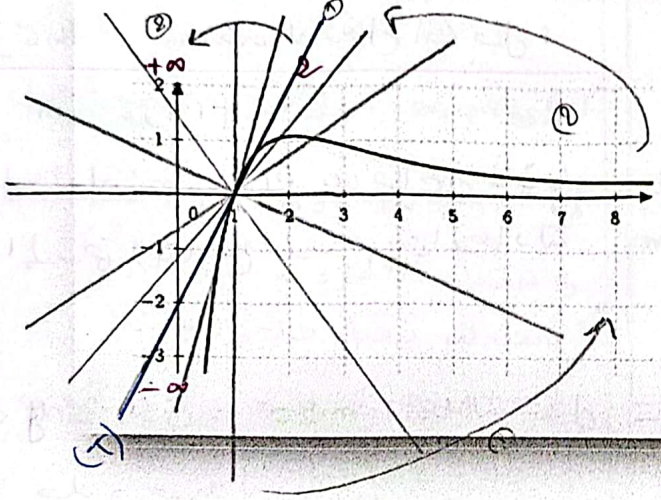
تمرين حول أنواع المناقشة البيانية لحلول معادلة:

f دالّة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ ؛ (T) المماس لـ (C_f) في النقطة $A(1,0)$ معادلته : $y=2x-2$ ؛ (أنظر الشّكل المقابل).
ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة في كل حالة مما يلي :

(I
$f(x)=m$ ❶ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=-m$ ❷ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=|m|$ ❸ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=|m-1|$ ❹
$f(x)=m^2$ ❺ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=\sqrt{m}$ ❻ ، $m\in\mathbb{R}_+$ و $f(x)=e^m-1$ ❼ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=\ln m$ ❽ ، $m\in\mathbb{R}_+^*$ و $f(x)=f(m)$ ❾ ، $m\in\mathbb{R}$.

(II
$f(x)=2x+m$ ❶ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=2x-m$ ❷ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=2x+\frac{m}{2}$ ❸ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=2x+m^2-1$ ❹
$f(x)=2x+\ln m$ ❺ ، $m\in\mathbb{R}$ و $f(x)=2x+|m|$ ❻ ، $m\in\mathbb{R}_+^*$ و

(III (T_m) مستقيم معادلته $y=mx-m$ ، بيّن أنّ المستقيمات (T_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها ، ثمّ ناقش بيانيا عدد حلول المعادلات :
$f(x)=mx-m$ ❶ ، $f(x)=|m|(x-1)$ ❷ ، ❸ $f(x)=\ln m(x-1),\quad m>0$
$f(x)=m^2(x-1)$ ❹



$f(x) = ax+b$
(ct) (D)

$y = mx+b$ عبارة تتضمن m

$y = mx+2$

$y = m^2x-3$

$y = (m-1)x+3$

مناقشة دوما نبية.

$y = ax+m$ عبارة تتضمن

$y = 2x+(m+1)$

$y = 2x+m^2$

$y = 2x+\sqrt{m}$

مناقشة مائلة

عبارة تتضمن $y = m$

$y = m$

$y = -m$

$y = m^2$

$y = \sqrt{m}$

$y = m-1$

مناقشة أفقية

I -

1- $f(x) = m$

حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = m$.

* $m \in]-\infty ; 0[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

* $m \in]0 ; 1[$ المعادلة تقبل حلين مختلفان.

* $m = 1$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

* $m \in]1 ; +\infty[$: المعادلة لا تقبل أي حل.

2- $f(x) = -m$ نتبع نفس الطريقة السابقة

حلول المعادلة $f(x) = -m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = -m$.

لما $m \geq 0$ إذن : $-m \leq 0$ ، المعادلة تقبل حلا وحيدا.

لما $0 < m < 1$ إذن : $-1 < -m < 0$ ، المعادلة تقبل حلين مختلفان.

لما $m = 1$ إذن $m = -1$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما $m > 1$ إذن $-m < -1$ ، المعادلة لا تقبل حلولا.

3- $f(x) = |m|$

حلول المعادلة $f(x) = |m|$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = |m|$.

مناقشة تكون على $\mathbb{R}$ لأن $|m|$ هي $\sqrt{m}$ في مجال موجب ⊕

لما $|m| < 0$ لا توجد على مجال سالب.

* لما $|m| = 0$ إذن : $m = 0$ ، المعادلة تقبل حلا وحيدا.

* لما $0 < |m| < 1$ إذن : $0 < m < 1$ أو $-1 < m < 0$ ، المعادلة تقبل حلين مختلفين

حلول $]-1 ; 0[\cup]0 ; 1[$

لما $|m| = 1$ إذن : $m = 1$ أو $m = -1$: المعادلة تقبل حلا وحيدا.

لما $|m| > 1$ إذن : $m > 1$ أو $m < -1$: المعادلة لا تقبل حلول.

Note =

- $|x| = a \Leftrightarrow x = a$ أو $x = -a$
- $|x| < a \rightarrow -a < x < a$
- $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ أو $x < -a$
- $a < |x| < b \rightarrow a < x < b$ أو $-b < x < -a$
- $|x| = 0 \rightarrow x = 0$

4- $f(x) = |m - 1|$

حلول المعادلة : $f(x) = |m-1|$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = |m-1|$

لما $|m-1| = 0$ إذن : $m - 1 = 0$ و منه $m = 1$ ، المعادلة تقبل حلا وحيدا.

لما $0 < |m-1| < 1$ إذن : $0 < m - 1 < 1$ أو $-1 < m - 1 < 0$ و منه : $1 < m < 2$ أو $0 < m < 1$ المعادلة تقبل حلين مختلفين

لما $|m-1| = 1$ معناه $m - 1 = 1$ أو $m - 1 = -1$ و منه : $m = 2$ أو $m = 0$

المعادلة تقبل حلا وحيدا.

لما $|m-1| > 1$ إذن : $m - 1 > 1$ أو $m - 1 < -1$

أي $m > 2$ أو $m < 0$

المعادلة لا تقبل حلول.

5- $f(x) = m^2$ نناقش حسب قيم الوسيط m

حلول المعادلة $f(x) = m^2$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم $y = m^2$.

- لما $m^2 = 0$ إذن $m = 0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

- لما $0 < m^2 < 1$ إذن $\sqrt{0} < \sqrt{m^2} < \sqrt{1}$ ومنه $0 < |m| < 1$ أي $0 < m < 1$ معناه $-1 < m < 0$ أو $0 < m < 1$.

المعادلة تقبل حلان مختلفان.

- لما $m^2 = 1$ إذن $\sqrt{m^2} = 1$ أي $|m| = 1$ ومنه $m = 1$ أو $m = -1$.

المعادلة تقبل حلا وحيدا.

- لما $m^2 > 1$ إذن $\sqrt{m^2} > 1$ ومنه $|m| > 1$ إذن $m > 1$ أو $m < -1$.

المعادلة لا تقبل حلول.

6- $f(x) = \sqrt{m}$; $m \in \mathbb{R}^+$ (مجال تعريف الدالة f هو $D_f = [0; +\infty[$ أي $m \geq 0$ سالب)

حلول المعادلة $f(x) = \sqrt{m}$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذي المعادلة $y = \sqrt{m}$.

- لما $\sqrt{m} = 0$ معناه $m = 0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

- لما $0 < \sqrt{m} < 1$ إذن $0 < m < 1$

المعادلة تقبل حلان مختلفان.

- لما $\sqrt{m} = 1$ إذن $m = 1$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

- لما $\sqrt{m} > 1$ إذن $m > 1$ المعادلة لا تقبل حلول.

7- $f(x) = e^m - 1$

حلول المعادلة $f(x) = e^m - 1$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذي المعادلة $y = e^m - 1$.

لما $e^m - 1 \leq 0$ إذن $e^m \leq 1$ أي $\ln e^m \leq \ln 1$

ومنه $m \leq 0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما $0 < e^m - 1 < 1$ إذن $1 < e^m < 2$ إذن $\ln 1 < \ln e^m < \ln 2$ ومنه $0 < m < \ln 2$

المعادلة تقبل حلان مختلفان.

لما $e^m - 1 = 1$ إذن $e^m = 2$ إذن $\ln e^m = \ln 2$

ومنه $m = \ln 2$

المعادلة تقبل حلا وحيدا.

- لما $e^m - 1 > 1$ إذن $e^m > 2$ إذن $\ln e^m > \ln 2$

ومنه $m > \ln 2$

المعادلة لا تقبل حلول.

8- $f(x) = \ln m$; $m \in \mathbb{R}^+$ (لدوغيرأعداد موجبة تماما $m > 0$)

حلول المعادلة $f(x) = \ln m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذي المعادلة $y = \ln m$.

لما $\ln m \leq 0$; $e^{\ln m} \leq e^0$ ومنه $m \leq 1$ ومنه $0 < m \leq 1$

المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما $0 < \ln m < 1$ إذن $e^0 < e^{\ln m} < e^1$ ومنه $1 < m < e$

المعادلة تقبل حلان مختلفان.

لما $\ln m = 1$ ومنه $e^{\ln m} = e^1$ ومنه $m = e$

المعادلة تقبل حلا وحيدا.

لما $\ln m > 1$ ومنه $e^{\ln m} > e^1$ ومنه

$m > e$

المعادلة لا تقبل حلول.

9) $f(x) = f(m)$ يلزمنا جدول تغيرات

حلول المعادلة $f(x) = f(m)$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = f(m)$.

لما: $0 \leq f(m) \leq 1$ إذن: $0 < m \leq 1$ أو $1 \leq m < 2$ أو $m > 2$.

المعادلة تقبل حلين مختلفان.

لما: $f(m) = 1$ إذن: $m = 2$

المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما: $f(m) > 1$ (لا تكتبها).

m	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f(m)$		↗	0	↗	1	↘	0		

II: $\bar{b}$ تقابل متقطع مع صفر تناقص.

$\bar{b}$: تعديه مجال

8- $f(x) = 2x + m$

حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم ذي المعادلة $y = 2x + m$.

لما: $m \in]-\infty; -2[$ المعادلة تقبل حلين مختلفان.

لما: $m = -2$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما: $m \in]-2; +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول.

3) $f(x) = 2x + \frac{m}{2}$.

حلول المعادلة $f(x) = 2x + \frac{m}{2}$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + \frac{m}{2}$

لما: $-2 < \frac{m}{2} < 2$ أي: $-4 < m < 4$ المعادلة تقبل حلين مختلفان.

لما: $\frac{m}{2} = -2$ أو $\frac{m}{2} = 2$ أي: $m = -4$ أو $m = 4$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما: $\frac{m}{2} < -2$ أو $\frac{m}{2} > 2$ أي: $m < -4$ أو $m > 4$ المعادلة لا تقبل حلول.

5- $f(x) = 2x + |m|$

حلول المعادلة $f(x) = 2x + |m|$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + |m|$.

لما: $|m| \geq 0$ فإن: $m \leq 0$ أو $m \geq 0$

$]-\infty; 0] \cup [0; +\infty[= \mathbb{R}$

المعادلة لا تقبل حلول.

4- $f(x) = 2x + m^2 - 1$

حلول المعادلة $f(x) = 2x + m^2 - 1$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + m^2 - 1$.

لما: $m^2 - 1 < -2$ ومنه $m^2 < -1$ (مرفوضة) ∄ حلا. ✗

لما: $m^2 - 1 = -2$ إذن $m^2 = -1$ ∄ حلا. (مرفوضة)

لما: $m^2 - 1 > -2$ ومنه $m^2 > -1$

إذن: $m \in \mathbb{R}$

المعادلة ∄ تقبل حلول.

(T_m) مستقيم معادلته $y = mx - m$

- تباين أن المستقيمات (T_m) تشمل نقطة ثابتة. معاملات توجيه

• نقطة تقاطع جميع المستقيمات.

$f(x) = mx - m$ -1

لتكن $A(x_0 ; y_0)$ تنتمي الى (T_m).

$y_0 = mx_0 - m$ معناه =

- نرجع صفرية: $mx_0 - m - y_0 = 0$

- نخرج m عامل مشترك: $m(x_0 - 1) - y_0 = 0$

وعنه: $\begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ \text{و} \\ -y_0 = 0 \end{cases}$

$x_0 = 1$

$y_0 = 0$

إذن:

$A(1 ; 0)$.

- حلول المعادلة $f(x) = mx - m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = mx - m$

لما $m \in]-\infty ; 0[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

لما $m \in]0 ; 2[$ المعادلة تقبل حلان.

لما $m = 2$ المعادلة تقبل حل وحيد.

لما $m \in]2 ; +\infty[$ المعادلة تقبل حلان مختلفان.