الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التّربية لولاية الجلفة
المستوى : الرّابع المتوسّط

متوسّطة عرعار بن عليّة –دار الشيّوخ–
السنة الدراسيّة : 2024 / 2023

الموضوع التحضيري الأوّل في مادّة الرّياضيّات — **المدّة الزمنيّة : ساعتان**

(يُسمح للمترشح (ة) استعمال الآلة الحاسبة)

○ التّمرين الأوّل : (02,50 ن)

● ليكن العددان الحقيقيان $A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ و $B = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{28} + 6\sqrt{63}$.

1. بيِّن أنَّ A عدد طبيعي.
2. أُكْتب العدد B على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث : a عدد طبيعي غير معدوم.
3. أُكتب $\dfrac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

○ التّمرين الثّاني : (03,50 ن)

● لتكن العبارتيْن H و S المعرّفتيْن كما يلي : $H = 2x^2 + 7x - 4$ و $S = (2x+5)^2 - 36$.

1. حَلِّل العبارة S إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى.
2. بيِّن أنَّ : $S - 2H = 3(2x-1)$.
3. اسْتنتج تَحْليلاً للعبارة H.
4. حل المعادلة : $S - 2H = 0$.

○ التمرين الثالث : (03,50 ن)

● المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. عَلِّمْ النُّقْطتين $A(2;3)$ و $B(5;0)$.
2. أُحْسب مساحة المثلث OAB.
3. H المسْقط العمودي للنقطة O على المستقيم (AB).
   . أُحْسب الطول OH.
4. أُحسب $\sin \widehat{A}$ و $\cos \widehat{A}$.
5. تأكد من المساواة التالية : $OB^2 = OA^2 + AB^2 - 2 \times OA \times AB \times \cos \widehat{A}$.

○ التّمرين الرّابع : (02,50 ن)

● ليكن $ABCD$ شبه منحرف، بحيث : $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$ و M منتصف القطعة $[DC]$.

. نُسَمِّي T الانسحاب الذي يُحَوّل D إلى M.

1.أ. أنشئ شكلاً يترجم معطيات نص التمرين، ثمّ أنشئ E صورة النقطة B بالانسحاب T.

ب. حَدِّدْ صورة A وصورة M بالانسحاب T.

2.أ. ما هي صورة القطعة $[DB]$ بالانسحاب T؟.

ب. بيِّنْ أنَّ الرُّباعي $AECD$ متوازي الأضلاع.

DZEDUCATIVE.COM

○ الوضعيَّة الإدماجيَّة : (08 نقاط)

1. يملك فارس قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها $90m$ وعرضها $40m$. و يملك فريد قطعة أرض مربعة الشكل لها نفس مساحة قطعة أرض فارس.

◄ فارس يعتقد أنَّ طول سياج قطعته أكبر من طول سياج قطعة فريد.

. فَهَلْ هو محق في ذلك ؟ عَلِّل إجابتك ؟.

◄ **تَوجيه :** أُحْسب أَوَّلاً طول ضلع قطعة فريد ثُمَّ قارن بَيْن محيطي القطعتين .

2. نريد غرس شجيْرات على محيط قطعة أرض فارس بحيث تكون شجيْرة في كل رأس من رؤوس القطعة و تكون المسافة بين الشجيرات متقايسة.

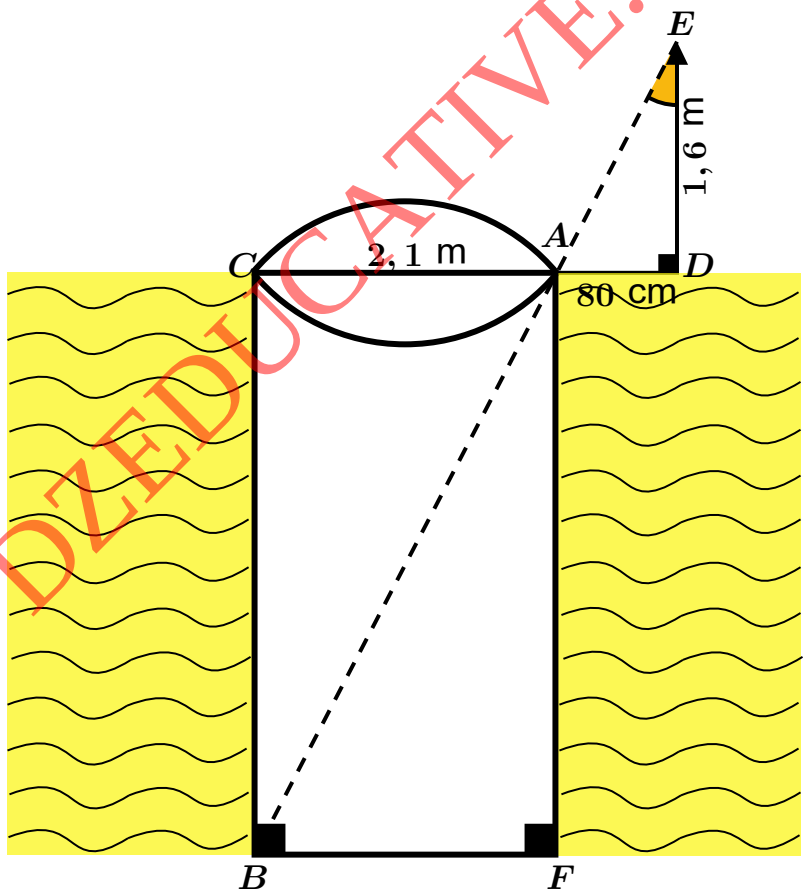
. فَمَا هو أصغر عدد من الشجيرات يمكن غرسه إذا أردنا أن تكون المسافة بَيْن كل شجيْرة و أخرى هو عدد طبيعي من الأمتار.

3. داخل قطعة فارس يوجد بئر فوهته دائرية طول قطرها $2,1m$.

أراد فريد أن يعرف عمق هذا البئر فوقف على حافتها و أصبح يبتعد عنها وفق خط مستقيم يشمل مركز الدائرة والتي تمثل فوهة البئر و عندما يختفي عنه قعرها مباشرة يجد أنّه ابتعد عن حافة هذا البئر مسافة $80cm$.

. ما هُو عمق هذا البئر إذا علمت أنّ عيني فريد عن المستوى الواقف عليه هو $1,6m$.

4. نفرض في هذا السؤال أَنَّ قيس الزَّاوية $\widehat{AED} = 30°$ فاستنتج قيس الزَّاوية $\widehat{ABF}$.



DZEDUCATIVE.COM

التّصحيح التفصيلي لموضوع التّحضيري الأوّل لشهادة التّعليم المتوسّط.

■ الجزء الأوّل (12 ن)

حل التمرين الأوّل : (02,50 ن)

1. تبيّن $\mathcal{A}$ عدد طبيعي :

لدينا :

$$\mathcal{A} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$
$$\mathcal{A} = \sqrt{2 \times 8} + \sqrt{\frac{18}{2}}$$
$$\mathcal{A} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$$
$$\mathcal{A} = 4 + 3$$
$$\mathcal{A} = 7$$

بما أنّ $\mathcal{A} = 7$ فإنّ $\mathcal{A}$ عدد طبيعي.

2. كتابة العدد $\mathcal{B}$ على الشكل $a\sqrt{7}$:

لدينا :

$$\mathcal{B} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{28} + 6\sqrt{63}$$
$$\mathcal{B} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{4 \times 7} + 6\sqrt{9 \times 7}$$
$$\mathcal{B} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{7} + 6\sqrt{9} \times \sqrt{7}$$
$$\mathcal{B} = 3\sqrt{7} - 2 \times 2 \times \sqrt{7} + 6 \times 3 \times \sqrt{7}$$
$$\mathcal{B} = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 18\sqrt{7}$$
$$\mathcal{B} = (3 - 4 + 18)\sqrt{7}$$
$$\mathcal{B} = 17\sqrt{7}$$

3. كتابة $\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

لدينا :

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{7}{17\sqrt{7}}$$
$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{7 \times \sqrt{7}}{17\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$$
$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{7\sqrt{7}}{17 \times \sqrt{7} \times 7}$$
$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{7\sqrt{7}}{17 \times 7}$$
$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{\sqrt{7}}{17}$$

حل التّمرين الثّاني : (03,50 ن)

1. تحليل العبارة $\mathcal{S}$ إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى : قبل البدأ، أحببت أن أذكّر أوْلادي النُجباء بالعلاقة التالية :

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ هذه العلاقة صحيحة دوْمًا مهما كانا العددان الحقيقيان a و b. هيّا معًا يا ولدي الشطور لنطبّق العلاقة السابقة في مثالنا.

$$\mathcal{S} = (2x+5)^2 - 36$$
$$\mathcal{S} = \left(\underbrace{2x+5}_{=a}\right)^2 - \left(\underbrace{6}_{=b}\right)^2$$
$$\mathcal{S} = (2x+5+6)(2x+5-6)$$
$$\mathcal{S} = (2x+11)(2x-1)$$

طبعاً! ... انتهى حل هذا السؤال الجميل والرائع.

أضنك عرفت الفكرة. سأدعها لك تقبلها كيف تشاء.

2. تبيّن أنّ : $\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 2(2x-1)$:

عادةً في مثل هذه الأسئلة نبدأ من الطرف الأوّل ثمّ ننتقل إلى الطرف الثاني (أوْ العكس).

هنا يمكن التأمل في عبارتنا المُراد إثباتها. فنجد الإنتقال من الطرف الأيْسر إلى الطرف الأيْمن أسْهل (طبعا! أقصد سهْلٌ على تلاميذي).

كيف أبدأ؟ بقليل من المُلاحظة سيتضّح لنا أن هناك علاقة يجبُ أنْ نذكّر بها، وهي : من أجل كل عددين حقيقيين a و b، لدينا : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

(وغالباً ما نُسمّيها بالمتطابقة الشهيرة رقم "01").

$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = (2x+5)^2 - 36 - 2(2x^2 + 7x - 4)$$
$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 - 36 - 2(2x^2 + 7x - 4)$$
$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 4x^2 + 20x + 25 - 36 - 4x^2 - 14x + 8$$
$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 6x - 3$$
$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 3(2x-1)$$

صغيـري!، هنا يكتمل اثبات هذا السؤال.

DZEDUCATIVE.COM

3. استنتاج تحليلاً للعبارة $\mathcal{H}$:

من خلال ما سبق، أثبتنا معاً صحة العبارة :

$$\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 3(2x-1) \qquad (1)$$

(أفّقْ قليلاً يا حبيبي، فهذه العبارة (1) أثبتناها معاً وبالضبط في السؤال **2.** لا تقلْ من أيْن أتت!!!
لأنّني أحسسْت بذلك - هههههه-).
هذا من ناحية أولى، ومن ناحية ثانية، لدينا :

$$\mathcal{S} = (2x+11)(2x-1) \qquad (2)$$

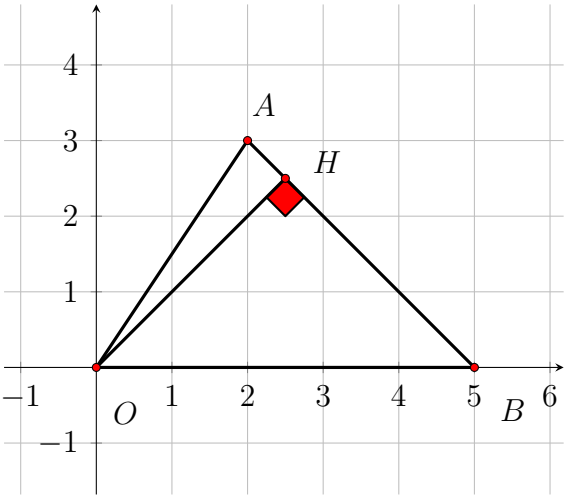
من العلاقة (1) نجد أنّ : $\mathcal{H} = \frac{1}{2}(\mathcal{S} - 3(2x-1))$ ونستعين بالعلاقة (2) نجد أنّ :
$\mathcal{H} = \frac{1}{2}((2x+11)(2x-1) - 3(2x-1))$.
من هاته الأخيرة، يتضّح لنا عامل مشترك وهو $(2x-1)$.
لنستخرج هذا العامل المشترك بذاتنا.
$\mathcal{H} = \frac{1}{2}((2x-1)(2x+11-3))$ أيْ :
$\mathcal{H} = \frac{1}{2}((2x-1)(2x+8))$.
وهذا يكافئ ما يلي : $\mathcal{H} = (2x-1)(x+4)$.
نأمل أنّها وصلت الفكرة كما ينبغي.

4. حل المعادلة : $\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 0$:

نرى مباشرة أنّ حل المعادلة $\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 0$ يؤول إلى حل المعادلة $3(2x-1) = 0$ (تأمل قليلاً في العلاقة (1)).
وبما أنّ : $3 \neq 0$ فحتماً تكون $2x - 1 = 0$ (هاته المعادلة بسيطة جداً، لكن سنحلها لكيْ نزداد فهْماً أكثر).
لدينا : $2x - 1 = 0$ وهذا ما يوحي لنا : $2x = 1$ لنضرب طرفيْ المساواة الأخيرة في $\frac{1}{2}$ فنتحصّل على قيمة x وهي $\frac{1}{2}$.
- عزيزي القارئ - نترك لك مهلة التحقّق من صحة المعادلة $\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 0$ وهذا بأخذ $x = \frac{1}{2}$.

حل التمرين الثالث : (03,50 ن)

1. تعليم كل من $\mathcal{A}(2;3)$ و $\mathcal{B}(5;0)$:



2. حساب مساحة المثلث $\mathcal{OAB}$:

نذكّر بالعلاقة التالية :
مساحة المثلث = (القاعدة × الإرتفاع)÷2 .
هيّا معاً -حبيبي المجتهد- لتطبيق العلاقة السابقة، من أجل حساب مساحة المثلث $\mathcal{OAB}$.
حساب مساحة المثلث $\mathcal{OAB}$ هي : $\mathcal{S}_{\mathcal{OAB}} = \frac{\mathcal{AK} \times \mathcal{OB}}{2}$.
حيث $\mathcal{K}$ المسقط العمودي للنقطة $\mathcal{A}$ على المستقيم $(\mathcal{OB})$.

⊡ حساب الطول $\mathcal{OB}$:
↰ لدينا : $\mathcal{B}(5;0)$ و $\mathcal{O}(0;0)$ فإنّ : $\overrightarrow{\mathcal{OB}}(5;0)$.
هذا يعني لنا :

$$\mathcal{OB} = \sqrt{5^2+0^2} = \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$$

⊡ حساب الطول $\mathcal{AK}$:
↰ لدينا : $\mathcal{A}(2;3)$ و $\mathcal{K}(2;0)$ إذن :

$$\mathcal{AK} = \sqrt{(x_{\mathcal{K}} - x_{\mathcal{A}})^2 + (y_{\mathcal{K}} - y_{\mathcal{A}})^2}$$
$$\mathcal{AK} = \sqrt{(2-2)^2 + (0-3)^2}$$
$$\mathcal{AK} = \sqrt{0^2 + (-3)^2}$$
$$\mathcal{AK} = \sqrt{9} = 3$$

[1] $\mathcal{S}_{\mathcal{OAB}} = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5ua$

[1] ua : وحدة المساحات.

DZEDUCATIVE.COM

⊡ **حساب الطول $\mathcal{OH}$:**

$\mathcal{OH}$ هو الارتفاع المتعلّق بالضلع $[\mathcal{AB}]$. وهذا ما يضمن لنا العلاقة التالية :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{OAB}} = \frac{\mathcal{OH} \times \mathcal{AB}}{2} \qquad (3)$$

هذا من جهة أولى، ومن جهة ثانية، لدينا :

$$\mathcal{AB} = \sqrt{(x_{\mathcal{B}} - x_{\mathcal{A}})^2 + (y_{\mathcal{B}} - y_{\mathcal{A}})^2}$$
$$\mathcal{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (0-3)^2}$$
$$\mathcal{AB} = \sqrt{3^2 + (-3)^2}$$
$$\mathcal{AB} = \sqrt{18}$$
$$\mathcal{AB} = 3\sqrt{2}$$

الآن ... نعوّض $\mathcal{AB} = 3\sqrt{2}$ في العلاقة (3).

نجد أنّ : $\mathcal{S}_{\mathcal{OAB}} = 7,5$.

أيْ : $7,5 = \dfrac{\mathcal{OH} \times 3\sqrt{2}}{2}$.

أيْ : $7,5 \times 2 = \mathcal{OH} \times 3\sqrt{2}$.

وعليه : $\mathcal{OH} = \dfrac{15}{3\sqrt{2}} = \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

3. حساب $sin\widehat{\mathcal{A}}$ و $cos\widehat{\mathcal{A}}$:

⊡ في المثلث $\mathcal{OAH}$ قائم $\mathcal{H}$.

$sin\widehat{\mathcal{A}} = \dfrac{\mathcal{OH}}{\mathcal{OA}}$ ولدينا : $\mathcal{OH} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

و $\mathcal{OA} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

ومنه : $sin\widehat{\mathcal{A}} = \dfrac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{13}}$ وأخيراً نجد : $sin\widehat{\mathcal{A}} = \dfrac{5\sqrt{26}}{26}$.

نعلم أنّ : $sin\widehat{\mathcal{A}}^2 + cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = 1$.

وعليه : $cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = 1 - sin\widehat{\mathcal{A}}^2$.

أيْ :

$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = 1 - \left(\frac{5\sqrt{26}}{\sqrt{26}}\right)$$
$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = 1 - \frac{650}{676}$$
$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = \frac{325}{338}$$
$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = \frac{338 - 325}{338}$$
$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = \frac{13}{338}$$
$$cos\widehat{\mathcal{A}}^2 = \frac{1}{26}$$

وبما أنّ : $cos\widehat{\mathcal{A}} > 0$ وعليه : $cos\widehat{\mathcal{A}} = \sqrt{\dfrac{1}{26}}$.

إذن : $cos\widehat{\mathcal{A}} = \dfrac{\sqrt{26}}{26}$.

4. التأكد من المساواة :

لدينا : $\mathcal{OB} = 5$ ومنه : $\mathcal{OB}^2 = 25$. نضع :

$$\mathcal{OB}^2 = 25 \qquad (4)$$

لدينا : $\mathcal{OA} = \sqrt{13}$ ومنه : $\mathcal{OA}^2 = 13$.

ولدينا أيضاً : $\mathcal{AB} = 3\sqrt{2}$ ومنه : $\mathcal{AB}^2 = 18$.

ولمّا كان : $cos\widehat{\mathcal{A}} = \dfrac{\sqrt{26}}{26}$.

نضع : $\alpha = \mathcal{OA}^2 + \mathcal{AB}^2 - 2 \times \mathcal{OA} \times \mathcal{AB} \times cos\widehat{\mathcal{A}}$ من خلال ما فات، لدينا :

$$\alpha = 13 + 18 - 2\sqrt{13} \times 3\sqrt{2} + \frac{\sqrt{26}}{26}$$
$$\alpha = 31 - 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{26} \times \sqrt{26}}{26}$$
$$\alpha = 31 - 6\frac{26}{26}$$
$$\alpha = 31 - 6$$
$$\alpha = 25$$

بالعودة إلى $\alpha = \mathcal{OA}^2 + \mathcal{AB}^2 - 2 \times \mathcal{OA} \times \mathcal{AB} \times cos\widehat{\mathcal{A}}$ نجد أنّ :

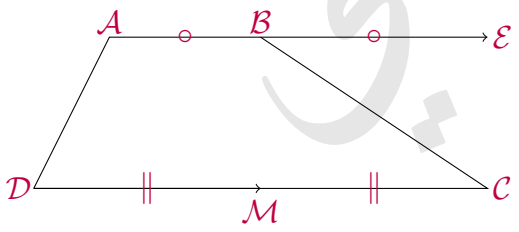
$$\mathcal{OA}^2 + \mathcal{AB}^2 - 2 \times \mathcal{OA} \times \mathcal{AB} \times cos\widehat{\mathcal{A}} = 25 \qquad (5)$$

بعد أنْ نتأمل في العلاقتين (4) و (5) نجد أنّ :

$$\mathcal{OB}^2 = \mathcal{OA}^2 + \mathcal{AB}^2 - 2 \times \mathcal{OA} \times \mathcal{AB} \times cos\widehat{\mathcal{A}}$$

حل التمرين الرابع : (02,50 ن)

1.أ- إنشاء شكلاً يُترجم معطيات نص التمرين :



DZEDUCATIVE.COM

ب- تحديد صورة A وصورة M بالانسحاب T :

. لدينا : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DM}$ فإنّ صورة النقطة A بالانسحاب T هي النقطة B.

. وبما أنّ : M منتصف $[DC]$ فإنّ صورة النقطة M بالانسحاب T هي النقطة C.

2.أ- تحديد صورة $[DB]$ بالانسحاب T :

لدينا : صورة D بالانسحاب T هي النقطة M وصورة B بالانسحاب T هي النقطة E.

من هذا، فإنّ صورة القطعة $[DB]$ بالانسحاب T هي القطعة $[ME]$.

ب- تبيّن أنّ الرباعي $AECD$ متوازي الأضلاع :

بما أنّ صورة B بالانسحاب T هي النقطة E هذا ما يضمن لنا : $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DM}$.

وبما أنّ : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DM}$.

وعليه : $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}$.

وبالتالي : $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$ هذا من جهة أولى.

ومن جهة ثانية، لدينا : $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$.

بهذا نكون قدْ أثبتنا : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DC}$.

وهذا ما يؤكد لنا أنّ $AECD$ متوازي الأضلاع.

■ حل الجزء الثاني (08 ن)

1. حساب مساحة قطعة أرض فارس

■ **تذكير : . مساحة المستطيل = الطول × العرض.**

. مساحة المربع = الضلع × الضلع.

. محيط المستطيل = (الطول + العرض) ×2.

. محيط المربع = الضلع ×4.

$\mathcal{S}=90\times 40=3600m^2$.

ومنه مساحة أرض فريد : $3600m^2$.

. حساب طول ضلع قطعة فريد :

نفرض طول ضلع قطعة فريد x ومنه $x^2=3600$

وبالتالي : $x=\sqrt{3600}$ أيْ : $x=60m$.

. حساب محيط قطعة أرض فارس :

$\mathcal{P}_0=(90+40)\times 2=260m$.

. حساب محيط قطعة أرض فريد :

$\mathcal{P}_1=60\times 4=240m$.

حسب ما سبق، نلاحظ أنّ $\mathcal{P}_1>\mathcal{P}_0$ إذن فارس محق في إعتقاده.

2. إيجاد أصغر عدد من الشجيْرات :

بما أنّنا نبحث عن أصغر عدد من الشجيْرات يمكن غرسها، إذن نبحث عن أكبر مسافة بين كل شجيْرة و أخرى ولتكن d.

لدينا :

$$90=40\times 2+10$$

$$40=10\times 4+0$$

ومنه القاسم المشترك للعددين 90 و 40 هو : 10.

بعبارة أجْمل : $pgcd(90;40)=10$.

أي أكبر مسافة بين كل شجيرة و أخرى هو : $d=10m$.

وعليه عدد الشجيرات هو : 26 شجيْرة.

(لاحظ أنّ : $2(90+40)\div 10=260\div 10=26$).

3. حساب عمق البئر :

طول كل من الضلعين التاليين BC و FA يمثلان عمق البئر. إذن يكفي حساب أحد الطولين السابقين.

بما أنّ $A\in(BE)$ و $A\in(CD)$ و $(BC)//(DE)$.

إذن، يمكن تطبيق نظرية طالس :

$\frac{AC}{AD}=\frac{BC}{DE}$ بالتعويض : $\frac{BC}{1,6}=\frac{2,1}{0,8}$ أيْ :

$BC=\frac{1,6\times 2,1}{0,8}$ فنجد : $BC=4,2$

ومنه : عمق البئر يساوي : $4,2m$.

4. استنتاج قيس الزاوية $\widehat{ABF}$:

لدينا : $(BC)//(DE)$ و (EB) قاطع لهما إذن $\widehat{AED}=\widehat{CBA}=30°$ بالتبادل الداخلي، هذا من جهة، وجهة أخرى، لدينا :

$\widehat{CBA}+\widehat{ABF}=90°$ يعني : $\widehat{ABF}=90°-\widehat{CBA}$

إذن : $\widehat{ABF}=90°-30°$ وأخيراً نجد : $\widehat{ABF}=60°$.

• بهذا أحبابي في الله نكون قدْ أكملت حل هذا الموضوع المتواضع من حيث أفكاره ومعلوماته، كما أنّني أنصح -أوْلادي- بالمحاولة قبْل الكشف عن الحل مباشرةً.

***** دمتم في رعاية الله وحفظه *****

DZEDUCATIVE.COM