﴿ امتحان شهادة التعليم المتوسط ﴾

اختبار في مادة الرياضيات

دورة : جوان 2007 — **المدّة : ساعتان**

← الحل ← العودة الى الفهرس

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقط)

ليكن العددان : $A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$

$B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

1- أكتب A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي .

2- بسّط العدد B ثم بيّن أن : $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$.

التمرين الثاني : (03 نقط)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1- أنشر ثم بسّط E.

2- حلّل العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(11-x)(x+8) = 0$.

التمرين الثالث : (02,5 نقط)

1- حل الجملة : $\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$

2- اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس و خمسة أقلام بمبلغ $105\ DA$ و اشترت مريم ثلاثة كراريس وقلمين بمبلغ $56\ DA$.

أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.

التمرين الرابع : (03,5 نقط)

1- أرسم المثلث ABC القائم في A حيث : $AB = 4{,}5\text{cm}$ ، $BC = 7{,}5\text{cm}$.

2- أحسب AC.

3- لتكن النقطة E من $[AB]$ حيث $AB = 3\ AE$ و D نقطة من $[AC]$ حيث $DC = \frac{2}{3} AC$.

عيّن على الشكل النقطتين E ، D.

4- بيّن أنّ $(DE) // (BC)$ ثم أحسب DE .

الجزء الثاني : مسألة (08 نقاط)

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : DA 15 للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين .
- التسعيرة الثانية : DA 12 للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها DA 900.

1- انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

المسافة(Km)	60		
التسعيرة الأولى (DA)			5100
التسعيرة الثانية (DA)		3060	

2- ليكن : x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة.

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$

3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

أ- مثل بيانيا الدالتين f، g حيث : $f(x) = 15\,x$.

$g(x) = 12\,x + 900$.

($1cm$ على محور الفواصل يمثل $50km$ ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $500DA$)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

1.1.2 الجزء الأول

حل التمرين الأول:

1 كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي:

$$A=\sqrt{98}+3\sqrt{32}-\sqrt{128}$$
$$=\sqrt{49}\times\sqrt{2}+3\sqrt{16}\times\sqrt{2}-\sqrt{64}\times\sqrt{2}$$
$$=7\sqrt{2}+3\times4\sqrt{2}-8\sqrt{2}$$
$$=(7+12-8)\sqrt{2}$$

$$\boxed{A=11\sqrt{2}}$$

2 ◄ تبسيط العدد B:

$$B=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{3}{2}+\frac{5\times2}{4\times3}$$
$$=\frac{3}{2}+\frac{10}{12}$$
$$=\frac{3\times6}{2\times6}+\frac{10}{12}$$
$$=\frac{18+10}{12}=\frac{28}{12}$$
$$\boxed{B=\frac{7}{3}}$$

◄ تبيان أنّ : $\frac{A^2}{33}-3B=\frac{1}{3}$

لدينا :

$$\frac{A^2}{33}-3B=\frac{(11\sqrt{2})^2}{33}-3\times\frac{7}{3}$$
$$=\frac{11\times11\times2}{11\times3}-\frac{3\times7}{3}$$
$$=\frac{11\times2}{3}-\frac{21}{3}$$
$$=\frac{22-21}{3}=\frac{1}{3}$$

و منه المساواة السابقة محقّقة.

حل التمرين الثاني:

1 نشر و تبسيط العبارة E:

$$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)$$
$$=100-[x^2+2^2-2\times x\times2]-x-8$$
$$=100-x^2-4+4x-x-8$$
$$=88-x^2+3x$$

$$\boxed{E=-x^2+3x+88}$$

2 ◄ تحليل العبارة $10^2-(x-2)^2$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$10^2-(x-2)^2=(10+x-2)(10-x+2)$$
$$\boxed{=(8+x)(12-x)}$$

◄ استنتاج تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)$$
$$=(8+x)(12-x)-(8+x)$$
$$=(8+x)(12-x-1)$$

$$\boxed{E=(8+x)(11-x)}$$

3 حل المعادلة: $(11-x)(8+x)=0$

لدينا: $(11-x)(8+x)=0$

يعني أنّ: $11-x=0$ أو $8+x=0$

أي: $\boxed{x=11}$ أو $\boxed{x=-8}$

إذن للمعادلة $(11-x)(8+x)=0$ حلين هما -8 و 11

حل التمرين الثالث:

1 حل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases}4x+5y=105.....(1)\\6x+4y=112.....(2)\end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد (-6)

و بضرب طرفي المعادلة (2) في العدد (4) نجد :

$$\begin{cases}-24x-30y=-630.....(3)\\24x+16y=448.....(4)\end{cases}$$

بجمع (3) و (4) طرفا إلى طرف نجد :

$$-14y=-182$$
$$\frac{-14y}{-14}=\frac{-182}{-14}$$
$$\boxed{y=13}$$

بتعويض قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$$4x+5\times13=105$$
$$4x=105-65$$
$$x=\frac{40}{4}$$
$$\boxed{x=10}$$

إذا حل الجملة السابقة هو: $(10;13)$

و نكتب: $(x_0;y_0)=(10;13)$

2 إيجاد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد :

التعبير عن الوضعية السابقة بجملة معادلتين:

نرمز إلى ثمن الكراس الواحد بـ x.

نرمز إلى ثمن القلم الواحد بـ y.

اشترى رضوان 4 كراريس و 5 أقلام بـ $105DA$ معناه :

$4x+5y=105$

اشترت مريم 3 كراريس و قلمين بـ $56DA$ معناه :

$3x+2y=56$

و منه جملة المعادلتين المعبرة عن هذه الوضعية هي :

$$\begin{cases} 4x+5y=105 \\ 3x+2y=56 \end{cases}$$

و بقسمة طرفي المعادلة $6x+4y=112$ على 2 نجد

$3x+2y=56$.

إذا حل الجملة الأولى هو حل كذلك للجملة الثانية.

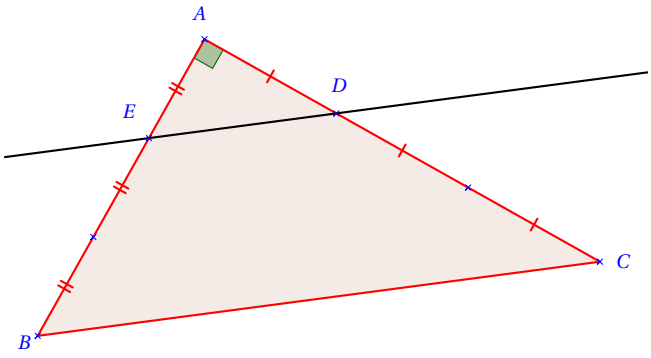
و من حل الجملة الأولى لدينا : $y=13$ ، $x=10$

إذا ثمن الكراس الواحد هو : $\boxed{10DA}$

و ثمن القلم الواحد هو : $\boxed{13DA}$

حل التمرين الرابع:

1 رسم المثلث ABC و تعيين النقطتين E و D.



2 حساب الطول AC:

بما أن المثلث ABC قائم في A فإنّ :

$AB^2+AC^2=BC^2$ حسب خاصية فيثاغورس.

لدينا:

$AB^2+AC^2=BC^2$

$AC^2=BC^2-AB^2$

$AC^2=(7,5)^2-(4,5)^2$

$AC^2=56,25-20,25=36$

$\boxed{AC=\sqrt{36}=6cm}$

3 لنبيّن أن المستقيمين (DE) و (BC) متوازيان :

بما أن النقط A ، D ، C و النقط A ، E ، B في استقامية و بنفس الترتيب.

و بما أن : $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$

فإن المستقيمين (DE) و (BC) متوازيان حسب خاصية طالس العكسية.

4 حساب الطول DE:

بما أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان

و $E\in(AB)$ و $D\in(AC)$ فإنّ : $\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}$ حسب خاصية طالس.

لدينا: $\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}$

و منه : $DE=\frac{AE\times BC}{AB}$

و بالتعويض نجد : $DE=\frac{1,5\times 7,5}{4,5}$

إذا : $\boxed{DE=2,5cm}$

2.1.2 الجزء الثاني

حل الوضعية الإدماجية:

التسعيرة الأولى: $15DA$ للكيلو متر الواحد لغير المنخرطين.

التسعيرة الثانية: $12DA$ للكيلو متر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها $900DA$.

1 اتمام الجدول:

المسافة (Km)	60	180	340
التسعيرة الأولى (DA)	900	2700	5100
التسعيرة الأولى (DA)	1620	3060	4980

كيفية ملأ الجدول :

$60\times 15=900$

$60\times 12+900=1620$

$5100\div 15=340$

$340\times 12+900=4980$

$(3060-900)\div 12=180$

$180\times 15=2700$

2 التعبير بدلالة x عن y_1 و y_2:

التسعيرة الأولى: $y_1=15x$

التسعيرة الثانية: $y_2=12x+900$

3 حـل المتراجحـة: $15x > 12x + 900$.

لدينا :

$15x > 12x + 900$

$15x - 12x > 900$

$3x > 900$

$\frac{3x}{3} > \frac{900}{3}$

$\boxed{x > 300}$

إذا حلول المراجحة $15x > 12x + 900$ هي كل قيم x الأكبر تماما من 300.

4 لتكن الدالتين f و g حيث :

$f(x) = 15x$ و $g(x) = 12x + 900$

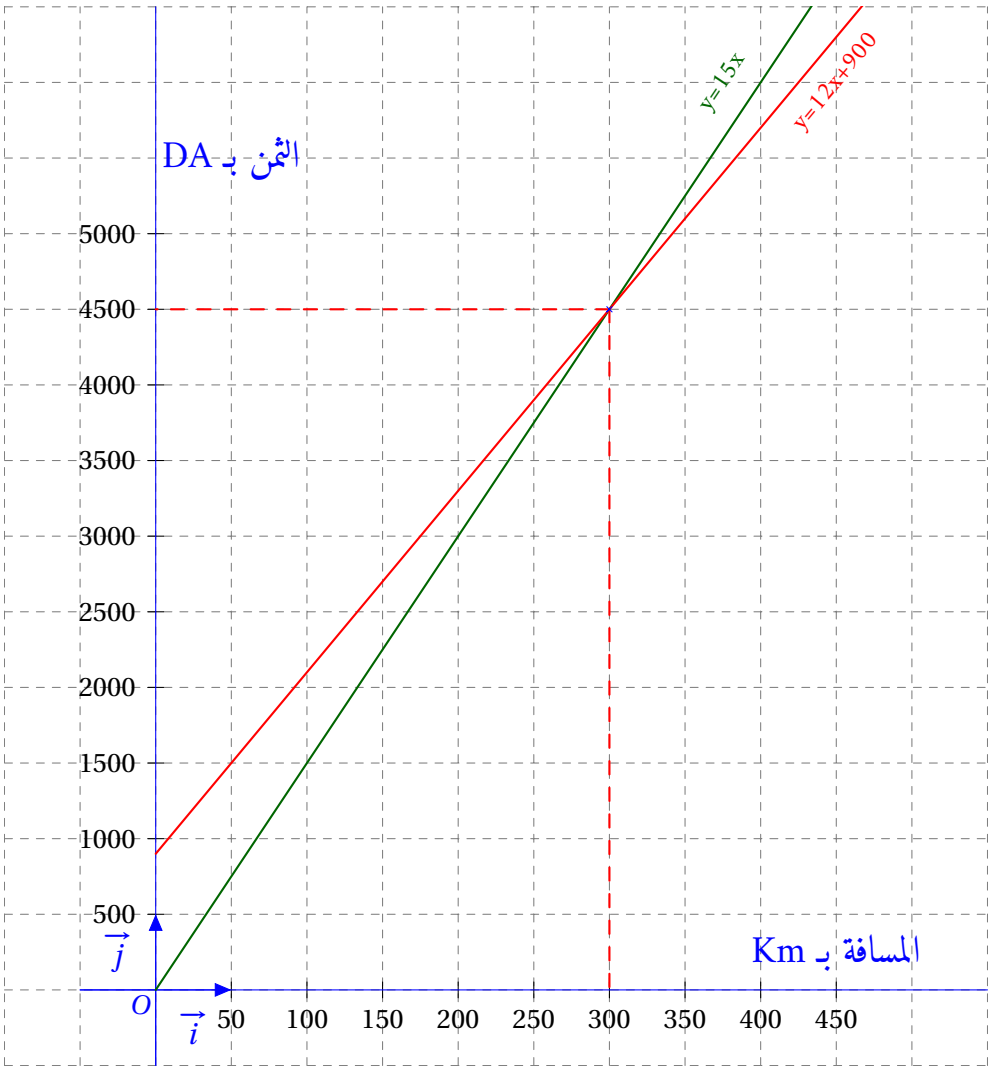
أ) تمثيل كل من f و g بيانيا:

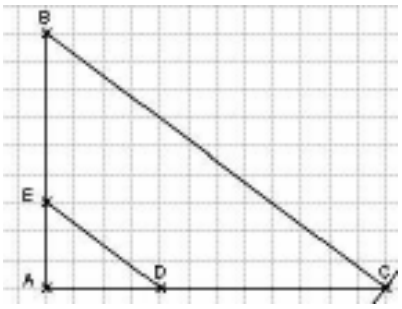
x	0	300
$f(x)$	0	4500

x	0	300
$g(x)$	900	4500

ب) استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح:

- إذا كانت المسافة المقطوعة خلال شهر أقل من $300Km$ تكون التسعيرة الأولى أفضل من التسعيرة الثانية بالنسبة للزبون (لأن التمثيل البياني للدالة f يقع تحت التمثيل البياني للدالة g) أي أن الثمن الذي يدفعه الزبون بالتسعيرة الأولى أقل من الثمن الذي يدفعه بالتسعيرة الثانية.
- إذا كانت المسافة المقطوعة خلال شهر تساوي $300Km$ يكون الثمن المدفوع بالتسعيرة الأولى يساوي الثمن المدفوع بالتسعيرة الثانية.
- إذا كانت المسافة المقطوعة خلال شهر أكبر من $300Km$ تكون التسعيرة الثانية أفضل من التسعيرة الأولى بالنسبة للزبون (لأن التمثيل البياني للدالة f يقع فوق التمثيل البياني للدالة g) أي أن الثمن الذي يدفعه الزبون بالتسعيرة الأولى أكبر من الثمن الذي يدفعه بالتسعيرة الثانية.


الثمن بـ DA
المسافة بـ Km
y=15x
y=12x+900
5000
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
O
50
100
150
200
250
300
350
400
450

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأول	1 ـ كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{2}$:		
	$A=\sqrt{98}+3\sqrt{32}-\sqrt{128}=\sqrt{49\times 2}+3\sqrt{16\times 2}-\sqrt{64\times 2}$	$0,25\times 3$	
	$A=7\sqrt{2}+12\sqrt{2}-8\sqrt{2}=11\sqrt{2}$	$0,25\times 4$	
	2 ـ تبسيط العدد B :		3
	$B=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{2}+\frac{5}{6}=\frac{9+5}{6}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$	$0,25\times 3$	
	$\frac{A^2}{33}-3B=\frac{\left(11\sqrt{2}\right)^2}{33}-3\times\frac{7}{3}=\frac{242}{33}-7=\frac{22}{3}-\frac{21}{3}=\frac{1}{3}$	$0,25\times 2$	
التمرين الثاني	1 ـ نشر و تبسيط العبارة E :		
	$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)=100-\left(x^2-4x+4\right)-(x+8)$	$0,25\times 3$	
	$E=100-x^2+4x-4-x-8=-x^2+3x+88$		
	2 ـ التحليل :		
	$10^2-(x-2)^2=\left[10-(x-2)\right]\left[10+(x-2)\right]=(12-x)(8+x)$	$0,25\times 2$	3
	الاستنتاج :		
	$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)=(12-x)(x+8)-(x+8)$	$0,25\times 3$	
	$E=(x+8)(12-x-1)=(x+8)(11-x)$		
	3 ـ حل المعادلة :		
	$(x+8)(11-x)=0$ معناه $x+8=0$ أو $11-x=0$ أي $x=-8$ أو $x=11$	$0,25\times 4$	
التمرين الثالث	1 ـ حل الجملة :		
	$\begin{cases}4x+5y=105\\6x+4y=112\end{cases}$ أي $\begin{cases}12x+15y=315\\-12x-8y=-224\end{cases}$	$0,25$	
	$7y=91$ أي $y=13$	$0,25\times 2$	
	$4x=105-65=40$ أي $x=10$	$0,25\times 2$	2,5
	2 ـ الترييض :		
	$\begin{cases}4x+5y=105\\3x+2y=56\end{cases}$ أي $\begin{cases}4x+5y=105\\6x+4y=112\end{cases}$	$0,25\times 3$	
	حسب إجابة السؤال الأول : ثمن القلم هو $13DA$ و ثمن الكراس هو $10DA$.	$0,25\times 2$	
التمرين الرابع	1 ـ إنشاء المثلث :	$0,75$	
			
	2 ـ حساب AC :		3,5
	$AC^2=BC^2-AB^2=56,25-20,25=36$	$0,25\times 3$	
	$AC=6\,cm$		
	3 ـ تعيين النقطتين D , E.		

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الرابع	4 – نبيّن أنّ $(BC)//(DE)$:		
	$\frac{AE}{AB}=\frac{\frac{AB}{3}}{AB}=\frac{1}{3}$	$0,25\times2$	
	$\frac{AD}{AC}=\frac{AC-DC}{AC}=\frac{AC-\frac{2AC}{3}}{AC}=\frac{\frac{AC}{3}}{AC}=\frac{1}{3}$	$0,25\times2$	
	بما أن : $\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$ ، فإن : $(BC)//(DE)$.	$0,5$	
	حسب النظرية العكسية لنظرية طالس.		
	- حساب DE :		
	$\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$ ومنه $DE=\frac{BC}{3}=\frac{7,5}{3}=2,5\,cm$	$0,25\times2$	
المسألة	1- ملء الجدول :		

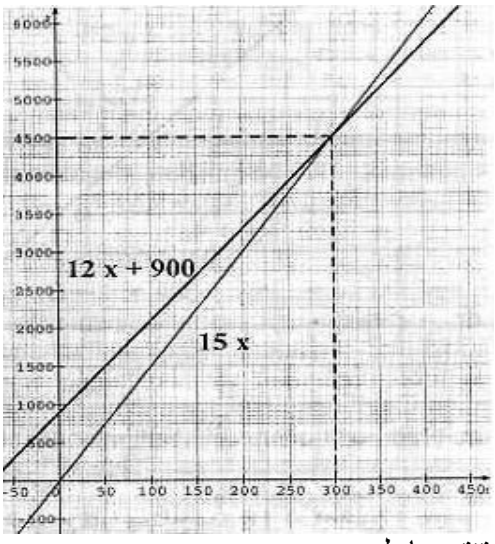
المسافة (Km)	60	180	340
التسعيرة الأولى (DA)	900	2700	5100
التسعيرة الثانية (DA)	1620	3060	4980

2- أ- التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :

$y_1 = 15\,x$ و $y_2 = 12\,x + 900$

ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$ أي $3\,x > 900$ أي $x > 300$.

3- أ- إنشاء المنحنين :



ب- من البيان نستنتج ما يلي :

إذا كان عدد الكيلومترات يفوق $300\ km$ فإن التسعيرة الثانية هي الأفضل.

إذا كان عدد الكيلومترات أقل من $300\ km$ فإن التسعيرة الأولى هي الأفضل.

شبكـــــــــــة التقويم و التصحيح "الجزء الثاني"					
السؤال	المعيار	المؤشـــــــــــرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
1	م1	- اختيار العمليات المناسبة لتحديد المسافة. - اختيار العمليات المناسبة لتحديد التسعيرة 1. - اختيار العمليات المناسبة لتحديد التسعيرة 2.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 0,75 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	0,75	1,5
	م2	- المسافة صحيحة وفق العمليات المختارة. - التسعيرة 1 صحيحة وفق العمليات المختارة. - التسعيرة 2 صحيحة وفق العمليات المختارة.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 0,75 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	0,75	
2	م1	- التعبير بدالة خطية لـ y_1 بدلالة x . - التعبير بدالة تآلفية لـ y_2 بدلالة x . - معرفة حل المتراجحة.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 01 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	01	02
	م2	- الدالة الخطية صحيحة. - الدالة التآلفية صحيحة. - حل المتراجحة صحيح.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 01 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	01	
3	م1	- معرفة تمثيل دالة خطية. - معرفة تمثيل دالة تآلفية. - قراءة بيانية مع الشرح.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 1,25 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	1,25	02
	م2	- التمثيل للدالة f صحيح. - التمثيل للدالة g صحيح.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 0,75 إن وفق في مؤشرين على الأقل.	0,75	
كل المسألة	م3	- تسلسل خطوات الحل منطقي. - رتب مقدار النتائج معقولة. - وحدة القياس محترمة. - التصريح بالإجابة.	- 0,5 إن وفق في مؤشر واحد. - 01 إن وفق في مؤشرين. - 1,5 إن وفق في 03 مؤشرات على الأقل.		1,5
كل المسألة	م4	- الكتابة مقروءة. - لا يوجد تشطيبات. - التمثيلات واضحة. - ترقيم الإجابات	- 0,25 إن وفق في مؤشر واحد. - 0,5 إن وفق في مؤشرين. - 01 إن وفق في 03 مؤشرات على الأقل.		01

م1: التفسير السليم للوضعية ، م2: الاستعمال السليم للأدوات ، م3: الانسجام ، م4: الإتقان