أفكار: الدوال الأصلية

f مستمرة فإنها تقبل دالة أصلية.

إذا كانت f دالة أصلية لـ f و G دالة أصلية لـ g فإن $F+G$ أصلية لـ $f+g$

إذا كانت F دالة أصلية لـ f و k ثابت فإن kF أصلية لـ f.

دالة أصلية لـ:

$f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^2}$

$= \frac{\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{u'}{u^n} = \frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}$ باستعمال خواص الكسور.

$F(x) = \frac{-1}{\ln x} + C$

$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$

$= \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{\ln x}} \Rightarrow F(x) = 2\sqrt{\ln x} + C$

خلاصة:

استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ وحيدة والتي تأخذ القيمة 6 من أجل القيمة $\frac{1}{2}$.

$f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$

$F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{-1}{(x-1)} + C$

$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{-1}{(x-1)} + C$

الدالة الأصلية التي تأخذ القيمة 6 من أجل القيمة $\frac{1}{2}$.

$f(\frac{1}{2}) = 6.$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{(\frac{1}{2}-1)} + C = 6$

$= 2 + 2 + C = 6 \Rightarrow 4 + C = 6$

$C = 2$

$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{-1}{(x-1)} + 2$ إذن:

التكامل:

$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$

حيث F دالة أصلية لـ f

خواص التكامل:

التكامل المحدود:

$\int_a^b f(x) = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$

التكامل الغير محدود:

$\int f(x) = F(x) + C$ معناه إيجاد عن دالة أصلية

الخطية:

$\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx.$

علاقة شال:

$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx.$

شرط: نهاية المجال بداية الثاني + نفس الدالة

ملاحظات:

$\int_a^a f(x)dx = 0$

$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$ تبديل حدود تكامل

المكاملة بالتجزئة.

$\int u.v' = [u.v] - \int u'.v$

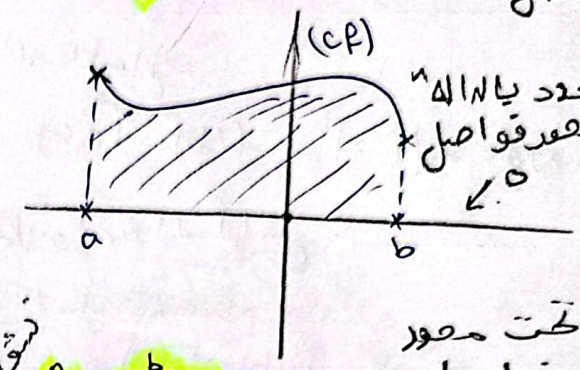
كيف أختار u:

- L: الدوال لن
- P: الدوال كثيرات حدود
- E: الدوال e^x
- T: الدوال المثلثية

التكامل وحساب المساحات

فوق محور فواصل

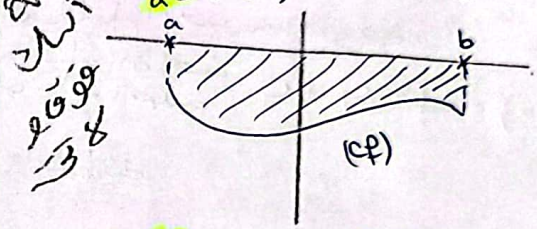
$A = \int_a^b f(x)\,dx$ ←



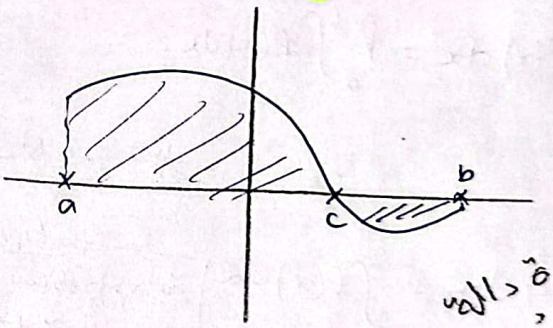
محدد بالمستقيمات ذات المعادلات $x=a$ و $x=b$ + محور فواصل + f موجبة على $[a;b]$

تحت محور فواصل

$A = -\int_a^b f(x)\,dx$ ← تحت محور فواصل

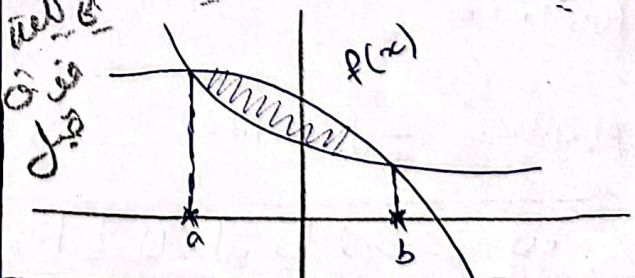


$A = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$



$A = \int_a^b f(x) - g(x)\,dx$

f تحت g فوق



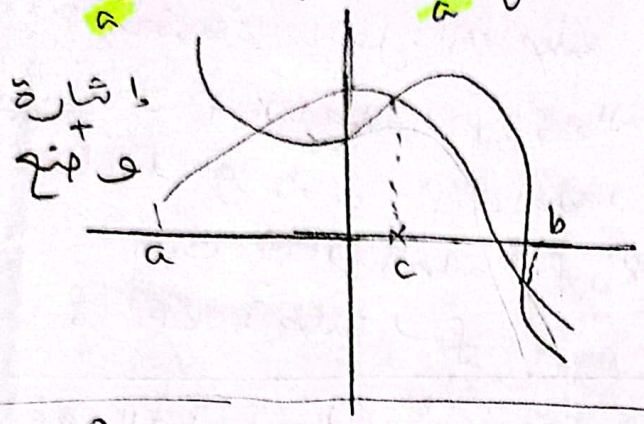
لإشارة دالة على $[a;b]$ نشوف فوق تحت

$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2\,dx$ ← حجم جسم دوران

مساحة دائرة

$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$ ← القيمة المتوسطة

$A = \int_a^c f(x) - g(x)\,dx + \int_a^c g(x) - f(x)\,dx$



لإشارة + فوق

كي يخلينا استنتج دالة أولية للدالة g على $\mathbb{R}$.

↓

وحدة

$\neq$ توجد ثابتة C.

مساحة حيز =

- الوضع النسبي بين (C_f) و (C_g) وهو مستقيم يا هو تشوف دالة وحدة فوق محور فواصل ولا تحت المحور فواصل

← إشارة f كي تكتب مع صرخ (I)

← $\neq$ أنى وحدة مساحة ua ولا كون تعادلي cm^2.

مبرهنة الحصر والتكامل:

- إذا كانت $f(x) \geq 0$ على المجال $[a;b]$

$\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$

- إذا كانت $f(x) \leq 0$ على مجال $[a;b]$

$\int_a^b f(a)\,dx \leq 0$

- إذا كانت $f(a) \geq g(x)$ على مجال $[a;b]$

$\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx$.