frac{x}{e^{-x}+x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ (استعمل نتيجة السؤال 2)-I)

2) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

ب) ادرس اشارة $f'(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

4) ا) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة O مبدأ المعلم

ب) تحقق ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $x - f(x) = \frac{x.g(x)}{g(x)+1}$ ، ثم ادرس اشارة $x - f(x)$ على $\mathbb{R}$

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$

5) انشئ كلا من (Δ) و المنحنى (C_f)

78 بكالوريا تونس - 2017 -

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (1+x^2)e^{-x}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

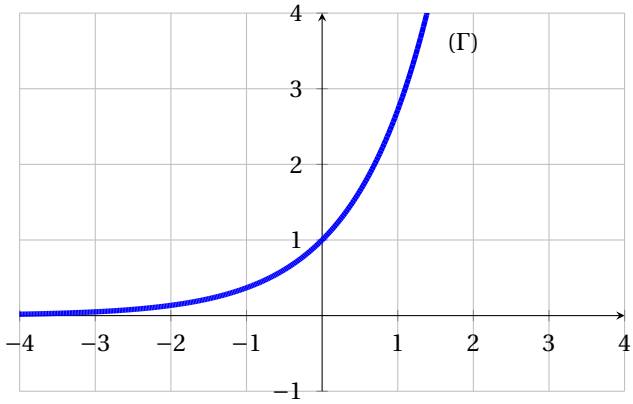
2) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -(x-1)^2 e^{-x}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) اكتب معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) عند النقطة J ذات الفاصلة 0

ب) لتكن A و B نقطتان من المنحنى (C) فاصلتهما 1 و 3 على الترتيب.
بين ان النقطتين A و B نقطتي انعطاف للمنحنى (C)

4) في الشكل (1): (Γ) يمثل المنحنى البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ للدالة g و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x$
E و F نقطتان من المنحنى Γ فاصلتها (-1) و $(\ln 10-3)$ على الترتيب و G نقطة من المستوي احداثياها $(0;1-6e^{-3})$



ا) عبر عن $f(1)$ بدلالة $g(-1)$ و عن $f(3)$ بدلالة $g(-3)$

ب) انشئ كلا من النقطتين A و B في الشكل (1) (لاحظ ان : $(10g(-3)=g(\ln 10-3)$)

5) ا) لتكن K نقطة من المستوي احداثياها $(\frac{11}{2};0)$
بين ان المستقيم (BK) يمس المنحنى (C) في النقطة B

ب) ارسم المنحنى (C) في الشكل (1) و المماسات للمنحنى (C) عند كلا من A ، J و B

79 بكالوريا تونس - 2016 -

1) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2e^x$

ا) بين ان g متزايدة تمام على المجال $]0;+\infty[$

ب) قارن بين x و $\frac{1}{x}$ في المجال $]0;1[$ و في المجال $]1;+\infty[$

ج) استنتج انه اذا كان $x\in]0;1[$ فان $g(x)<g\left(\frac{1}{x}\right)$ و اذا كان $x\in]1;+\infty[$ فان $g(x)>g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة f و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$f(x)=(x^2-2x+2)e^x+e^{\frac{1}{x}}$ و نرمز بـ: (C_f) الى منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوي.
احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ وفسر النتيجة الاولى بيانيا.

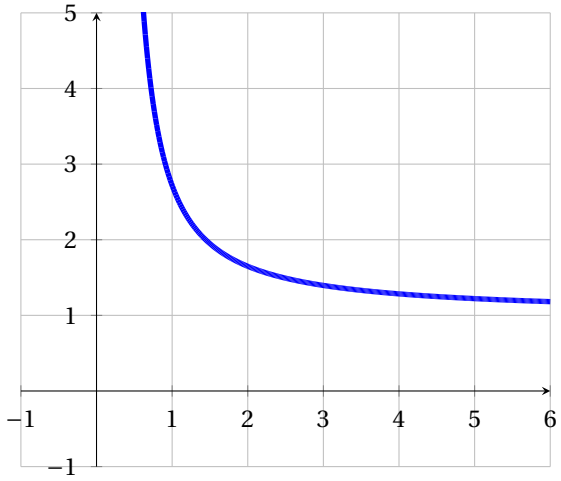
3) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان:
$$f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب) احسب $f'(1)$: ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) في آخر التمرين، مثلنا المنحنى (C_h) للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}$

ا) بين ان (C_f) فوق (C_h).

ب) انشئ المنحنى (C_f) في نفس المعلم
(تعطى $f(1.5)\approx 7.55$)



80 بكالوريا تونس - 2008 -

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$. نسمي (C) تمثيلها البياني.

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) اكمل دراسة تغيرات f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]\ln 2;1[$ يحقق $f(\alpha)=0$ ثم اثبت ان $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$

د) اكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة $A(\alpha;f(\alpha))$.

2) ا) ليكن x من $\mathbb{R}^*$ ، احسب $f(-x)+f(x)$ ثم اعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$. ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ج) انشئ (T) و (C) في المعلم السابق ، نأخذ $\alpha\approx 0.8$

3) هل توجد مماسات للمنحنى (C) تعامد المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ؟ برر جوابك.

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(m-1)=me^x$

5) g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث: $g(x) = -x + \frac{e^x}{e^x - 1}$
- بين ان $g(x) = f(-x)$ ثم ارسم (C_g).

81 بكالوريا فرنسا - 2014 -

لتكن f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = e^x \text{ و } g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - 1.$$

(C_f) و (C_g) هما التمثيلان البيانيان الممثلان للدالة f و الدالة g في معلم متعامد و متجانس.

1) بين ان المنحنيين (C_f) و (C_g) يقبلان نقطة مشتركة ذات الفاصلة 0 وان لهما نفس معادلة المماس (Δ) يطلب تعيينها عند نفس النقطة.

2) لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$

3) احسب نهاية الدالة h عند $-\infty$

4) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$h(x) = x\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} - 1 - \frac{2}{x}\right)$$

. استنتج نهاية الدالة h عند $+\infty$

5) من اجل كل عدد حقيقي x ، احسب $h'(x)$ و ادرس اشارتها تبعا لقيم x (حيث h' هي الدالة المشتقة للدالة h).

6) شكل جدول تغيرات الدالة h

7) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $2e^{\frac{x}{2}} - 1 \geq x + 1$

8) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_g) و المماس (Δ)

9) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g)

10) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمات $x = 0$ و $x = 1$.

82 بكالوريا فرنسا - 2012 -

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x(e^x - e) + e - 2$$

نسمي C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة: $\|\vec{i}\| = 4cm$ ، $\|\vec{j}\| = 2cm$)

I) 1) احسب $f'(x)$ ثم $f''(x)$

2) ادرس اشارة $f''(x)$ ، ثم استنتج تغيرات f' على $\mathbb{R}$

3) بين ان المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.5; 0.6[$ ، ثم استنتج اشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

4) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f (تعطى $f(\alpha) \approx 0.2$)

II) 1) اثبت ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y = -ex + e - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

2) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى مستقيم (D).

3) بين انه يوجد مماس (Δ) للمنحنى C_f يوازي المستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له.

4) انشئ كلا من (Δ) و (D) ، ثم المنحنى C_f على المجال $]-\infty; 1.5]$ (تعطى $f(1.5) \approx 3.36$)

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m + 2 - e)e^{-x} = x$

83 بكالوريا فرنسا - 2007 -

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{xe^x}{e^x - 1} & ;x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ا) اثبت ان النهاية: $\lim_{x \to 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$

ب) ادرس استمرارية الدالة f عند 0

3) ا) برهن انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x \geq x + 1$

ب) بين انه من اجل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x . g(x)}{(e^x - 1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها.

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذالمعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

5) ارسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) ا) x عدد حقيقي غير معدوم، نعتبر النقطتين $M(x; f(x))$ و $M'(-x; f(-x))$ من المنحنى (C_f).
عين معامل توجيه المستقيم (MM')

ب) اذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ، ماذا تعني النتيجة السابقة؟

84 بكالوريا فرنسا - 2002 -

الجزء الاول

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الرسم $2cm$)

1) ادرس شفعية الدالة f. ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

4) انشئ المنحنى (C_f).

الجزء الثاني

لتكن النقطة A من المستوي ذات الاحداثيات $(1;0)$.

1) M نقطة ذات الفاصلة x من المنحنى (C_f). احسب بدلالة x المسافة AM

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)^2+\dfrac{(e^x-e^{-x})^2}{4}$

ا) احسب $g'(x)$. (يرمز f' الى الدالة المشتقة للدالة f).

ب) لتكن g'' المشتقة الثانية للدالة g. احسب $g''(x)$.
اثبت انه من اجل كل ء حقيقي : $g''(x)=e^{2x}+e^{-2x}+2$.

ج) استنتج تغيرات الدالة g' على $\mathbb{R}$

د) برهن انه يوجد عدد حقيقي α ينتمي الى المجال $[0;1]$ يحقق $g'(\alpha)=0$.
اثبت انه : $0.46\le\alpha\le 0.47$.
استنتج حسب قيم x اشارة $g'(x)$.

هـ) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$. استنتج القيم الحدية الصغرى للدالة g

و) برهن ان المسافة AM اصغر ما يمكن عند النقطة M_α ذات الفاصلة α

ز) باستعمال تعريف α اثبت صحة المساواة $\alpha-1=-\dfrac{1}{2}f(2\alpha)$ ثم : $g(\alpha)=\dfrac{1}{4}[f(2\alpha)]^2+[f(\alpha)]^2$.
استعمل تغيرات الدالة f و $0.46<\alpha<0.47$ لايجاد حصر لـ $g(\alpha)$ ، ثم استنتج حصرا للمسافة AM_α سعته 2.10^{-2}

85 بكالوريا فرنسا - 2013 -

I) لتكن الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2e^x-1$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) اثبت انه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[0;+\infty[$ بحيث $g(\alpha)=0$
- تحقق ان α ينتمي الى المجال $[0.703;0.704]$

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=e^x+\frac{1}{x}$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) اثبت ان الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى هي العدد الحقيقي $m=\dfrac{1}{(\alpha)^2}+\dfrac{1}{\alpha}$

5) تحقق ان $3.43<m<3.45$

86 بكالوريا المغرب - 2016 -

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^x$$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1cm$)

I) 1) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}=-\infty$

ب) بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

2) ا) بين ان $f'(x)=2(e^x-1)^2$ لكل من $\mathbb{R}$

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (لاحظ ان $f'(0)=0$)

ج) بين انه يوجد حقيقي وحيد α من المجال $]1;\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$

3) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4;+\infty[$

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة احداثيها هو $(0;-5)$

ج) انشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ (ناخذ $\ln 4\approx 1.4$ و $\alpha\approx 1.3$)

4) ا) بين ان $\displaystyle\int_0^{\ln 4}(e^{2x}-4e^x)dx=-\frac{9}{2}$

ب) احسب، بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ومحور التراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 4$

II) 1) حل المعادلة التفاضلية $(E):y''-3y'+2y=0$

2) حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0)=-3$ و $g'(0)=-2$

87 بكالوريا تونس - 2014 -

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^x}$ (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم متعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-\dfrac{(2+e^{-x})}{(1+e^{x})^2}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ا) اكتب معادلة المماس (T) للمحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) باستعمال جدول الاشارة المقابل حدد وضعية المنحنى (C_f) مع المستقيم (T)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)+\frac{3}{4}$		$-$	0	$+$	

ج) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4) ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما، نرمز بـ A_λ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=0$ و $x=0$ و $x=\lambda$

ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x)=e^{-x}-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$$

ب) بين انه $A_\lambda=-e^{-\lambda}+\ln(1+e^{-\lambda})+1-\ln 2$

ج) احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$

88 بكالوريا تونس - 2015 -

ا) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;\pi[$ بـ : $f(x)=e^{\sin x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $x=\dfrac{\pi}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

ج) لتكن (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

برر ان (T) يقبل معادلة من الشكل $y=x+1$

2) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[0;1]$ بـ :

$$g(x)=e^{x}\sqrt{1-x^2}-1$$

الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	0		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		1
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↗	$g\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	↘	-1

ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;1[$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[0;1]$

3) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ بـ :

$$h(x)=e^{\sin x}-(x+1)$$

ا) تحقق ان من اجل كل $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ ،

$$h'(x)=g(\sin x)$$

ب) بين انه يوجد عدد حقيقي β من المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ يحقق : $\sin\beta=\alpha$

ج) حدد صورة المجالين $[0;\beta]$ و $\left[\beta;\dfrac{\pi}{2}\right]$ بواسطة الدالة $x\mapsto\sin x$

د) شكل جدول تغيرات الدالة h

هـ) استنتج انه من اجل كل x من المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ ، $f(x)\geq x+1$

II) 1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ ،

$$\sin x\leq x$$

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ ، $f(x)\leq e^{x}$

2) ا) بين ان :

$$\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx\leq e\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \text{ و } \int_0^1 f(x)dx\leq e-1$$

ب) ليكن A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمات ذو المعادلة : $x=0$ و $x=\pi$

- بين ان $\dfrac{\pi^2}{4}+\pi\leq A\leq e\pi-2$

89 بكالوريا تونس - 2020 -

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2+e^{-x}$

1) احسب $g'(x)$ وذلك من اجل كل $x\in\mathbb{R}$

في الشكل ادناه جدول تغيرات الدالة g'

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	$-\infty$	$+\infty$

ا) بين ان المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β على $\mathbb{R}$ يحقق $0.3<\beta<0.4$

ب) حدد اشارة $g'(x)$

ج) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{g(x)}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان $g'(x)$ و $f'(x)$ من نفس الاشارة

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x>0$ ،

$$f(x)-x=\frac{e^{-x}}{f(x)+x}$$

ج) بين ان المستقيم Δ ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

د) بين ان (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

4) ا) شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) ارسم المنحنى (C_f) (ناخذ $\beta\approx 0.35$)

5) ا) ليكن n عدد طبيعي اكبر او يساوي 2. a_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات ذو المعادلة : $x=1$ و $x=n$

ب) بين ان المتتالية (a_n) متزايدة

ج) ليكن $n\geq 2$ ، بين انه من اجل كل $x\in[1;n]$ ،

$$\frac{e^{-x}}{n+f(n)}\leq f(x)-x\leq\frac{e^{-x}}{1+f(1)}$$

د) استنتج انه من اجل $n\geq 2$ ،

$$\frac{e^{-1}-e^{-n}}{n+f(n)}\leq a_n\leq\frac{e^{-1}-e^{-n}}{1+f(1)}$$

هـ) بين ان المتتالية (a_n) متقاربة

90 بكالوريا تونس - 2023 -

لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=e^{-\frac{1}{x+1}} & x>1 \\ f(-1)=0 \end{cases}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين ان f مستمرة على يمين -1

2) بين ان $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{f(x)}{x+1}=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) تحقق انه من اجل كل $x>-1$ ، $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}f(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بين ان المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[0.4;0.6]$

5) انشئ المنحنى (C_f)

6) ليكن $\lambda>0$ ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=\lambda$

(ا) بين انه من اجل كل $u\geq 0$ ،

$$1-u\leq e^{-u}\leq 1-u+\frac{u^2}{2}$$

(ب) بين ان :

$$\lambda-\ln(\lambda+1)\leq A(\lambda)\leq\lambda-\ln(\lambda+1)+\frac{\lambda}{2(\lambda+1)}$$

(ج) استنتج $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}\frac{A(\lambda)}{\lambda}$

7) ليكن (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_0^{\alpha}\frac{f(x)}{(x+1)^{n+2}}dx$

ا) احسب u_n

ب) بين ان $0\leq u_n\leq\frac{\alpha}{n+1}$ ، $n\geq 0$

ج) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

د) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين انه من اجل كل $n\geq 1$

$$u_n=\frac{\alpha}{(\alpha+1)^n}-\frac{1}{e}+nu_{n-1}$$

هـ) بين ان المتتالية (nu_n) متقاربة و اعط نهايتها

...

القسم VI

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

4 | شعبة علوم تجريبية

91 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2023 - دورة جوان ،الموضوع الأول (07 نقاط)

الجزء الاول : g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=\frac{1}{2}-\frac{1+2x}{2e^{2x}}$$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني : f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(1+x)e^{-2x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

4) ا) بين ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=g(x)$ حيث f' الدالة المشتقة للدالة f

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة الانعطاف يطلب تعيين احداثيها

5) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-0.9<\alpha<-0.8$

6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $1+x=me^{2x}$

8) لتكن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x)=(ax+b)e^{-2x}$ حيث a و b عددان حقيقيان

ا) عين a و b بحيث تكون H دالة اصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^{-2x}$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها

$$y=\frac{1}{2}x \text{ و } x=0 \text{ ، } x=\alpha$$

92 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2022 - دورة جوان ،الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$ ، (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستو المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول هي $2cm$

1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :
$f(-x)+f(x)=2$ ، ثم استنتج ان (C_f) يقبل النقطة A كمركز التناظر يطلب احداثيها

ب) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :
$f'(x)=\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=f(x)-(x+1)$

1) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $g'(x)=-\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

2) عين اتجاه تغير الدالة g ، احسب $g(0)$ ثم حدد اشارة $g(x)$

3) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (T)

4) ا) بين ان : $f(x)=x$ اذا وفقط اذا كان : $g(x)=-1$

ب) استنتج ان المستقيم D ذا المعادلة : $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها α حيث :

$$2<\alpha<3$$

5) انشئ المماس (T) ، المنحنى (C_f) و مستقيميه المقاربين.

6) m وسيط حقيقي، عين بيانيا قيم m حتى تقبل المعادلة : $f(x)=mx+1$ حلان مختلفان في الاشارة و حل معدوم.

III) 1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون :
$f(x)=\dfrac{4e^x}{e^x+1}-1$ ، ثم استنتج دالة اصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$

2) احسب بـ : cm^2 مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (D) و حامل محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=1$

93 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2021 - دورة جوان ،الموضوع الأول (06 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=2+(x-2)e^{-x+2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$$1.14<\alpha<1.15$$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x-1-(x-1)e^{-x+2}$ ، (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=2cm$

1) ا) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين ان : $f(\alpha)=2\alpha+1\dfrac{2}{\alpha-2}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

2) ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y=2x-1$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تحديد معادلة له

د) احسب كلا من : $f(0)$ و $f(2)$ ، ثم انشئ : (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f)

3) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $2m-1-(x-1)e^{-x+2}=0$ حلين متمايزين.

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=(x-1)e^{-x+1}$

1) باستعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الاصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم عند 0

2) ليكن λ عددا حقيقيا حيث : $\lambda>1$ ، $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=\lambda$ و $x=1$

- احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ، ثم احسب : $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$

94 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2020 - دورة سبتمبر ،الموضوع الثاني (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}.$$

نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $2cm$)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1) ادرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

2) احسب الدالة المشتقة g' وعين اشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

3) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ثم علل ان $0.35<\alpha<0.36$

4) استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$

II) 1) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) من اجل كل عدد حقيقي x احسب $f'(x)$

3) استنتج باستعمال الجزء أ تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

4) ا) برهن ان $f(\alpha)=\alpha(1+2e^{-\alpha})$

ب) باستعمال حصر العدد α عين حصرا لـ $f(\alpha)$

5) برهن ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب لـ (C) بجوار $+\infty$ ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ)

6) اعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0

7) ارسم (Δ) ، (T) ثم (C).

95 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2e.e^{\frac{-x}{2}}-e^{-x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f (لاحظ أن $f(x)=e^{\frac{-x}{2}}\left(2e-e^{-\frac{x}{2}}\right)$)

2) أثبت أن (C) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.

3) أ كتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) عين احداثي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5) ارسم المماس (D) ثم المنحنى (C).

6) λ عدد حقيقي اكبر تماما من -2.

ا) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=-2$ ، $x=\lambda$ و $y=0$

ب) عين قيمة λ التي من أجلها يكون $S(\lambda)=2e+1$.

ج) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m^2$.

96 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

ا) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^x-2$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين احدهما معدوم و الاخر $1.5<\alpha<1.6$.

ب) عين اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{e^x-1} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) برهن ان الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

2) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 0 ثم اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C) عند المبدأ O.

3) ا) برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ و فسر النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x\neq 0$:

$$f'(x)=\frac{x.g(x)}{(e^x-1)^2}$$

ج) تحقق من ان: $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ثم اوجد حصرا لـ $f(\alpha)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f.

4) ا) احسب $f(x)+x^2$ و استنتج وضعية (C) بالنسبة الى (Γ) الذي معادلته : $y=-x^2$.

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^2]=0$ و فسر النتيجة بيانيا.

5) ارسم (Δ) و (Γ) ثم انشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

97 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2016 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=(2x+1)e^{-x}+1$$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث:
$\alpha\in]-0.74;-0.73[$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=(-2x-3)e^{-x}+x$$

، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) بين ان المستقيم (d) الذي معادلته: $y=x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) ا) اثبت انه من اجل كل x من: $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان $f(\alpha)=\alpha+1+\dfrac{2}{2\alpha+1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتيجة الى 10^{-2})

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثيها، ثم اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند I

4) ارسم المستقيم (d) و المنحنى (C_f)

5) ا) عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة : H $x\mapsto(ax+b)e^{-x}$ دالة اصلية للدالة $h:x\mapsto(-2x-3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب بـ : cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C_f و المستقيمات المعرفة بالمعادلات: $y=x$ ، $x=\alpha$ و $x=2$ (α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء الأول).

98 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2015 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$$

1) ا) عين نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=x+3-xe^{2x}$$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

ا) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x)=g(x)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3<\alpha<-3.5$ و $0.5<\beta<1$

7) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

ا) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها.

...

5 | شعبة رياضيات

La gloire n'est pas de ne jamais tomber, mais de se relever chaque fois que l'on tombe.

Confucius

99 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2023 - دورة جوان ،الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الاول : لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = x - xe^{x}$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g (لا يطلب حساب النهايات)

2) احسب $g(1)$ و استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

3) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$:

$xe^{-x} \leq \frac{1}{e}$ ثم $1 - xe^{-x} > 0$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي :

$$f(x) = \frac{1}{1 - xe^{-x}}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 3cm$

1) برر ان الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$

2) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

3) ادرس اتنجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5) ارسم (T) و (C_f)

(نقبل ان (C_f) يقع اعلى (T) من اجل كل $x < 0$ و (C_f) اسفل (T) من اجل $x > 0$)

6) استنتج انه من اجل كل $x \geq 0$: $1 \leq f(x) \leq \frac{e}{e-1}$

الجزء الثالث :

1) اعط تفسيرا هندسي للعدد : $J = \int_0^1 f(x)dx$

2) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم و ليكن

$$J_n = \int_0^1 x^n e^{-nx} dx$$

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $J_1 = 1 - \frac{2}{e}$

ب) لتكن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$$

- عين الاعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة اصلية للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$h(x) = x^2 e^{-2x}$$

- استنتج ان : $J_2 = \frac{1}{4}(1 - \frac{5}{e^2})$

100 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2022 - دورة جوان ،الموضوع الاول (07 نقاط)

ا) n عدد طبيعي غير معدوم، f_n العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ :

$$f_n(x) = \frac{e^x}{(x+1)^n}$$

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $2cm$

1) برهن ان $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^n}{x} = 0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n}$

2) ادرس تبعا لقيم n تغيرات الدالة f_n ، ثم استنتج ان جميع المنحنيات (C_n) تقبل مستقيمان مقاربان.

3) بين ان جميع المنحنيات (C_n) تمر بنقطة ثابتة w يطلب تعيين احداثياتها

4) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2).

ب) عين المعادلة الديكارتية للمماس (T_1) للمنحنى (C_1) و المماس (T_2) للمنحنى (C_2) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$

ج) ارسم في نفس المعلم، المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنيين (C_1) و (C_2)

5) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 :

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)dx$$

1) ا) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ب) بين ان المتتالية (u_n) محدودة من الاسفل، استنتج انها متقاربة.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$:

$$\frac{1}{n-1}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right) \le u_n \le \frac{e}{n-1}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) ا) عبر عن f'_n بدلالة f_n و f_{n+1}

ب) جد علاقة بين u_n و u_{n+1} ، ثم استنتج ان

$$\lim_{n\to+\infty} nu_{n+1} = 1$$

101 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2021 - دورة جوان ،الموضوع الاول (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = e^x(x-1)+1$$

1) ادرس تغيرات g ثم انجز جدول تغيراتها.

2) استنتج ان $g(x) \ge 0$ من اجل كل عدد حقيقي x.

II) لتكن الدالة العددية I المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$I(x) = \int_0^x (x-t)e^t dt$$

1) اثبت بواسطة مكاملة بالتجزئة ان : $I(x) = e^x - (1+x)$

2) ليكن x عدد حقيقي موجب. اثبت من اجل كل t من $[0;x]$ ان :

$$1 \le e^t \le e^x$$

ثم استنتج ان :

$$\frac{x^2}{2} \le I(x) \le \frac{x^2e^x}{2}$$

3) ليكن x عدد حقيقي سالب. اثبت من اجل كل t من $[x;0]$ ان :

$$e^x \le e^t \le 1$$

، ثم استنتج ان :

$$\frac{x^2e^x}{2} \le I(x) \le \frac{x^2}{2}$$

4) استنتج ان : $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

III) لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{e^x-1}{x} & x \ne 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند 0

3) احسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f

4) عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5) ارسم (T) و (C_f)

102 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2020 - دورة سبتمبر ،الموضوع الاول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = (1+x)e^x + 1$$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x : $g(x) > 0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ;x \ne 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $5cm$

1) نقبل ان الدالة f مستمرة عند 0 ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0. فسر بيانيا النتيجة.

2) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x \ne 0$ فان :

$$f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$$

- استنتج اتجاه تغير f.

3) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$ (ضع $f(x)-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}$)

5) ارسم المنحنى (C)

103 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f_n(x)=\frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$$

ونرمز بـ : (C_n) الى المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) دراسة الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f_1(x)=\frac{4e^{x}}{e^{x}+7}$$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$f_1(x)=\frac{4}{1+7e^{-x}}$$

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر هندسيا النتائج المحصل عليها

2) أ) بين ان الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان :

$$0<f_1(x)<4$$

3) أ) بين ان النقطة I_1 ذات الاحداثيتين $(\ln(7);2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_1)

ب) اكتب معادلة لـ (T_1) مماس المنحنى (C_1) في النقطة I_1

ج) انشئ المماس (T_1) و المنحنى (C_1)

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=3$

II) دراسة بعض خواص الدالة : f_n

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقيء x فان :

$$f_n(x)=f_1(nx)$$

و استنتج اتجاه تغير الدالة f_n

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي الى المنحنى (C_n)

104 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2017 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
الوحدة $2cm$.

من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f_n(x)=\frac{e^{x}}{e^{nx}(1+e^{x})}$$

ونرمز بـ : (C_n) للمنحنى الممثل للدالة f_n.

I) في هذا الجزء نهتم فقط بالدالتين f_0 و f_1 حيث :

$$f_0(x)=\frac{e^{x}}{1+e^{x}}\ ،\ f_1(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}(1+e^{x})}$$

1) أ) احسب نهايتي f_0 عند $-\infty$ و $+\infty$ ، و استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_0)

ب) بين ان النقطة $\omega(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر لـ (C_0) واكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_0) في النقطة ω

2) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f_0 وشكل جدول تغيراتها.

ب) علل انه من اجل دراسة وضعية (C_0) بالنسبة لـ (T) ، يكفي دراسة اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ حيث :

$$g(x)=2e^{x}-xe^{x}-2-x$$

ثم احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ و عين مع التبرير وضعية (C_0) بالنسبة لـ (T).

3) ارسم (C_0) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

4) أ) بين انه من اجل كل عدد x فان : $f_1(x)+f_0(x)=1$ و استنتج ان النقطتين : $M(x;f_0(x))$ و $M'(x;f_1(x))$ متناظرتان بالنسبة للمستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}$ و استنتج كيفية رسم (C_1) انطلاقا من (C_0)

ب) ارسم (C_1) في نفس المعلم السابق.

5) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ :

$$u_n=\int_0^1 f_n(x)dx$$

أ) احسب التكامل $u_0=\int_0^1 f_0(x)dx$ و تحقق ان : $u_0=\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$ و احسب بـ cm^2 المساحة A الحيز المستوي المحدد بـ (C_0) و محور الفواصل و المستقيمين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$

ب) بين ان $u_0+u_1=1$ و استنتج القيمة المضبوطة للعدد u_1 و بين ان المتتالية (u_n) موجبة.

6) نضع $K(x)=f_{n+1}(x)-f_n(x)$

أ) بين انه من اجل x من $\mathbb{R}$ فان : $K(x)=\frac{1-e^{x}}{e^{nx}(1+e^{x})}$

ب) ادرس اشارة $K(x)$ من اجل $x \in [0,1]$ و استنتج ان المتتالية (u_n) متناقصة.

105 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2016 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - x - 1$$

و g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - 2\ln x$ نسمي (C) منحنى الدالة f و γ منحنى الدالة g في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1) ادرس النهايات و اتجاه تغير الدالة f

2) اثبت ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلة له.

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

4) ا) اكتب معادلة المماس (T_a) عن نقطة من (C) ذات الفاصلة a

ب) بين انه يوجد مماس وحيد (T) لـ (C) يشمل النقطة $P(-1+\ln 2;-\ln 2)$

ج) أكتب معادلة للمماس (T)

5) انشئ (C) و مستقيمه المقارب المائل ومماسه عند النقطة P.

II) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (1-i)z + 1$

1) عين طبيعة S وعناصره المميزة

2) نضع $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ حيث x ، y ، x' و y' اعداد حقيقية

ا) اوجد x' و y' بدلالة x و y

ب) اثبت انه اذا كانت $M(x,y)$ نقطة من (C) فان صورتها $M'(x',y')$ بواسطة S هي نقطة من γ