الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة: جوان 2013

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

ليكن العدد الحقيقي A حيث: $A=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)+\sqrt{27}+1$.

1) بيّن أنّ: $A=4+2\sqrt{3}$.

2) ليكن العدد الحقيقي B حيث: $B=4-2\sqrt{3}$.

بيّن أنّ: $A\times B$ عدد طبيعي.

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

1) لتكن العبارة : $A=3x-5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x=\sqrt{2}$.

ب- حلّ المتراجحة: $A\geq 0$ ثم مثّل مجموعة حلولها بيانيًا.

2) أ- أنشر ثم بسّط العبارة B حيث: $B=(3x-5)^2+9x^2-25$.

ب- إستنتج أنّ: $B=6x(3x-5)$.

ج- حلّ المعادلة: $B=0$.

التمرين الثالث: (نقطتان)

ABC مثلث قائم في B حيث: $AB=4cm$ و $CB=8cm$.

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $BM=\frac{BC}{4}$، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H.

1) أحسب الطول MH.

2) أحسب $\tan\widehat{AMB}$ واستنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الرابع: (03.5 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) علّم النقط: $A(2;0)$ ، $B(-4;3)$ و $C(5;3)$.

2) أحسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطّول AB.

3) عيّن النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة D.

4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

الجزء الثاني: (08 نقاط)

مسألة:

لإقامة حفل زفاف قرّرت عائلة كراء سيارة فاخرة فاتّصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدّموا له عروضا حسب المعطيات المقابلة:

فاستنجد الأب محمد بإبنه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة.

المعطيات

عرض الوكالة الأولى:
دفع مبلغ $4000\,DA$ لليوم الواحد.

عرض الوكالة الثانية:
دفع مبلغ $3000\,DA$ لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره $1000\,DA$.

عرض الوكالة الثالثة:
دفع مبلغ $16000\,DA$ لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا.

لو كنتَ في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في:

1) اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام.

2) x عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة.

أ- عبّر، بدلالة x، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ وعن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الدوال f، g و h.

(حيث كل $2cm$ من محور الفواصل يمثل يومًا واحدًا وكل $1cm$ من محور التراتيب يمثل $2000\,DA$)

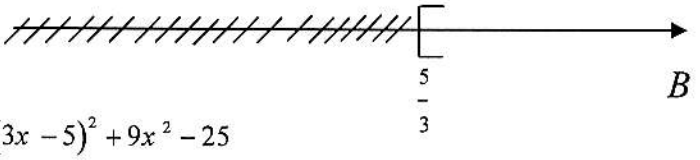
3) اعتمادًا على البيان املأ الجدول الآتي:

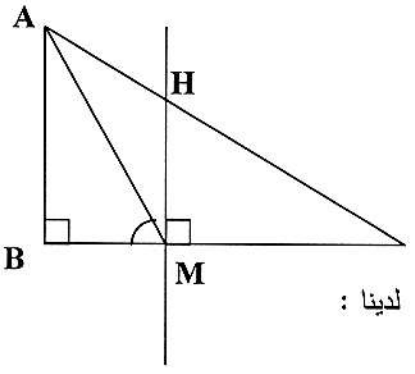
الأيام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد:

$f(x)=g(x)$ ، $f(x)=h(x)$ ، $g(x)=h(x)$.

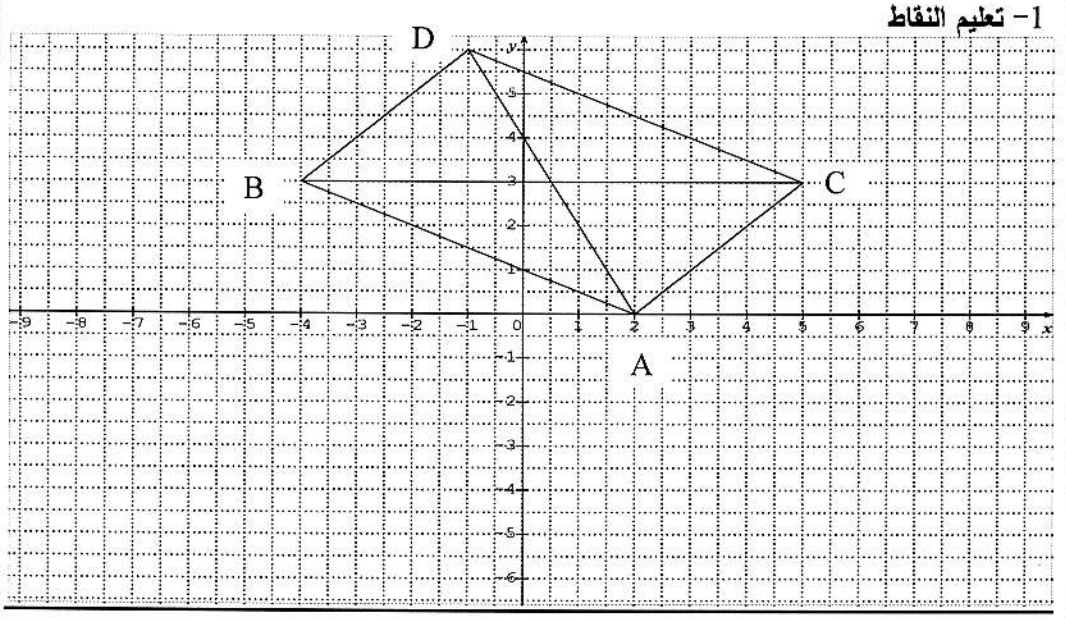
ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأول:		
1- بيان أن: $A = 4 + 2\sqrt{3}$		
$A = \sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)+\sqrt{27}+1$		
$A = \sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3^2\times 3}+1$	0.75	
$A = 3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}+1$	0.50	
$A = 4+2\sqrt{3}$	0.50	3
2- حساب : $A \times B$		
$A\times B = \left(4+2\sqrt{3}\right)\left(4-2\sqrt{3}\right)$		
$= 4\times 4-2\times 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$	0.50	
$=16-4\times 3$	0.25	
$=16-12$	0.25	
$=4$		
ومنه $A \times B$ عدد طبيعي	0.25	
التمرين الثاني: $A = 3x - 5$		
1- ا) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من اجل $x = \sqrt{2}$		
$A = 3\times\sqrt{2}-5$		
$=3\times 1{,}41-5$	0.25	
$=4{,}23-5$	0.25	
$=-0{,}77$	0.25	
ب) حل المتراجحة : $A \geq 0$		
$3x-5\geq 0$; $3x\geq 5$; $x\geq\frac{5}{3}$	0.75	
كل قيم x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة .	0.25	
	0.25	3.50
2) أ- نشر العبارة B		
$B = (3x-5)^2+9x^2-25$		
$=9x^2+25-30x+9x^2-25$; $B = 18x^2-30x$	2×0.25	
ب - استنتاج أن : $B = 6x(3x-5)$		
$B = 18x^2-30x$		
$B = 6x(3x-5)$	0.25	
ج- حل المعادلة $B = 0$:		
$6x(3x-5)=0$ اي $6x=0$ او $(3x-5)=0$		
$x=0$ او $3x=5$; $x=\frac{5}{3}$	0.75	
للمعادلة $B=0$ حلين هما $x=0$ و $x=\frac{5}{3}$		

2	0.25	**التمرين الثالث :** **الرسم** 
		حساب: طول MH بما أن $(HM)//(AB)$ وحسب نظرية طالس لدينا :
	4×0.25	$\frac{CM}{CB}=\frac{MH}{AB}$; $\frac{6}{8}=\frac{MH}{4}$; $MH=\frac{4\times 6}{8}$; $MH=3cm$
		حساب : $\tan\widehat{AMB}$
	0.50	$\tan\widehat{AMB}=\frac{AB}{BM}$; $\tan\widehat{AMB}=\frac{4}{2}$; $\tan\widehat{AMB}=2$
		استنتاج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$
	0.25	$\widehat{AMB}=63.4°\simeq 63°$

التمرين الرابع

1- تعليم النقاط



4×0.25

2) حساب: إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

0.50 $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$; $\overrightarrow{AB}(-4-2;3-0)$; $\overrightarrow{AB}(-6;3)$

حساب: الطول AB

0.50 $AB = \sqrt{(x^2+y^2)}$; $AB = \sqrt{(-6)^2+(3)^2}$; $AB = \sqrt{36+9}$; $AB = 3\sqrt{5}$

3) حساب: إحداثيتي النقطة D

3.50

0.50 بما أن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن: $\begin{cases} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{cases}$

ومنه :

$5-2 = x_D - (-4)$; $3 = x_D + 4$; $x_D = 3-4$; $x_D = -1$

0.50

$3-0 = y_D - 3$; $y_D = 3+3$; $y_D = 6$

إذن : $D(-1;6)$

4) حساب إحداثيتي النقطة M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC)

حساب منتصف $[BC]$

0.50

$$x_m = \frac{x_b + x_c}{2} = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$$
$$y_m = \frac{y_b + y_c}{2} = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$M\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

المسألة :

1) اختيار العرض المناسب لمدة أسبوع

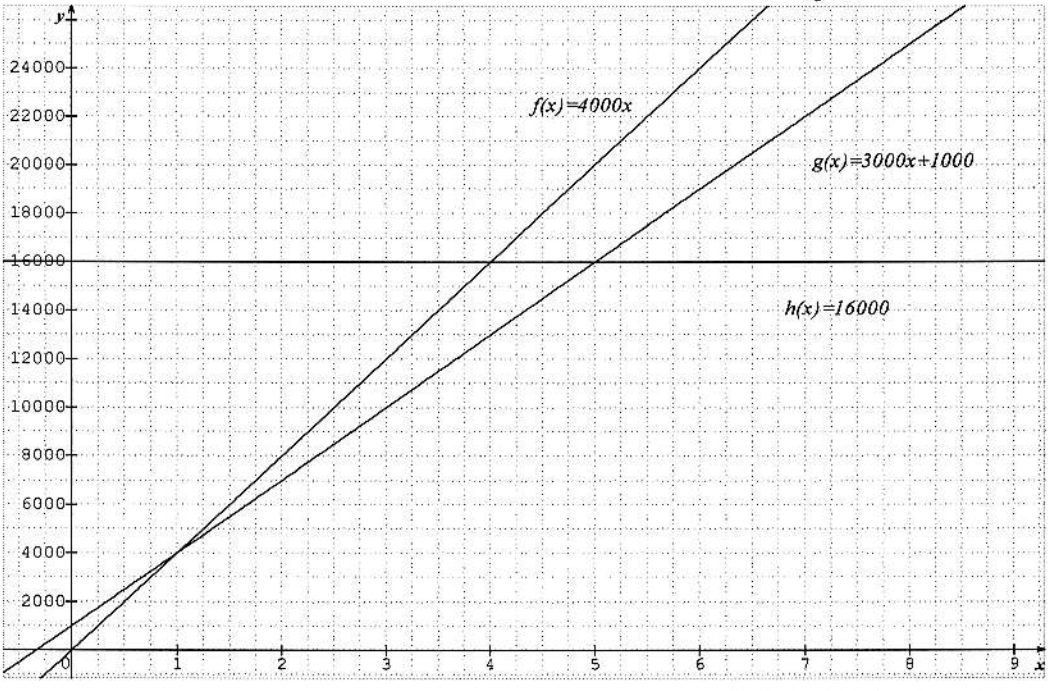
- عرض الوكالة الأولى : $4000 \times 7 = 28000DA$
- عرض الوكالة الثانية : $3000 \times 7 + 1000 = 21000 + 1000 = 22000DA$
- عرض الوكالة الثالثة : $16000DA$

إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة

2) نعبر عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x

$f(x) = 4000x$, $g(x) = 3000x + 1000$, $h(x) = 16000$

- **التمثيل البياني**



3) ملء الجدول من البيان

الأيام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
عرض الوكالة 1	4000	16000	20000
عرض الوكالة 2	4000	13000	16000
عرض الوكالة 3	16000	16000	16000

4) حل المعادلات

$f(x) = g(x)$; $4000x = 3000x + 1000$; $1000x = 1000$; $x = 1$

$f(x) = h(x)$ $4000x = 16000$; $x = 4$

$g(x) = h(x)$ $3000x + 1000 = 16000$; $3000x = 15000$; $x = 5$

- في اليوم الأول يتساوى العرض الأول مع العرض الثاني .
- في اليوم الرابع يتساوى العرض الأول مع العرض الثالث .
- في اليوم الخامس يتساوى العرض الثاني مع العرض الثالث.

شبكة التقويم و التصحيح

الأسئلة	مؤشرات المعيار الأول	التنقيط	مؤشرات المعيار الثاني	التنقيط	مؤشرات المعيار الثالث	التنقيط	المجموع
1	معرفة العمليات المناسبة التي تسمح بحساب تكلفة كل عرض لمدة 7 أيام	0,25 0,25 0,25	حساب تكلفة كل عرض لمدة 7 أيام بطريقة صحيحة	0,25 0,25 0,25	اختيار العرض الأقل تكلفة لمدة 7 أيام	0, 5	2
2- أ)	معرفة العمليات المناسبة للتعبير عن $f(x)$, $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x	0,25	استعمال العمليات الصحيحة لإيجاد الدوال $f(x)=4000x$ $g(x)=3000x+1000$ $h(x)=16000$	0,25 لمؤشر واحد 0, 5 لمؤشرين أو أكثر	التعبير عن $f(x)$, $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x بطريقة صحيحة	0,25	1
2- ب)	معرفة تحديد الأيام على محور الفواصل والتكلفة على محور التراتيب	0,25	تعيين النقاط المساعدة لإنشاء التمثيلات البيانية	0,25	إنشاء تمثيلات الدوال f, g و h بطريقة صحيحة	0,25	0,75
3	معرفة قراءة البيان لملء الجدول	0,25	تحديد صور الأيام من البيان	0,50	ملء الجدول بكيفية صحيحة	0,25	1
4 - أ)	معرفة طرق حل المعادلات	0,25	$f(x)=g(x)$ حل المعادلات $f(x)=h(x)$ $g(x)=h(x)$ بطريقة صحيحة	0,25 لمؤشر واحد 0, 5 لمؤشرين أو أكثر	حلول المعادلات هي $x = 1$ $x = 4$ $x = 5$	0,25 لمؤشر واحد 0, 5 لمؤشرين أو أكثر	1,25
4- ب)	معرفة تفسير حلول المعادلات	0,25	تساوي العرضين الأول والثاني تساوي العرضين الأول والثالث تساوي العرضين الثاني و الثالث	0,25 لمؤشر واحد 0, 5 لمؤشرين أو أكثر	تفسير الحلول صحيح	0,25	1

ملاحظة: تمنح نقطة واحدة على مؤشرات المعيار الرابع (عدم التشطيب ، المقروئية ، التصريح بالإجابة)